LANGMAN
朗曼
北京朗曼教学与研究中心

Peculiar

北京朗曼教学与研究中心教研成果

宋伯涛 总主编

非常讲解

张志朝 主编

(配北师大课标)

Explanations

九年级数学
教材全解全析(下)

天津人民出版社

北京朗曼教学与研究中心教研成果

PECULIAR EXPLANATIONS

非常讲解

九年级数学教材全解全析(下)

(配北师大课标)

张志朝 主编

天津人民出版社

图书在版编目(CIP)数据

九年级数学教材全解全析．下/宋伯涛主编．-天津:天津人民出版社,2004.11
配北师大课标
ISBN 7-201-01552-4

Ⅰ.九… Ⅱ.宋… Ⅲ.数学课-初中-教学参考资料 Ⅳ.G634.603
中国版本图书馆 CIP 数据核字(2004)第 115312 号

非常讲解

九年级数学教材全解全析(下)

(配北师大课标)

张志朝　主编

天津人民出版社出版
出版人:刘晓津
(天津市西康路 35 号　邮政编码:300051)
北京市昌平开拓印刷厂印刷　新华书店发行
*
2004 年 12 月第 1 版　2004 年 12 月第 1 次印刷
890×1240 毫米　32 开本　14 印张
字数:400 千字　印数:1-20,000
定价:16.00 元
ISBN 7-201-01552-4

前　言

国家基础教育课程改革启动至今已有三年，义务教育《课程标准》的实施范围正在逐步扩大，新的教育理念被越来越多的教育工作者和社会人士所接受，我国基础教育事业正经历着一次深刻的变革。这个变革的核心，对于教师来说，就是改变角色定位；对于学生来说，就是变革学习方式。本着这样的精神，同时为了适应课程改革深入发展的需要，今年再版时，我们在广泛征集专家、教师、学生和家长意见的基础上，作了较大程度的修改。修改的主要内容是：

本书按照源于新教材又高于新教材的原则进行修改，对它的各个知识点以及能力要求进行全面的讲解，分析和指导，每节设如下栏目：**大纲考纲要求、教材解析、方法指引、巩固练习**等。其中教材解析为本书各节的重点，它在新教材的基础上，对章节的各知识点逐个进行详细的讲解和分析，着重知识和技能的拓展与培养和规律方法的揭示与总结，通过典型常规题，创新开放题及实践应用题等让学生对新教材的知识点进行探究和体验，并按以下三点进行设计：

1.对典型例题进行全面剖析，并设以下四个栏目：①**思路点拨**：点拨解题思路，提供解题策略。②**解答**：按照解题方案，给出规范解答。③**误点剖析**：指出解题常见错误，并点击错误产生的原因，进行防错提示。④**评注**：总结解题过程的注意点，剖析解题技巧的关键处。开设以上小栏目，其目的是，开启学生思路，着眼规律方法总结。

2.试解相关题(或变式题)。从不同角度提出与上述典型题相关或相近的问题，供学生在练习中通过模仿，达到融会贯通，举一反三的目的。

3.每道典型题都针对教材中某一知识点，旨在通过对例题的探索，获得对教材相关内容的实践与体验。

作者在编写过程中，力求讲解教材全部内容，信息量大，做到精讲精析精选，讲解透彻且具有深度，辨析清晰细致，讲解分析方法新颖独到，与众不同，别具一格，不落窠臼。

《非常讲解》系列丛书讲解细致，分析透彻，层次分明，条理清晰，内容丰富，对掌握教材重点、难点、疑点以及各知识点，对培养并提高理解、分析、判断、领悟、思考以及解决问题能力具有极强的实用性和指导性，是朗曼中心继《中学1+1》系列丛书后又一成功力作，两者堪称姊妹篇。其侧重点各不相同，前者偏重于对教材的讲解与分析，后者偏重于对重点及疑难问题的讲解与测试，它们既是一个整体，又互为补充，相得益彰。

学习《课程标准》，更新教育观念，有一个不断深入的过程；课程改革的实施，也需要不断地探索和积累。本书此次修订正是学习《课程标准》，改革教学内容和方法的一个具体的落实。希望我们的努力能给老师和同学们的教学活动带来切实而有效的帮助，同时也期待着来自广大师生和教育专家的批评和指教。

凡需要本书以及本系列其他图书的读者可与本中心联系。联系电话：010-64925885，64925887，64943723，64948723；通信地址：北京市朝阳区亚运村邮局89号信箱；邮编：100101。

宋伯涛

2004年11月于北师大

目录 CONTENTS

第一章　直角三角形的边角关系

1.1 从梯子的倾斜程度谈起 1
- 大纲考纲要求 2
- 中考命题方向 2
- 教材解析 2
- 方法指引 9
- 考题解读 13
- 巩固练习 14

1.2 30°,45°,60°角的三角函数值 16
- 大纲考纲要求 17
- 中考命题方向 17
- 教材解析 17
- 方法指引 26
- 考题解读 29
- 巩固练习 31

1.3 三角函数的有关计算 34
- 大纲考纲要求 34
- 中考命题方向 34
- 教材解析 34
- 方法指引 39
- 考题解读 41
- 巩固练习 44

1.4 船有触礁的危险吗 46
- 大纲考纲要求 46
- 中考命题方向 46
- 教材解析 46
- 方法指引 49
- 考题解读 52
- 巩固练习 53

1.5 测量物体的高度 56
- 大纲考纲要求 57
- 中考命题方向 57
- 教材解析 57
- 方法指引 63
- 考题解读 65
- 巩固练习 66

本章小结 70
- 知识结构框图 70
- 思想方法提炼 71
- 注意事项总结 71
- 考点拓展研究 72

本章测试 77

第二章　二次函数

2.1 二次函数所描述的关系 81
- 大纲考纲要求 81
- 中考命题方向 82
- 教材解析 82
- 方法指引 86
- 考题解读 89
- 巩固练习 91

2.2 结识抛物线 94

大纲考纲要求 94
中考命题方向 94
教材解析 94
方法指引 99
考题解读 103
巩固练习 105
2.3 刹车距离与二次函数 108
大纲考纲要求 108
中考命题方向 108
教材解析 109
方法指引 114
考题解读 117
巩固练习 119
2.4 二次函数$y=ax^2+bx+c$的图象 122
大纲考纲要求 122
中考命题方向 122
教材解析 122
方法指引 129
考题解读 131
巩固练习 133
2.5用三种方式表示二次函数 135
大纲考纲要求 136
中考命题方向 136
教材解析 136
方法指引 143
考题解读 146
巩固练习 147
2.6 何时获得最大利润 151
大纲考纲要求 151
中考命题方向 151
教材解析 151
方法指引 157
考题解读 160
巩固练习 161
2.7 最大面积是多少 164
大纲考纲要求 164
中考命题方向 164
教材解析 164
方法指引 167
考题解读 174
巩固练习 176
2.8 二次函数与一元二次方程 178
大纲考纲要求 178
中考命题方向 178
教材解析 179
方法指引 182
考题解读 185
巩固练习 189
本章小结 193
知识结构框图 193
思想方法提炼 194
注意事项总结 194
考点拓展研究 195
本章测试 204

第三章 圆

3.1 车轮为什么做成圆形 208
大纲考纲要求 208
中考命题方向 209
教材解析 209
方法指引 214
考题解读 215

巩固练习 216

3.2 圆的对称性 219

大纲考纲要求 219

中考命题方向 219

教材解析 220

方法指引 226

考题解读 228

巩固练习 229

3.3 圆周角和圆心角的关系 232

大纲考纲要求 233

中考命题方向 233

教材解析 233

方法指引 238

考题解读 241

巩固练习 242

3.4 确定圆的条件 246

大纲考纲要求 246

中考命题方向 246

教材解析 246

方法指引 250

考题解读 251

巩固练习 252

3.5 直线和圆的位置关系 254

大纲考纲要求 254

中考命题方向 254

教材解析 255

方法指引 265

考题解读 267

巩固练习 269

3.6 圆和圆的位置关系 271

大纲考纲要求 272

中考命题方向 272

教材解析 272

方法指引 281

考题解读 282

巩固练习 284

3.7 弧长及扇形的面积 287

大纲考纲要求 287

中考命题方向 287

教材解析 288

方法指引 294

考题解读 297

巩固练习 298

3.8 圆锥的侧面积 302

大纲考纲要求 302

中考命题方向 302

教材解析 302

方法指引 306

考题解读 307

巩固练习 308

本章小结 310

知识结构框图 311

思想方法提炼 311

注意事项总结 312

考点拓展研究 314

本章测试 317

第四章 统计与概率

4.1 50年的变化 322

大纲考纲要求 323

中考命题方向 323

教材解析 323

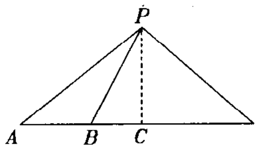
考题解读 338
巩固练习 340
4.2 哪种方式更合算 345
大纲考纲要求 346
中考命题方向 346
教材解析 346
考题解读 352
巩固练习 353
4.3 游戏公平吗 360
大纲考纲要求 360
中考命题方向 361
教材解析 361
巩固练习 365
本章小结 369
知识结构框图 369
思想方法提炼 369
注意事项总结 370
考点拓展研究 370
本章测试 371

参考答案 378

第一章　直角三角形的边角关系

有一座山，欲测量山的高度，但不能到达山顶，因此山的高度不能直接测得，有一人在山脚用测角器测得山顶的仰角为 45°，然后再后退 1000 米，测得此时山顶的仰角为 30°，能否利用以上数据求得山的高度呢？

上面的问题可归结为：在 Rt$\triangle PAC$ 中，B 为 AC 上一点，已知 $\angle PAC=30°$，$\angle PBC=45°$，$AB=1\ 000$，求 PC 的长. 如何解决这一问题呢？



在学习了本章知识后，你就可以很容易地解决这一问题了.

本章主要学习：1. 锐角 A 的正切、正弦、余弦函数的定义. 即 $\tan A$、$\sin A$、$\cos A$ 的概念，有了锐角 A 的三角函数，我们就可以把直角三角形中的边与角联系起来，从而可以根据直角三角形中已知的边求出角的大小，或根据角的度数求出边的大小.

2. 30°，45°，60°三个特殊角的三角函数值，掌握这三个特殊角的三角函数值在解决与直角三角形有关的问题中非常有用.

3. 利用计算器求出任意一个锐角的三角函数值.

4. 应用本章所学的基础知识解决与测量有关的一些实际问题.

本章的重点是锐角三角函数的定义及其之间的相互关系，而难点是解直角三角形的知识在实际问题中的应用.

1.1　从梯子的倾斜程度谈起

本节从梯子的倾斜程度研究起，学习了在直角三角形中锐角三角函数的定义，学习了正切、正弦和余弦的定义，并学习了互余两角的正弦和余弦函数之间的关系及同角三角函数间的关系.

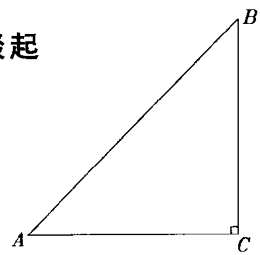


图 1.1-1

如图 1.1-1，在 Rt$\triangle ABC$ 中，$\angle C=90°$，则 $\tan A=\dfrac{BC}{AC}$，$\sin A=\dfrac{BC}{AB}$，$\cos A=\dfrac{AC}{AB}$，而 $\sin B=\dfrac{AC}{AB}=\cos A$，$\cos B=\dfrac{BC}{AB}=\sin A$.

即 $\sin^2 A+\cos^2 A=\frac{BC^2}{AB^2}+\frac{AC^2}{AB^2}=\frac{BC^2+AC^2}{AB^2}=1.$

大纲考纲要求

1. 理解并掌握正切、正弦和余弦的概念，能正确地用 $\tan\alpha$、$\sin\alpha$ 和 $\cos\alpha$ 表示直角三角形中两边之比.

2. 了解同角的正弦和余弦的关系式，会利用这一关系式由一个三角函数值求另一个三角函数值.

3. 了解正切、正弦、余弦函数随角的变化而变化的规律，掌握锐三角函数的增减性.

中考命题方向

1. 考查直角三角形中锐角的正切、正弦和余弦常在选择题和填空题中出现，目的是考查锐角的正切、正弦和余弦函数的定义，了解锐角三角函数值与角的大小关系.

2. 把正弦和余弦函数融入到二次根式，一元二次方程等知识体系中，可构成未来中考命题的着眼点.

教材解析

1. 正弦、余弦的概念

如图 1.1-2，在 Rt$\triangle ABC$ 中，$\angle C=90°$，我们把锐角 A 的对边与斜边的比叫做$\angle A$ 的正弦，记作 $\sin A$，即 $\sin A=\frac{\angle A\text{ 的对边}}{\text{斜边}}=\frac{a}{c}$；把锐角 A 的邻边与斜边之比叫做$\angle A$ 的余弦，记作 $\cos A$，即 $\cos A=\frac{\angle A\text{ 的邻边}}{\text{斜边}}=\frac{b}{c}$.

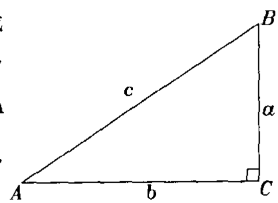


图 1.1-2

说明：(1)正弦、余弦的概念是在直角三角形中相对其锐角而定义的，其本质是两条线段长度之比，它只是一个数值，没有单位，其大小只与角的大小有关，而与三角形的大小无关.

(2)由于在直角三角形中，斜边大于直角边，且各边长度均为正数，因此有如下结论：$0<\sin A<1$，$0<\cos A<1$.

(3)“$\sin A$”和“$\cos A$”是一个完整的符号，不能拆开，记号中常省去角的符号“$\angle$”，但是，若用三个字母表示的角(如$\angle ABC$)，其正弦要写成 $\sin\angle ABC$，而不能写成 $\sin ABC$.

2. 正切和余切的定义

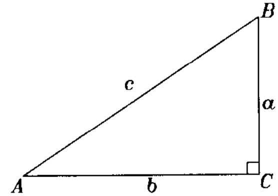


图 1.1-3

如图 1.1-3 在 Rt△ABC 中，锐角 A 的对边与邻边的比叫做∠A 的正切，记作 $\tan A$，即 $\tan A=\dfrac{\angle A\text{ 的对边}}{\angle A\text{ 的邻边}}=\dfrac{a}{b}$；锐角 A 的邻边与对边之比叫做∠A 的余切，记作 $\cot A$，即 $\cot A=\dfrac{\angle A\text{ 的邻边}}{\angle A\text{ 的对边}}$.

说明：同正弦、余弦定义一样，我们在学习正切、余弦时应注意：

(1)正切、余切也是在直角三角形中定义的，其本质也是两条线段的比值，它只是数值，没有单位，其大小只与角的大小有关，而与所在的直角三角形的大小和位置无关.

(2)$\tan A$ 与 $\cot A$ 分别代表了锐角∠A 的正切、余切，是一个完整的符号，不能拆开. 而对于用三个字母表示的角，其正切、余切应表示为 $\tan\angle ABC$，$\cot\angle ABC$，其中角的符号"∠"不能省略.

(3)由于在直角三角形中，边长总大于 0，所以 $\tan A>0$，$\cot A>0$.

(4)对于每一个锐角 A 的确定的值. 它的正切、余切都有惟一确定的值与之对应. 反之，对于每一个确定的正切、余切值，都有惟一的锐角与之对应.

【例 1】　如图 1.1-4，已知△ABC 中：$\angle C=90°$，$BC=6$，$CD\perp AB$ 于 D，$AC=8$.

(1)求 $\sin A$ 和 $\sin B$ 的值；

(2)求 $\cos\angle ACD$ 的值.

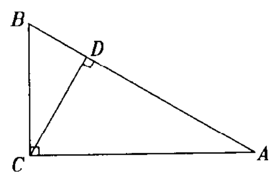


图 1.1-4

思路点拨　(1)求 $\sin A$、$\sin B$ 的值时，应先找出分别以∠A、∠B 为锐角的直角三角形，再求出它们的对边与斜边之比，因此必须先由勾股定理算出斜边 AB 的长.

(2)求 $\cos\angle ACD$ 时，可以在 Rt△ACD 中，求 $\dfrac{CD}{AC}$，但计算 CD 时，比较麻烦，因此可以利用直角三角形的性质 $\angle ACD=\angle B$，将 $\cos\angle ACD$ 转化成 $\cos B$.

解：(1)$AB=\sqrt{AC^2+BC^2}=\sqrt{6^2+8^2}=10$，

在 Rt△ABC 中　∴　$\sin A=\dfrac{BC}{AB}=\dfrac{6}{10}=\dfrac{3}{5}$，$\sin B=\dfrac{AC}{AB}=\dfrac{8}{10}=\dfrac{4}{5}$.

(2)∵　$\angle ACB=90°$，∴　$\angle A+\angle B=90°$，

又∵　$CD\perp AB$，∴　$\angle ACD+\angle A=90°$，

$\therefore\quad \angle ACD=\angle B$，$\therefore\quad \cos\angle ACD=\cos B=\dfrac{BC}{AB}=\dfrac{6}{10}=\dfrac{3}{5}$.

误点剖析　误把 $\sin A$ 写成$\dfrac{AC}{AB}$，把 $\cos A$ 写成$\dfrac{BC}{AC}$，因此要正确理解"对边"与"邻边"的概念，正确运用正弦、余弦的定义.

评注：(1)解这类题的关键是找准$\angle A$、$\angle B$ 的对边和邻边，同时要注意，锐角的正弦和余弦值只与角的大小有关，而与所在的三角形的大小无关，因此在某一三角形中较难计算时，可以转换到与它相等的另一角，在另一三角形中求解.

(2)对于$\angle A$ 的每一个确定值，它的正弦和余弦均有惟一确定的值和它相对应.

试解相关题 1－1　已知 Rt$\triangle ABC$ 中，$\angle C=90°$、$AB=13$、$BC=5$、$CD\perp AB$ 于 D，求 $\sin A$、$\cos A$ 和 $\sin\angle BCD$.

【例 2】　如图 1.1-5，在 Rt$\triangle ABC$ 中，$\angle C=90°$，$\tan A=3$，$c=10$，求 a，b 及 $\tan B$.

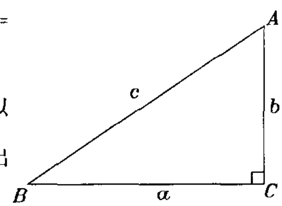


图 1.1-5

思路点拨　根据$\angle A$ 的正切定义，可以求出$\dfrac{a}{b}$，然后结合勾股定理 $a^2+b^2=c^2$，可解出 a，b，再用正切定义，求出 $\tan B$.

解：在 Rt$\triangle ABC$ 中，$\angle C=90°$，

$\therefore\quad \tan A=\dfrac{a}{b}$. 又 $\tan A=3$，$\therefore\quad \dfrac{a}{b}=3$，

即 $a=3b$. 又 $a^2+b^2=c^2=100$，解得 $a=3\sqrt{10}$，$b=\sqrt{10}$，

$\therefore\quad \tan B=\dfrac{b}{a}=\dfrac{1}{3}$.

误点剖析　误把 $\tan A$ 写成$\dfrac{b}{a}$.

评注：直角三角形中，除了要正确应用三角函数定义之外，还要能与其他知识综合起来，如勾股定理和方程、方程组的求解等.

试解相关题 2－1　在 Rt$\triangle ABC$ 中，$\angle C=90°$，$\tan B=2$，$c=10$，求出 a，b 及 $\sin A$、$\cos A$、$\tan A$ 的值.

【例 3】　已知：在$\triangle ABC$ 中，$AB=AC$，BD 为$\triangle ABC$ 的一条高，且 $BD=\dfrac{1}{2}AB=1$，求 $\tan C$ 的值.

思路点拨　在图 1.1-6 中，$\tan C=\dfrac{BD}{CD}$，而 $BD=1$，因此要求出 CD，已知 $AC=AB=2$，求出 AD 的长也就可以求出 CD 的长. 在 Rt$\triangle ABD$ 中，

已知 BD、AB，则可求出 AD.

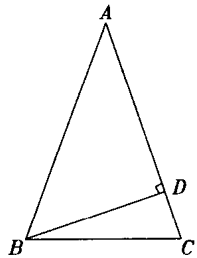


图 1.1-6

解： ∵　$BD=\frac{1}{2}AB=1$，∴　$AC=AB=2$.

∴　$AD=\sqrt{AB^2-BD^2}=\sqrt{3}$，$CD=2-\sqrt{3}$.

∴　$\tan C=\frac{BD}{DC}=\frac{1}{2-\sqrt{3}}=2+\sqrt{3}$.

误点剖析　误把 $\tan C$ 写成 $\frac{CD}{BD}$，因此要正确理解，正切函数的定义，理解对边与邻边的概念.

评注： 解决本题的关键是把求 CD 的问题转化为求 AD 的长，并充分利用 $Rt\triangle ABD$ 中，$BD=\frac{1}{2}AB=1$. 这一条件，利用勾股定理解题，转化思想是数学中的常用数学思想.

试解相关题 3－1　已知 α 为锐角，$\sin\alpha=\frac{1}{3}$，求 α 的其他三角函数值.

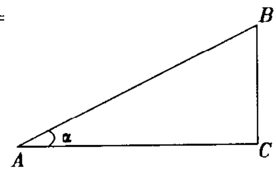


图 1.1-7

3. 同角的三角函数关系

平方关系：$\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$.

商数关系：$\tan\alpha=\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$，$\cot\alpha=\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$.

倒数关系：$\tan\alpha=\frac{1}{\cot\alpha}$；$(\tan\alpha\cdot\cot\alpha=1)$.

上述关系均可由三角函数的定义推出，这些关系是同一个角的三角函数之间最基本的几个关系，至为重要. 特别要注意是“同角”，不同角则不适宜，如“$\sin^2\alpha+\cos^2\beta=1$”是不成立的.

利用这些关系式，当已知某角的一个三角函数值时，我们可以求出该角的其他三角函数值.

【例 4】　已知：锐角 A 满足 $\cos A=\frac{5}{13}$，求 $\sin A$ 的值.

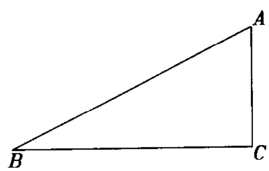


图 1.1-8

思路点拨　要求 $\sin A$ 的值，可以利用 $\angle A$ 构造 $Rt\triangle ABC$，再利用正弦的定义求 $\sin A$，也可以利用关系式 $\sin^2A+\cos^2A=1$，由 $\cos A$ 的值求出 $\sin A$.

解：解法一　构造 $Rt\triangle ABC$，使 $\angle C=90°$（如图 1.1-8）

∵　$\cos A=\frac{5}{13}$，∴　设 $AC=5k$，$AB=13k$；

$\therefore\quad BC=\sqrt{AB^2-AC^2}=12k$,

$\therefore\quad \sin A=\dfrac{BC}{AB}=\dfrac{12k}{13k}=\dfrac{12}{13}$.

解法二 $\because\quad \sin^2A+\cos^2A=1$,

$\therefore\quad \sin^2A=1-\cos^2A$,又 A 为锐角,则 $0<\sin A<1$.

$\therefore\quad \sin A=\sqrt{1-\cos^2A}=\sqrt{1-\left(\dfrac{5}{13}\right)^2}=\dfrac{12}{13}$.

误点剖析 把平方关系错写成 $\sin A=\sqrt{1-\cos A}$,或 $\sin A=1-\cos^2A$.

评注:(1)上述两种解法各有优点,第一种解法比较直观,第二种方法比较直接.究竟选择哪一种方法,看具体情况而定,今后熟练之后,尽量用解法二.

(2)一般情况下,由 $\sin^2A+\cos^2A=1$,我们应该得到 $\sin A=\pm\sqrt{1-\cos^2A}$,但注意到$\angle A$ 为锐角,才把 $-\sqrt{1-\cos^2A}$ 舍去,但今后学了其他角的三角函数后,要注意不要随意舍去.

试解相关题 4—1 已知:$\angle\alpha$ 为锐角,且 $\sin\alpha=\dfrac{8}{17}$,求 $\cos\alpha$.

【例 5】 (1)已知 $\sin A=\dfrac{8}{17}$,且 A 为锐角,求 $\tan A$ 的值;

(2)已知 $\tan B=\dfrac{1}{3}$,且 B 为锐角,求 $\cos B$ 的值.

思路点拨 **思路一**:可以利用已知三角函数的值构造直角三角形求解;

思路二:利用同角三角函数的关系式求解.

解法一:(1)作 Rt$\triangle ABC$,使$\angle C=90^\circ$(如图 1.1-9),设 $BC=8k$,$AB=17k$,则 $AC=\sqrt{(17k)^2-(8k)^2}=15k$. $\therefore\quad \tan A=\dfrac{BC}{AC}=\dfrac{8k}{15k}=\dfrac{8}{15}$.

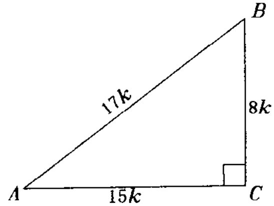


图 1.1-9

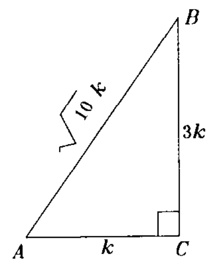


图 1.1-10

(2)在 Rt△ABC 中，$\angle C=90°$(如图 1.1-10)

设 $AC=k$，$BC=3k$，则 $AB=\sqrt{(3k)^2+k^2}=\sqrt{10}k$.

$\therefore\quad \cos B=\frac{BC}{AB}=\frac{3k}{\sqrt{10}k}=\frac{3\sqrt{10}}{10}$.

解法二：(1)由 $\sin^2A+\cos^2A=1$ 得

$\cos A=\sqrt{1-\sin^2A}$

$=\sqrt{1-\left(\frac{8}{17}\right)^2}=\frac{15}{17}$(负值已舍去).

$\therefore\quad \tan A=\frac{\sin A}{\cos A}=\frac{8}{15}$.

(2)$\because\quad \operatorname{tg}B=\frac{1}{3}$,

$\therefore\quad \cos B=\frac{\sin B}{\tan B}=\frac{3}{\sqrt{1^2+3^2}}=\frac{3}{\sqrt{10}}=\frac{3\sqrt{10}}{10}$.

误点剖析　在解法一中，直接由 $\sin A=\frac{8}{17}$，令 $AB=17$，$BC=8$. 由勾股定理求出 $AC=15$，虽然这样做得到的结果也是正确的，但直接令 $A=17$，$BC=8$ 还是不恰当的. $\because\quad \sin A=\frac{8}{17}$是指在直角三角形中$\angle A$ 的对边与斜边的比为$\frac{8}{17}$，并不是指对边为 8，斜边为 17.

在解法二中，易犯的错误是把平方关系和倒数关系记错. 公式用错导致结果出错.

评注：已知一个锐角的三角函数的值，求这个锐角的其他三角函数的值，一般有两种方法：一是构造一个直角三角形，应用三角函数定义，设出有关边的长，用勾股定理求出第三边的长，再用三角函数定义求出所要求的三角函数的值，如解法 1；二是应用同角三角函数的关系，如解法 2. 其中第(2)小题直接应用了下面的关系式：

若 $\tan A=\frac{a}{b}$，则 $\sin A=\frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}$，$\cos A=\frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}$.

同学们可作出图形，给出证明.

试解相关题 5—1　已知 α 为锐角，$\tan\alpha+\cot\alpha=\frac{4\sqrt{3}}{3}$. 求 $\tan\alpha$.

思路点拨　利用 $\tan\alpha\cdot\cot\alpha=1$. 构造二次方程解之.

4. 互为余角的三角函数间的关系

$\sin(90°-\alpha)=\cos\alpha$；$\cos(90°-\alpha)=\sin\alpha$；

$\tan(90^\circ-\alpha)=\cot\alpha$；$\cot(90^\circ-\alpha)=\tan\alpha$.

这些关系都可以从三角函数定义推出.三角函数表的结构正是利用这些关系列出的.

下面证明互余两角的正弦和余弦的关系，正切和余切的关系同理可证.

由图 1.1-11，可以发现，在 $Rt\triangle ABC$ 中，BC 边既是$\angle A$ 的对边，也是$\angle B$ 的邻边，AC 边既是$\angle A$ 的邻边，也是$\angle B$ 的对边，因此：$\sin A=\dfrac{BC}{AB}=\dfrac{a}{c}$，$\cos B=\dfrac{BC}{AB}=\dfrac{a}{c}$，即 $\sin A=\cos B$，同理 $\cos A=\sin B$.

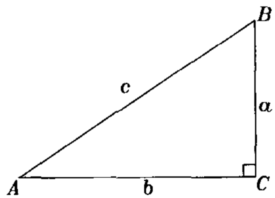


图 1.1-11

注意：∵　$\angle A+\angle B=90^\circ$，上面两式也可以写成 $\sin A=\cos(90^\circ-A)$、$\cos A=\sin(90^\circ-A)$.

一般地：对于任意两个锐角 α 和 β，若 $\alpha+\beta=90^\circ$，则 $\sin\alpha=\cos\beta$、$\cos\alpha=\sin\beta$，也可以写成，对于任意一个锐角 α 有：$\sin\alpha=\cos(90^\circ-\alpha)$、$\cos\alpha=\sin(90^\circ-\alpha)$.

【例 6】　(1)计算 $\sin50^\circ\cos40^\circ+\cos50^\circ\sin40^\circ$的值.

(2)计算：$\sqrt{\sin^2 30^\circ+\sin^2 45^\circ-2\cos60^\circ\cos45^\circ}$

思路点拨　(1)50°与 40°均非特殊角，无法直接求出它们的值，注意到 $50^\circ+40^\circ=90^\circ$，

∴　可以利用 $\sin50^\circ=\cos40^\circ$，$\cos50^\circ=\sin40^\circ$，把上式化简.

(2)利用 $\cos60^\circ=\sin30^\circ$，$\cos45^\circ=\sin45^\circ$，将原式化简.

解：(1)∵　$\sin50^\circ=\cos40^\circ$，$\cos50^\circ=\sin40^\circ$，

∴　原式$=\sin^2 50^\circ+\cos^2 50^\circ=1$.

(2)原式$=\sqrt{\sin^2 30^\circ+\sin^2 45^\circ-2\sin30^\circ\sin45^\circ}$

$=\sqrt{(\sin30^\circ-\sin45^\circ)}$

$=|\sin30^\circ-\sin45^\circ|$

$=\sin45^\circ-\sin30^\circ=\dfrac{\sqrt{2}-1}{2}$

误点剖析　这类题需综合运用正弦和余弦的两种关系，常见错误是误写成 $\sin50^\circ=\sin40^\circ$、$\cos50^\circ=\cos40^\circ$，或误写成 $\sin50^\circ=\cos(90^\circ-40^\circ)$、$\cos50^\circ=\sin(90^\circ-40^\circ)$.

评注：(1)互余两角的正余弦关系是从直角三角形中推导出来的，但不要错误地认为它只适用于同一直角三角形中的两个锐角，它对于