

裘宗沪 朱小音 编著

小学数学爱好者

专题讲座

● 从课堂到奥林匹克



开明出版社 · 九章出版社

小学数学爱好者

专题讲座

从课堂到奥林匹克

裘宗沪 朱小音 编著



开明出版社 九章出版社

(京)新登字 104 号

图书在版编目 (CIP) 数据

小学数学爱好者专题讲座: 从课堂

到奥林匹克/裘宗沪, 朱小音编著

北京: 开明出版社, 1998. 7

ISBN 7-80077-301-9/G · 225

I. 小… I. ①裘…②朱…

Ⅱ. 数学课-小学-课外读物 N. G623. 504

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (98) 第 20649 号

责任编辑/焦向英 鲍世宽

小学数学爱好者专题讲座

——从课堂到奥林匹克

裘宗沪 朱小音编著

出版/开明出版社

(北京海淀区西三环北路19号 邮编100081)

九章出版社

(台北市信义路三段147巷15弄5—1号7楼)

发行/新华书店北京发行所经销

印刷/廊坊人民印刷厂

大 32 开 印张 11.875 字数 294 千

北京 1998 年 7 月第 1 版 北京 2005 年 3 月 11 次印刷
130001-140000 册

书号/ISBN 7-80077-301-9/G · 225

定价/18.00元

前 言

本书是小学生课外活动的辅导教材。

我与魏有德和夏兴国两位先生合作，编写了《奥林匹克数学（小学）》。这是中国数学会普及工作委员会为小学、初中、高中的数学课外活动编写的一套教材中的一部分。经过四、五年的试用，听到了许多宝贵意见，在多次教学实践的基础上，改写成现在这册书，其中约有40%的内容是新写的。

书名《小学数学爱好者专题讲座》，表明主要读者对象是小学生中对数学有兴趣的同学。1994年10月29日，在中国教育报的头版上，我曾通过记者表达了一个愿望：中、小学数学课外活动参加者应是“有兴趣、有余力、自愿参加”。目前我国的数学教学大纲要求并不低，教材的内容偏多（尤其是小学）。如果没有兴趣，何必课外再多学。有兴趣，才能学好。在教学中，激发学生的学习兴趣是首要的，无论课内和课外，都应如此。目前小学生学习负担偏重是不争的事实，“有余力”就是希望课余时间较多、学有余力的同学，在课外再多学一点。本书以专题讲座形式出现，各讲基本独立，可以按照课余时间多少，选学其中几讲。对多数同学来说，不要每讲、每节都学。学就要学好，真正弄懂。请辅导教师注意掌握学习进度。

本书的副标题是“从课堂到奥林匹克”。本书有相当多内容对提高课堂学习有帮助，并且每一内容的起点力求大众化，由浅入深，使较多的同学能学懂和掌握。本书也

可作为小学数学奥林匹克的辅导教材，有相当多的典型例题，是为数学竞赛的参加者提供的，有些解法是新颖的，能帮助读者提高灵活运用知识的能力。本人曾为国内外许多小学数学竞赛出题，不少题目已收集在书中，作为例题或习题。这些题目都符合中国数学会普及工作委员会对小学数学竞赛命题的两条原则：“一、试题涉及的知识范围一定不超出现行的小学数学教学大纲；二、每一道题一定有一种简单的算术解法。”副标题还有另一含义：希望同学们在课堂学好的基础上，再去参加数学竞赛。

在重写此书时，仍保持以下特点：

一、“不超纲”。小学生学习数学，应以课堂学习为主，课外活动为辅。这本书是对课内的学习内容适当地加深和补充，进而启发和诱导小学生对知识的灵活运用。因此所涉及的知识范围不超出现行的小学教学大纲。只要把课堂上教师讲的内容学好，又善于思考，就可以较顺利地学习这本课外教材。

二、“不超前”。学习本书最好从五年级开始，每讲有三节，如果有老师讲解，每节大约要2~3学时。各讲前后顺序，大致与课堂教学进度保持一致，无须超前补充知识和方法，并且尽可能与课堂教学前后配合。

三、“少而精”。我力求把每一内容讲透，着重训练四则运算能力，解应用题的能力，适当讲解一些较有趣的课外题目，但决不把远离小学课本内容列入书中。我们并不要求小学生知道很多东西，只希望小学同学能真正学到一点有用的思路、方法和技巧。

四、“重在练习”。每一讲都有适量的练习题，还有一份测验题。每一例题，听老师讲解后，最好自己再重新算

一遍，只有多练，才能真正学到一些东西。有些题目是有难度的，反复练习，仔细体会，才能悟出其中要领。

本书共十二讲，第二、三、五讲是有关“和、差”的应用题，这是小学应用题的基础。第八至十二讲实质上都是讲解比例的运用，这是本书独具的特色，也是笔者特别用心之处。比例有广泛的应用，可是小学数学教学中似乎晚了一点，只学了一些概念，也过于简单，缺少实例增加感性认识。本书为此，作了一些补充，帮助同学增加灵活运用比例的能力。最后附上两份本人为香港小学生出的竞赛题，题目不难，可作为学生的练习。

本书重写得到许多朋友的鼓励。尤其是开明出版社焦向英社长和台湾九章出版社孙文先先生的大力支持。谨此深表感谢。此书将在海峡两岸出版，并在港澳地区发行。

本书仍有待充实完善，恳请各地富有教学经验和热心小学课外活动的老师们不吝指教。

裘宗沪

1998年7月

目 录

前 言

第一讲	算得好.....	1
	一、凑成容易算的数	1
	二、括号与分配律	5
	三、分数的计算	13
第二讲	和、差与倍数的应用题	24
	一、和差问题	24
	二、倍数问题	29
	三、盈不足问题	35
第三讲	鸡兔同笼	42
	一、基本问题	42
	二、“两数之差”的问题	48
	三、从“三”到“二”	54
第四讲	图形面积	61
	一、三角形的面积	62
	二、有关正方形的问题	67
	三、其他的面积	74
第五讲	平均	83
	一、一些简单的问题	84
	二、部分平均与全体平均	89

	三、从平均数求个别数	95
第六讲	整数问题	101
	一、整除	101
	二、分解质因数	110
	三、余数	117
第七讲	分析推理	128
	一、数字谜	128
	二、整数的推理问题	143
	三、真真假假	151
第八讲	工程问题	160
	一、两个人的问题	161
	二、多人的工程问题	168
	三、水管问题	175
第九讲	比和比例关系	185
	一、比和比的分配	185
	二、比的变化	194
	三、比例的其他问题	202
第十讲	百分数与配比	212
	一、商品的出售	212
	二、各种各样的问题	217
	三、浓度和配比	222
第十一讲	行程问题	230
	一、追及与相遇	231
	二、环形路上的行程问题	239
	三、稍复杂的问题	247
第十二讲	图解法及其他	258

一、图解法	258
二、抓住问题的实质	267
三、从算术到代数	276
附录	288
附录一	288
附录二	290
解答	296

第一讲 算得好

如果你想学好数学，首先要会算，而且要算得好，加、减、乘、除四则运算要熟练和准确，不但会笔算，还要会心算。心算是一种思维能力，心算好，脑子里能盘算的问题就多，随时随地都能想问题。这一讲所介绍的计算方法和提供的练习，对笔算有用，对心算更有用。

一、凑成容易算的数

日常的计算都是采用十进制的，如果在最后几位能出现一些“0”，那么四则运算就会方便些。

例 1 计算 $284+179$ 。

$$\begin{aligned}\text{解一: } & 284+179 \\ & =284+16+163 \\ & =300+163 \\ & =463.\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{解二: } & 284+179 \\ & =300-16+179 \\ & =300+179-16 \\ & =300+163 \\ & =463.\end{aligned}$$

对于 179，从凑成 200 来考虑，也能有类似于解一、解二的计算。

例 2 计算 $3.48-1.79$ 。

$$\text{解一: } 3.48-1.79$$

$$\begin{aligned}&=3.48-1.48-0.31\\&=2-0.31\\&=1.69.\end{aligned}$$

解二: $3.48-1.79$
 $=3.48-2+0.21$
 $=1.48+0.21$
 $=1.69.$

如果有几个数连加或连减, 它们的结果很接近整十、整百、整千、……可以连在一起先运算.

例 3 计算 $2273-655-348$.

解: $2273-655-348$
 $=2273-(655+348)$
 $=2273-1000-3$
 $=1270.$

当若干个比较接近的数相加时, 可以选择一个数(称为基准数)作为计算的基础.

例 4 计算 $347+358+352+349$.

解: $347+358+352+349$
 $=(350-3)+(350+8)+(350+2)+(350-1)$
 $=350\times 4+(8+2-3-1)$
 $=1400+6$
 $=1406.$

用整十、整百、整千……来代替很接近的数, 常常给计算带来方便.

例 5 计算 $599996+49997+3998+407+89$.

解: $599996+49997+3998+407+89$
 $=(600000-4)+(50000-3)+(4000-2)$

$$\begin{aligned}& + (400+7)+(90-1) \\& = 654490-4-3-2+7-1 \\& = 654487.\end{aligned}$$

加法有交换律、结合律，我们可以改变运算的顺序，凑成容易算的数，使计算简单方便。

例 6 计算 $387+1243+123+457$ 。

$$\begin{aligned}\text{解：} \quad & 387+1243+123+457 \\& = (387+123)+(1243+457) \\& = 510+1700 \\& = 2210.\end{aligned}$$

例 7 计算 $3253+1267-553+343$ 。

$$\begin{aligned}\text{解：} \quad & 3253+1267-553+343 \\& = (3253-553)+(1267+343) \\& = 2700+1610 \\& = 4310.\end{aligned}$$

当有多个数做加、减运算时，如果把一些数结合得好，就会使计算简便。因此，计算一个加、减项数较多的算式，需从头到尾地琢磨一下，是否可以通过前后次序的交换，把某些数结合在一起算，以简化计算。

例 8 计算 $2.19+6.48+0.51-1.38-5.48-0.62$ 。

$$\begin{aligned}\text{解：} \quad & 2.19+6.48+0.51-1.38-5.48-0.62 \\& = (2.19+0.51)+(6.48-5.48)-(1.38+0.62) \\& = 2.7+1-2 \\& = 1.7.\end{aligned}$$

例 9 计算 $100+99-98-97+96+95-94-93+\cdots$
 $+8+7-6-5+4+3-2-1$ 。

$$\text{解： 原式} = (100-98)+(99-97)+(96-94)+(95-93)$$

$$\begin{aligned}& +\cdots+(8-6)+(7-5)+(4-2)+(3-1) \\& =2\times 50 \\& =100.\end{aligned}$$

乘法也有交换律和结合律，类似于加法和减法，乘法和除法的混合运算也可以交换和结合。

例 10 计算 $0.125\times 2.5\times 5\times 64$ 。

$$\begin{aligned}\text{解: } & 0.125\times 2.5\times 5\times 64 \\& =0.125\times 2.5\times 5\times 8\times 4\times 2 \\& =(0.125\times 8)\times (2.5\times 4)\times (5\times 2) \\& =1\times 10\times 10 \\& =100.\end{aligned}$$

例 11 计算 $56\times 165\div 7\div 11$ 。

$$\begin{aligned}\text{解: } & 56\times 165\div 7\div 11 \\& =(56\div 7)\times (165\div 11) \\& =8\times 15 \\& =120.\end{aligned}$$

习 题 一

1. 计算下列各题：

- (1) $769+192$;
- (2) $3.569+0.438$;
- (3) $1997+348+96$;
- (4) $7.48+3.19+1.12+6.81$.

2. 计算下列各题：

- (1) $2259-1667$;
- (2) $4812-943+131$;
- (3) $6.9-4.91$;

(4) $16.28+5.395-1.18-4.305$.

3. 计算: $1992+1993+1994+1995+1996$.

4. 计算: $887+888+889+997+998+999$.

5. 计算下列各题:

(1) $7374+2547+2626+6753$;

(2) $8.92+6.53+4.55$;

(3) $176.2+348.3+424.7+252.5$;

(4) $204+576-125+196-176-75$;

(5) $71+72+73+\cdots+100-70-71-72-\cdots-98$;

(6) $100+99+98-97-96-95+\cdots+10+9+8-7-6-5+4+3+2-1$.

6. 计算下列各题:

(1) $4\times 257\times 25$;

(2) $38\times 25\times 6\times 5\times 22$;

(3) $2.31\times 0.2\div 0.11\div 0.4$;

(4) $12.21\times 14\div 3.7\div 3.5$.

二、括号与分配律

因为加法有结合律, “+”号后面添加括号, 就直接起结合作用, 括号内的运算符号都不变.

例 12 计算 $146+73+27$.

解:
$$\begin{aligned} &146+73+27 \\ &=146+(73+27) \\ &=146+100 \\ &=246. \end{aligned}$$

例 13 计算 $3.57+7.76-4.33$.

解:
$$\begin{aligned} &3.57+7.76-4.33 \\ &=3.57+(7.76-4.33) \\ &=3.57+3.43 \end{aligned}$$

$$=7.$$

当然，把“+”后面的括号去掉，括号内的运算符号也不改变.

例 14 计算 $6.93+(3.7-1.83)$.

$$\begin{aligned}\text{解: } & 6.93+(3.7-1.83) \\ & =6.93+3.7-1.83 \\ & =6.93-1.83+3.7 \\ & =5.1+3.7 \\ & =8.8.\end{aligned}$$

无论是结合，或者交换运算次序，目的是很明确的，就是为了给计算带来简便，否则就多此一举.

减法没有结合律，括号对减法就不一样了，在减号后面添括号，或者去掉括号，括号内的加、减符号都要改变，“+”号变成“-”号，“-”号变成“+”号.

例 15 计算 $8724-398+98$.

$$\begin{aligned}\text{解: } & 8724-398+98 \\ & =8724-(398-98) \\ & =8724-300 \\ & =8424.\end{aligned}$$

例 16 计算 $3.94-0.875-1.125$.

$$\begin{aligned}\text{解: } & 3.94-0.875-1.125 \\ & =3.94-(0.875+1.125) \\ & =3.94-2 \\ & =1.94.\end{aligned}$$

例 17 计算 $27.26-(4.5-2.84)$.

$$\begin{aligned}\text{解: } & 27.26-(4.5-2.84) \\ & =27.26-4.5+2.84\end{aligned}$$

$$=27.26+2.84-4.5$$

$$=30.1-4.5$$

$$=25.6.$$

例 18 计算 $121-68-85+53$.

$$\begin{aligned}\text{解: } & 121-68-85+53 \\ & =121-68-(85-53) \\ & =121-(68+32) \\ & =121-100 \\ & =21.\end{aligned}$$

从例 12 至例 18 只涉及到加和减,上了中学,学了负数,加法和减法可以统一成为同一类运算.因此加法的结合律能统一使用,只要合理地改变“+”与“-”.

乘法和加法一样,有结合律,因此,“ $\times$ ”号后面添括号,或去掉括号,括号内的“ $\times$ ”、“ $\div$ ”符号都不变.

(括号里不能有加减法.)

例 19 计算 $38 \times 25 \times 6$.

$$\begin{aligned}\text{解: } & 38 \times 25 \times 6 \\ & =19 \times 2 \times 25 \times 2 \times 3 \\ & =19 \times (2 \times 25 \times 2) \times 3 \\ & =19 \times 100 \times 3 \\ & =5700.\end{aligned}$$

例 20 计算 124×25 .

$$\begin{aligned}\text{解: } & 124 \times 25 \\ & =124 \times (100 \div 4) \\ & =124 \times 100 \div 4 \\ & =124 \div 4 \times 100 \\ & =3100.\end{aligned}$$

从上面的例子可以看出,乘以 0.25 可以用除以 4 来代替,这样做,常常使计算简捷.

例 21 计算 4.25×18 .

$$\begin{aligned}\text{解: } & 4.25 \times 18 \\ & = (4 + 0.25) \times 18 \\ & = 72 + 0.25 \times 18 \\ & = 72 + 18 \div 4 \\ & = 72 + 4.5 \\ & = 76.5.\end{aligned}$$

由此类推,乘以 0.5 可以用除以 2 来代替,乘以 0.125 可以用除以 8 来代替.

请同学们思考一下,乘以 2.5, 25, 乘以 1.25, 12.5, 125 如何做?

与减法一样,在“ $\div$ ”后面添括号或者去掉括号,括号内的乘、除符号就都要改变.“ $\times$ ”号变为“ $\div$ ”,“ $\div$ ”号变为“ $\times$ ”(括号里不能有加、减法).

例 22 计算 $8.4 \div 5 \div 6$.

$$\begin{aligned}\text{解: } & 8.4 \div 5 \div 6 \\ & = 8.4 \div (5 \times 6) \\ & = 8.4 \div 30 \\ & = 0.28.\end{aligned}$$

例 23 计算 $27000 \div 125$.

$$\begin{aligned}\text{解: } & 27000 \div 125 \\ & = 27000 \div (1000 \div 8) \\ & = 27000 \div 1000 \times 8 \\ & = 27 \times 8 \\ & = 216.\end{aligned}$$