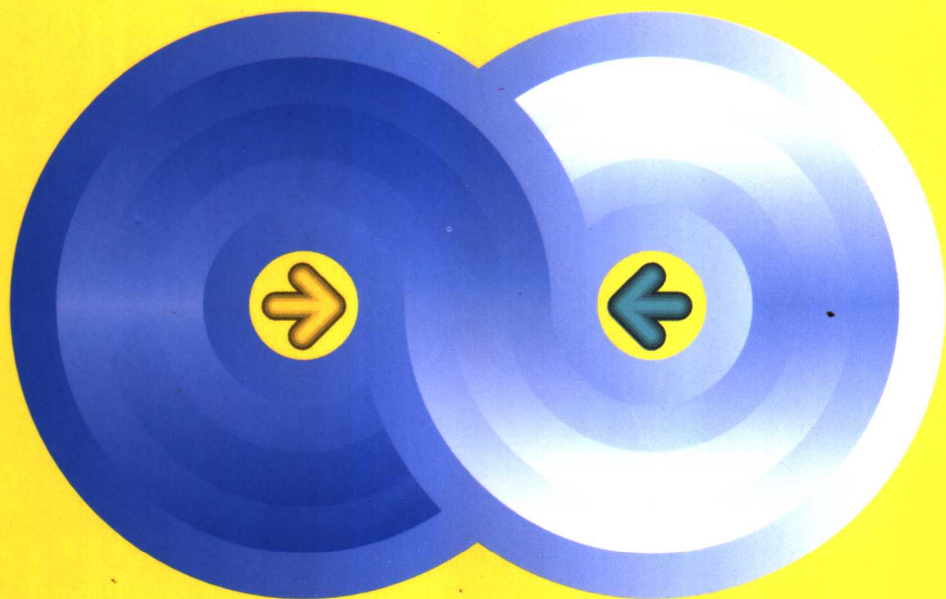


21世纪高等院校规划教材

流体力学

许贤良 王传礼 张军 朱增宝 编著



国防工业出版社
National Defense Industry Press

图书在版编目(CIP)数据

流体力学 / 许贤良等编著. —北京:国防工业出版社,
2006.1

21 世纪高等院校规划教材

ISBN 7-118-04264-1

I. 流... II. 许... III. 流体力学—高等学校—教材 IV. 035

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2005)第 145002 号

国防工业出版社 出版发行

(北京市海淀区紫竹院南路 23 号)

(邮政编码 100044)

天利华印刷装订有限公司印刷

新华书店经售

*

开本 787×1092 1/16 印张 10 228 千字

2006 年 1 月第 1 版 2006 年 1 月北京第 1 次印刷

印数:1—4000 册 定价:18.00 元

(本书如有印装错误,我社负责调换)

国防书店:(010)68428422

发行邮购:(010)68414474

发行传真:(010)68411535

发行业务:(010)68472764

前 言

本书根据机械类专业 40 学时的流体力学教学大纲要求及作者多年教学实践、经验和体会编写。

流体力学教材版本有四种类型:力学专业的流体力学,机械专业类的流体力学,水利船舶类的流体力学,液压专业类的流体力学。第一类流体力学偏重理论,称为理论流体力学,其余类型的流体力学着重工程应用,称为工程流体力学。本书定位工程流体力学,同时注意理论的严谨性,在编写时,参考了四种类型的多种版本的流体力学教材。

严格意义上的流体力学包括液体力学和气体力学,考虑到机械类专业的流体力学课时较少,本书略去了气体力学有关内容。因而在本书中默认流体为液体,考虑到液体力学称谓尚未得到认可,仍称之为流体力学。

在内容安排上本书有如下特点:①理论较强的流体力学,通常将流体运动学单列为一章,而应用型工程流体力学通常将之列为流体动力学基础章节的内容之一。考虑到流体运动学内容有其独立性,将之列入流体动力学章节会使该章节内容过多,因此,本书将流体运动学单列一章。②管中流动(流体阻力),孔口出流(流体的出流、孔口管嘴流)和缝隙流动部分内容通常被列为三个独立章节。考虑到圆管层流和缝隙流属于层流范畴,管中紊流、孔口管嘴流动及局部损失可列入紊流范畴,故将以上三部分内容分列为两章叙述(第五章、第六章)。③简单或复杂管路的压力损失包括沿程损失和局部损失,在没有介绍两种损失条件下,作管路损失计算,不符合认识和逻辑规律。本书将这部分内容单列一章,放在层流和紊流章节之后。④对于一些重要方程,本书先在直角坐标系中作出直观分析,再给出在圆柱和球面坐标系中的导出方法及结论,易于绝大多数读者接受和掌握,可供研究教学作参考。

本书共分七章:第一章,绪论,除介绍流体力学研究中的基本概念外,着重介绍了流体的主要物理特性,重点是黏性和可压缩性;第二章,流体静力学,介绍了流体静力学的基本概念、术语、基本理论及应用,讨论了流体的相对平衡及对壁面的作用力问题;第三章,流体运动学,介绍了流体运动学的研究方法、基本概念、术语,分析了流体相邻质点流体微团的运动、流体质点的加速度及连续方程;第四章,流体动力学基础,介绍了应力张量概念、理想流体运动微分方程和积分方程——Bernoulli 方程以及其他各种条件下的 Bernoulli 方程,列举了 Bernoulli 方程的应用,本部分内容构成了流体动力学的基础理论;第五章,圆管层流和缝隙流,介绍了层流和紊流概念,用不同方法对圆管层流、平行平面缝隙流及其他形式的缝隙流、放射流动和挤压流动作了分析和研究;第六章,圆管紊流和孔嘴流,介绍了紊流研究方法、圆管紊流沿程损失、管流局部损失、孔口和管嘴流动有关分析和计算;第七章,管路计算,介绍了不同管路流动参数计算方法及连续均匀出流管路和管路压力冲击

问题。为便于读者掌握流体力学基本理论和处理工程问题,每章附有小结和一定数量的习题。

本书分工如下:第一章~第三章,由许贤良教授编写,第四章由王传礼教授编写,第五章和第六章由张军教授编写,第七章及各章节习题由朱增宝副教授编写,许贤良教授负责全书统稿工作。在本书编写过程中,研究生邓海顺、宋艳亮、朱兵、周大鹏、袁桂峰和李宪华等做了大量事务性工作,浙江大学流体传动与控制国家重点实验室丁凡教授和安徽理工大学陈燎原教授审阅了初稿并提出若干改进意见,在此一并致谢。在本书出版过程中,也得到了安徽理工大学科技开发处的大力支持,在此表示真诚谢意。

因编者学识和水平所限,本书难免存在缺点和错误,热忱期望读者批评指正。

作 者

目 录

第一章 绪论	1
1.1 基本概念	1
1.2 流体的主要物理特性	2
1.3 流体力学的研究方法和数学方法	6
小结	8
习题	8
第二章 流体静力学	10
2.1 静压强、计量单位及测量基准	10
2.2 流体静力学基础理论	12
2.3 测压仪表、静力学基本方程的应用	16
2.4 液体的相对平衡	18
2.5 液体对壁面的作用力	21
2.6 物体浮沉简述	30
小结	31
习题	31
第三章 流体运动学	35
3.1 研究流体运动的方法	35
3.2 基本概念	37
3.3 连续方程	39
3.4 相邻点运动描述——流体微团运动分析	46
3.5 流体质点的加速度	51
3.6 速度势函数和平面流函数	55
小结	56
习题	57
第四章 流体动力学基础	59
4.1 作用在流体上的力和应力张量	59

4.2 理想流体的运动微分方程	61
4.3 理想的流体运动方程的积分——Bernoulli 方程	64
4.4 流速、流量仪表和 Bernoulli 方程应用	69
4.5 动量定理及应用	73
4.6 纳维 - 斯托克斯方程	77
小结	86
习题	87
第五章 圆管层流和缝隙流	90
5.1 层流、紊流和雷诺判据	90
5.2 圆管层流	91
5.3 平行平面缝隙流	95
5.4 倾斜平面间的缝隙流	100
5.5 环形缝隙流	102
5.6 平行圆盘缝隙流	106
5.7 球面缝隙流	109
5.8 椭圆管层流	112
小结	115
习题	116
第六章 圆管紊流和孔嘴流	119
6.1 圆管中的紊流	119
6.2 圆管紊流的沿程损失	123
6.3 管流局部损失	126
6.4 孔口流和管嘴流	129
小结	137
习题	137
第七章 管路计算	141
7.1 简单(串联)管路	141
7.2 复杂管路计算	144
7.3 连续均匀出流管路	145
7.4 压力管路中的水击现象	146
小结	150
习题	151
参考文献	153

第一章 绪 论

1.1 基 本 概 念

1. 流体(Fluid)

物质的自然存在形式有三种:固体、液体和气体。后两种形式的物质又称流体。流体是没有固定形状、容易迁移和变形的物质,在静止状态只能承受压力而不能承受拉应力和剪应力。运动的流体存在微小拉应力和剪应力是由于流体的分子相对运动引起的,而不是可以人为施加的。宏观平衡状态下的流体不能承受拉应力和剪应力,是流体区别于固体的根本标志。流体的这两个特点也简称为流体的易流动性,易流动性是流体命名的由来。

2. 流体力学(Hydromechanics)

流体力学源于古老的水力学。流体力学是一门基础性强、应用广泛的学科,是力学的一个分支,以受力而产生较大变形的流体为研究对象。主要研究流体与流体、流体与固体之间的相应作用力,也就是研究流体的机械运动规律。流体通常以水为代表,也称之为水力学。在流体力学发展史上,曾出现过理论流体力学和工程流体力学,前者偏重于数理分析,是连续介质力学的一个组成部分,属于基础学科范畴;后者着眼于工程应用,是工程力学的一个组成部分,属于应用学科范畴。由于学科和研究领域的差异,流体力学派生出液压流体力学、多相流体力学、渗流力学、黏性流体力学、非牛顿流体力学、计算流体力学等。不同类型的流体力学一般不涉及或很少涉及气体力学,可称为液体力学。但这种称谓并不被普遍认可。本书称之为流体力学,但不涉及气体内容。

3. 流体质点(Fluid particle)和连续介质(Coutinum)

流体是由分子组成的。从微观结构看,分子之间有比分子尺度大得多的空间(从宏观上看,自然甚小),这样,流体分子离散地、不连续地分布于流体所占有的空间并随时间不断变化着。

流体力学研究流体宏观运动,并不直接研究这些物质粒子本身的结构及运动,因而必须从流体的物理实体抽象出一种模型,使之便于研究分子集团宏观运动参数的平均统计值,以利于研究流体的宏观运动规律。这种模型就是流体质点和连续介质概念——流体力学研究中必须利用的理论模型。

流体质点的概念有如下含义:流体质点宏观尺寸充分小,微观尺寸足够大;宏观尺寸足够小的数学描述为:流体质点的宏观体积极限为零,即 $\lim \Delta V \rightarrow 0$;微观上足够大是说宏观尺寸趋向于零的流体质点的体积远远大于流体分子之间的间距,可容纳足够多的流体分子,是流体分子集团,个别分子运动参数的变化不影响这群分子运动参数的平均统计值;流体质点是流体的最小构成单元,流体质点之间无任何间隙。

由流体质点的性质,便引出连续介质的概念。流体是由无穷多个、无穷小的、紧密毗

邻、连绵不断的流体质点组成的绝无间隙的连续介质,简言之,流体由连续分布的质点构成,流体质点所在的空间也就相当于一个空间点。这样,流体质点的物理量就是流体所在空间点的连续函数。连续介质的概念来自数学上的要求,并且实验证明基于连续介质假设而建立起来的流体力学理论是正确的。

在流体力学中常用到的另一个概念是流体微团。它是流体中任意小的微元,包含了大量流体质点,当微元体积充分小并以某坐标点为极限时,流体微团就成为处于这个坐标点上的流体质点。流体微团的概念在流体力学中有着重要价值。

4. 理想流体(Ideal fluid)

理想流体是流体力学中的一个重要假设模型。实际流体分子之间是有引力的,引力又称内聚力,流体发生相对运动时必须先克服这种内聚力。如果流体分子之间不存在这种内聚力,则称为理想流体。理想流体事实上并不存在,但这种理论模型却有着重大的理论和实际价值。根据流体质点的概念,分子间无引力,则流体质点间无引力。理想流体是由无内聚力的流体质点构成的连续介质。

在实际流体中,水分子的内聚力很小,通常作为理想流体的模型。

1.2 流体的主要物理特性

1. 密度和重度

均质流体密度(Density)或流体平均密度 ρ 定义为单位体积的质量, $\rho = m/V$; 如果密度是变化的,流体密度是空间某点单位体积的平均质量, $\rho = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\Delta m}{\Delta V}$ (kg/m^3), 故密度 ρ 可表示为

$$\rho = \begin{cases} \frac{m}{V} \\ \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\Delta m}{\Delta V} = \frac{dm}{dV} \end{cases} \quad (1.2-1)$$

式中 $m, \Delta m$ ——质量(kg);
 $V, \Delta V$ ——体积(m^3)。

流体密度 ρ 为坐标 x, y, z 和时间 t 的函数, 即 $\rho = \rho(x, y, z, t)$, 则密度变化量为

$$d\rho = \frac{\partial \rho}{\partial x} dx + \frac{\partial \rho}{\partial y} dy + \frac{\partial \rho}{\partial z} dz + \frac{\partial \rho}{\partial t} dt \quad (1.2-2)$$

事实上, 密度 ρ 还随压力 p 和温度 T 而变化, 即 $\rho = \rho(p, T)$, 故在同一坐标点上因 p 和 T 引起的密度变化量为

$$d\rho = \frac{\partial \rho}{\partial p} dp + \frac{\partial \rho}{\partial T} dT \quad (1.2-3)$$

如果综合考虑多种因素, 则 $d\rho$ 为上两式之和。但在通常分析和研究中假定 $\rho = \text{const}$ 情况居多。流体重度(Weight) $\gamma (\text{N/m}^3)$ 与密度 ρ 定义类似, 有

$$\gamma = \begin{cases} \frac{G}{V} = \frac{mg}{V} = \rho g \\ \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\Delta G}{\Delta V} = \frac{dG}{dV} = \frac{(dm)g}{dV} = \rho g \end{cases} \quad (1.2-4)$$

式中 g ——重力加速度(m/s^2)。

若 γ 为坐标、时间、压力和温度的函数,即 $\gamma = \gamma(x, y, z, p, T, t)$, 则重度变化量为

$$d\gamma = \frac{\partial \gamma}{\partial x} dx + \frac{\partial \gamma}{\partial y} dy + \frac{\partial \gamma}{\partial z} dz + \frac{\partial \gamma}{\partial p} dp + \frac{\partial \gamma}{\partial T} dT + \frac{\partial \gamma}{\partial t} dt \quad (1.2-5)$$

2. 压缩性和膨胀性

压缩性(Compressibility)定义为流体的体积随压力的增大而变小的特性,可用压缩系数 k 或体积弹性模数 $\beta = 1/k$ 表示(图 1-1)。在温度 $T = \text{const}$ 时,液体的压强为 p_1 , 体积为 V_1 ; 当压强增大为 $p_2 = p_1 + \Delta p$ 时,体积由 V_1 减少到 $V_2 = V_1 - \Delta V$ 。 ΔV 大小正比于 V_1 和 Δp , 即 $\Delta V = k V_1 \Delta p$ 。考虑到 Δp 增大而 ΔV 减小, 并取 $V_1 = V$, 则有

$$k = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \left(- \frac{\Delta V}{V \Delta p} \right) = - \frac{1}{V} \frac{dV}{dp} \quad (\text{Pa}^{-1}) \quad (1.2-6)$$

式中 ΔV ——流体在压强增大 Δp 时的体积减少量, $\Delta V = V_1 - V_2$, V_1 为压强为 p_1 时流体的体积, V_2 为压强为 p_2 时流体的体积;

Δp ——压强增量, $\Delta p = p_2 - p_1$, p_1 、 p_2 分别为流体体积为 V_1 、 V_2 时的压力。

在后面可以看到,流体的体积不但与压强有关,而且与温度有关。强调 V_1 到 V_2 为等温条件是必要的, k 的大小表示流体被压缩的难易程度。对于不可压缩流体, $k = 0$ 。流体被压缩的难易程度还可以用 k 的倒数 $\beta = 1/k$ 表示为

$$\beta = \frac{1}{k} = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \left(- \frac{V \Delta p}{\Delta V} \right) = - V \frac{dp}{dV} = \rho \frac{dp}{d\rho} \quad (1.2-7)$$

膨胀性(Expansibility)通常称热膨胀性,是指在压强不变的情况下,流体体积随温度升高而变化的特性。可用膨胀系数 k_V ——单位温度的体积相对变化率表示(图 1-2)。在 $p = \text{const}$ 的条件下, $\Delta V \propto V \Delta T$, 故有

$$k_V = \lim_{\Delta T \rightarrow 0} \frac{1}{V} \frac{\Delta V}{\Delta T} = \frac{1}{V} \frac{dV}{dT} \quad (1.2-8)$$

式中 ΔT ——温度升高量, $\Delta T = T_2 - T_1 > 0$, 单位为 K 或 $^{\circ}\text{C}$;

ΔV ——体积增大量, $\Delta V = V_2 - V_1 > 0$, 单位为 m^3 。

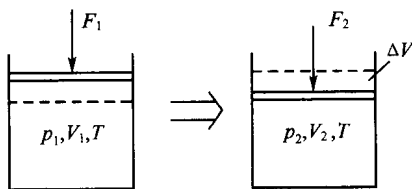


图 1-1 流体压缩性

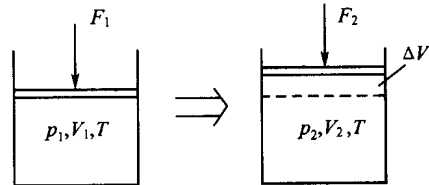


图 1-2 流体膨胀性

不可压缩流体同样是流体力学中的重要假设模型之一。为研究问题方便,规定等温条件下,压缩系数和体积膨胀系数等于零的流体为不可压缩流体。这种流体受压体积不减小,受热体积不膨胀,因而其密度恒为常量。

绝对不可压缩的流体并不存在。在通常情况下,忽略液体可压缩性。液体平衡和运动的绝大多数问题可用不可压缩流体理论解决,所得结果与实际情况比较接近。在水锤现象和液压冲击等研究中必须按可压缩流体来分析。

3. 黏性

黏性(Viscosity)是流体的又一重要特性。黏性是指发生相对运动时流体内部呈现内摩擦力特性。由于流体由分子构成,分子间有引力,发生相对运动必须克服分子间的阻力——内摩擦力或黏滞力。流体发生相对运动产生剪切变形,内摩擦力又称剪切应力。理想流体分子间无引力,故没有黏性。静止的流体因为没有相对运动而不表现出黏性。

1687年牛顿(Newton)提出了著名的一维黏性定律(图1-3),作用于平板上使之产生匀速运动(速度为 u_0)的力 F 的大小,与 u_0 和平板面积 A 成正比,与平板到固定壁面距离 h 成反比,即

$$F = \mu A \frac{u_0}{h} \Rightarrow \tau = \frac{F}{A} = \mu \frac{u_0}{h} \quad (1.2-9a)$$

对两层流体间的内摩擦力或剪应力(图1-3)可表示为

$$F = \mu A \frac{du}{dy} \Rightarrow \tau = \frac{F}{A} = \mu \frac{du}{dy} = \mu \frac{d\theta}{dt} \quad (1.2-9b)$$

式中 $\frac{du}{dy}$ ——速度梯度((m/s)/m);

$\frac{d\theta}{dt}$ ——剪切变形率(rad/s);

μ ——比例系数,即动力黏度系数,在 $du/dy=1$ 条件下, μ 的大小即单位面积上的内摩擦力,表征了流体黏性的动力学特性,故称动力黏度(Dynamic viscosity)。

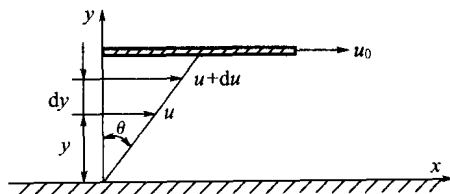


图1-3 黏滞现象

满足式(1.2-9b)的流体称为牛顿流体(Newtonian fluid),如油液和水为牛顿流体;反之称为非牛顿流体,如奶油、高分子聚合物和胶质体等。当 $\mu=0$ 时称为无黏性流体(理想流体),这种流体实际上是不存在的。水的黏性和可压缩性均很小,可视为理想流体。理想流体的研究在流体力学理论中占有重要的地位。

流体的黏性随温度和压力而变化,分别称为黏温特性和黏压特性,一般随温度升高而变小,随压力增大而变大,有如下公式,即

$$\mu_T = \mu_0 e^{-\lambda(T-T_0)} \quad (1.2-10)$$

式中 μ_T ——温度为 T 时的黏度, $20^\circ\text{C} < T \leq 80^\circ\text{C}$;

μ_0 ——温度为 T_0 时的黏度;

λ ——黏滞系数, $\lambda = \frac{\ln(\mu_{30}/\mu_{70})}{40} = \frac{\ln(\nu_{30}/\nu_{70})}{40}$ 。

$$\mu_p = \mu_0 e^{ap} \quad (1.2-11)$$

式中 μ_p ——压强为 p 时的黏度;
 μ_0 ——压强为一个大气压时的黏度;
 α ——黏压系数, $\alpha \approx 1/432$ 。

在流体力学中,尤其在理论分析中常把动力黏度 μ 和密度 ρ 的比值,称运动黏度,以 ν 表示为

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} \quad (\text{m}^2/\text{s}) \quad (1.2-12)$$

ν 本身没有物理意义。在工程中 m^2/s 单位过大,使用不便。常用单位为 St 和 cSt, $1\text{St} (\text{Stokes}) = 1\text{cm}^2/\text{s} = 10^{-4}\text{m}^2/\text{s}$, $1\text{cSt} = 0.01\text{St} = 1\text{mm}^2/\text{s} = 10^{-6}\text{m}^2/\text{s}$ 。油液的牌号是以 $T = 40^\circ\text{C}$ 时运动黏度 ν 的数学期望值命名的。如 20 号油液,在 40°C 时运动黏度的期望值为 20cSt。

由于 μ 或 ν 的测量困难,常用相对黏度表示液体的黏性。国内采用恩氏黏度 E (Engler Degrees)。恩氏黏度是指 200ml 的某温度下的液体从恩氏黏度计 ($d = 2.8\text{mm}$ 小孔) 流出的时间 t_1 , 与 200ml 的 20°C 蒸馏水流出恩氏黏度计的时间 t_2 的比值,即

$$E = \frac{t_1}{t_2} \quad (1.2-13)$$

E 与 ν 有如下关系,即

$$\nu = 7.31E - \frac{6.31}{E} \quad (\text{cSt}) \quad (1.2-14)$$

例 1 同心环形缝隙运动如图 1-4 所示,直径为 d 的轴回转角速度为 ω ,轴套长度为 L ,间隙为 δ ,油液黏度为 μ ,研究轴表面上的摩擦力、轴的摩擦矩和轴的摩擦功率。

解: 通常间隙 $\delta \ll d/2$, 速度分布近乎线性分布,按牛顿黏性定律,速度梯度

$$\frac{du}{dr} = \frac{u_0}{\delta} = \frac{r\omega}{\delta}$$

则摩擦力 F 为

$$F = \mu A \frac{u_0}{\delta} = u \times 2\pi r L \times \frac{r\omega}{\delta} = \frac{2\pi\mu r^2 \omega L}{\delta}$$

则摩擦矩 T 为

$$T = Fr = \frac{2\pi\mu r^3 \omega L}{\delta}$$

则摩擦功率 P 为

$$P = T\omega = \frac{2\pi\mu r^3 \omega^2 L}{\delta}$$

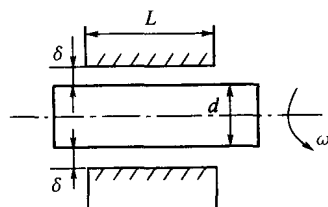


图 1-4 同心环形缝隙
中回转运动

例 2 直径为 d 、长为 L 的柱塞在缸体内作往复运动,运动方程为 $x = x_0 \sin \omega t$, ω 为频率,柱塞与缸体间隙为 δ ,试研究柱塞上的摩擦功率(图 1-5)。

解: 往复运动的柱塞摩擦功率 P 等于摩擦力 F 与运动速度 u 之积。根据运动方程,可求柱塞速度 u 为

$$u = \frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt}(x_0 \sin \omega t) = x_0 \omega \cos \omega t$$

柱塞上的摩擦力 F 为

$$F = \mu A \frac{u}{\delta} = \mu \times \pi d L \times \frac{x_0 \omega}{\delta} \cos \omega t$$

柱塞上的摩擦功率 P 为

$$P = Fu = \pi d L \mu \times \frac{x_0^2 \omega^2}{\delta} \cos^2 \omega t$$

例 3 半径为 R 的圆盘与平板间隙为 δ , 旋转角速度为 ω , 油液黏度为 μ , 试研究圆盘的摩擦力、摩擦力矩和摩擦功率(图 1-6)。

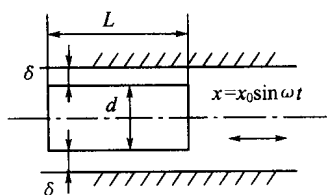


图 1-5 柱塞往复运动

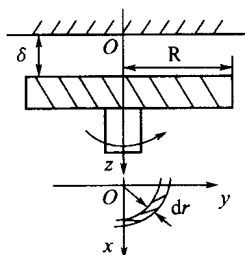


图 1-6 圆盘回转运动

解: 圆盘不同半径处线速度 $r\omega$ 不同, 速度梯度不同, 摩擦力也不同, 但在微小面积上可视为常量。在半径 r 处, 取增量 dr , 微面积 $dA = 2\pi r dr$, 则微面积 dA 上的摩擦力 dF 为

$$dF = \mu dA \frac{du}{dz} = 2\pi r \mu dr \frac{r\omega}{\delta}$$

积分上式则有

$$F = \int_0^R dF = 2\pi \mu \frac{\omega}{\delta} \int_0^R r^2 dr = \frac{2\pi \mu \omega}{3\delta} R^3$$

由 dF 可求 dA 上的摩擦力矩 dT 为

$$dT = r dF = \frac{2\pi \mu \omega}{\delta} r^3 dr$$

积分上式则有

$$T = \int_0^R dT = \int \frac{2\pi \mu \omega}{\delta} r^3 dr = \frac{\pi \mu R^4 \omega}{2\delta}$$

则摩擦功率 P 为

$$P = T\omega = \frac{\pi \mu R^4 \omega^2}{2\delta}$$

1.3 流体力学的研究方法和数学方法

解决流体力学的方法有实验、分析和数值计算三种。

1. 实验法

将实际流体问题概括为相似的实验模型, 在实验中观察现象、测定数据并按一定的方

法推测实际结果,与其他方法得到的结果作比较等。实验法的优点是,能直接解决生产中的复杂问题,并能发现新现象和新问题,它的结果可以作为检验其他方法是否正确的依据。这种方法的缺点是,对不同情况,需作不同的实验,所得结果的普遍适用性差。

2. 理论分析法

理论分析法是流体力学中的重要研究方法,根据所给问题的特点,找出主要因素,作出一定假设,抽象出数学模型,并根据初始条件和边界条件,运用数学工具寻求流体运动的普遍解。理论求解的结果尚需实验验证。理论分析法的优点是,明确给出各种物理量和运动参量之间的变化关系,有较好的普遍适用性。缺点是数学上的困难,能得出解析解的数量有限。

3. 数值算法

数值算法是 20 世纪中叶才出现的一种方法,是计算机数据处理技术和数值分析方法在流体力学中的应用。该法的大致步骤是对问题的数学模型的初始或边界条件作必要简化或改写,选择适当的数值分析方法将连续模型离散化,编制程序,输入数据,进行具体计算,将计算结果编制图表,并与其他方法得到的结果作比较。该法的优点是,对于许多分析法无法求解的问题,利用该法可得出它的数值解。由于计算机技术飞速发展和计算方法的改进,这种方法的作用将愈来愈大。该法的缺点是对复杂而又不够完善的数学模型,仍无能为力。

三种方法各有所长,也各有所短,但可互相补充。

4. 数学方法

流体力学的数学方法或数学工具为矢量分析和场论理论,这是理论分析中常用的方法。流体的宏观运动状态是用运动参量描述的,这些量有些是矢量,如速度、加速度、各种力等,有些是标量,如温度和密度等。按照连续介质概念,空间的每一个点都对应着一个流体质点,每个质点都对应着一组运动参量的确定值。这些参量在空间的分布和变化规律就构成物理场。如果参量是标量,则称数量场;如果是矢量,则称矢量场。例如,温度场、密度场等是数量场,而力场(含压力场)、速度场为矢量场。如果流体质点运动参数在各点的对应值不随时间而改变,则称该场为稳定场,否则称为不稳定场。

如果流体的运动参数为标量 H ,通常认为 H 是坐标 q_1, q_2, q_3 和时间 t 的函数,即 $H = H(q_1, q_2, q_3, t)$,则 dH 可一阶近似为

$$dH = \frac{\partial H}{\partial q_1} dq_1 + \frac{\partial H}{\partial q_2} dq_2 + \frac{\partial H}{\partial q_3} dq_3 + \frac{\partial H}{\partial t} dt \quad (1.3-1)$$

则有

$$\frac{dH}{dt} = \frac{\partial H}{\partial q_1} \frac{dq_1}{dt} + \frac{\partial H}{\partial q_2} \frac{dq_2}{dt} + \frac{\partial H}{\partial q_3} \frac{dq_3}{dt} + \frac{\partial H}{\partial t} \quad (1.3-2)$$

如果 H 是矢量,同样有

$$d\mathbf{H} = \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial q_1} dq_1 + \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial q_2} dq_2 + \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial q_3} dq_3 + \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} dt \quad (1.3-3)$$

$$\frac{d\mathbf{H}}{dt} = \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial q_1} \frac{dq_1}{dt} + \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial q_2} \frac{dq_2}{dt} + \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial q_3} \frac{dq_3}{dt} + \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} \quad (1.3-4)$$

式(1.3-2)和式(1.3-4)则描述了 H 、 $\mathbf{H}$ 随 q_1 、 q_2 、 q_3 和 t 的变化规律。对于稳定场(或运动参数), $\frac{\partial H}{\partial t} = 0$ 、 $\frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} = 0$ 。

场论理论在流体力学研究有着重要价值。

小 结

流体力学研究流体的宏观运动——流体微团运动或流体质点的运动。流体质点是体积充分小而分子数充分多的连续介质。要认真理解连续介质的重要概念。

流体物理特性最重要的是流体的黏性和可压缩性。流体的黏性主要理论是牛顿黏性定律 $\tau = \mu \frac{d\mu}{dy}$, 以及运动黏度、相对黏度、黏温特性和黏压特性。描述流体可压缩性的重要公式为 $k = -\frac{1}{V} \frac{dV}{dp}$ 以及 $\beta = \frac{1}{k} = -V \frac{dp}{dV} = \rho \frac{dp}{d\rho}$ 。

要注意根据 $\tau = \mu \frac{du}{dy}$ 和 $k = -\frac{1}{V} \frac{dV}{dp}$ 分析和解答有关计算问题。

习 题

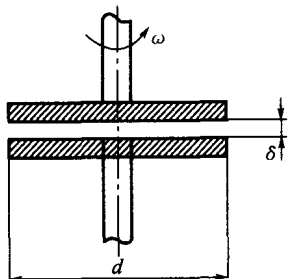
1.1 若某种牌号的汽油的重度 γ 为 7000N/m^3 , 求它的密度 ρ 。

1.2 已知水的密度 $\rho = 997.0\text{kg/m}^3$, 运动黏度 $\nu = 0.893 \times 10^{-6}\text{m}^2/\text{s}$, 求它的动力黏度 μ 。

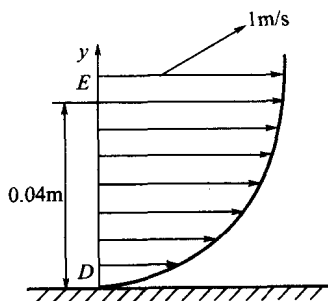
1.3 一块可动平板与另一块不动平板同时浸在某种液体中, 它们之间的距离为 0.5mm , 可动板若以 0.25m/s 的速度移动, 为了维持这个速度, 需要单位面积上的作用力为 2N/m^2 , 求这两块平板间流体的动力黏度 μ 。

1.4 如题 1.4 图所示, 上下两个平行的圆盘, 直径均为 d , 间隙厚度为 δ , 间隙中的液体动力黏度系数为 μ , 若下盘固定不动, 上盘以角速度 ω 旋转, 求所需力矩 T 的表达式。

1.5 如题 1.5 图所示, 水流在平板上运动, 靠近板壁附近的流速呈抛物线形分布, E 点为抛物线端点, E 点处 $du/dy = 0$, 水的运动黏度 $\nu = 1.0 \times 10^{-6}\text{m}^2/\text{s}$, 试求 $y = 0\text{cm}$, 2cm , 4cm 处的切应力(提示: 先设流速分布 $u = Ay^2 + By + C$, 利用给定的条件确定待定常数 A 、 B 、 C)。



题 1-4 图



题 1-5 图

1.6 某流体在圆筒形容器中。当压强为 $2 \times 10^6 \text{ N/m}^2$ 时, 体积为 995 cm^3 ; 当压强为 $1 \times 10^6 \text{ N/m}^2$ 时, 体积为 1000 cm^3 。求此流体的压缩系数 k 。

1.7 当压强增量为 50000 N/m^2 时, 某种液体的密度增长为 0.02% , 求此液体的体积弹性模数 β 。

第二章 流体静力学

流体静力学(Hydrostatics)研究静止或相对平衡的流体内部压强分布规律及相互作用力。

2.1 静压强、计量单位及测量基准

1. 静压强和压力

静止的流体无相互运动不表现出黏性,即不存在摩擦力(剪力)。只存在法向应力即压力(比压)。其大小用压强 p 来表示为

$$p = \begin{cases} F/A \\ \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta F}{\Delta A} = \frac{dF}{dA} \end{cases} \quad (2.1-1)$$

式中 $p = F/A$ ——平均压强;

A ——面积;

dA ——微面积;

F 和 dF ——相应面积上的力。

通常认为 F 和 dF 为矢量,则有

$$\mathbf{p} = -n p = \begin{cases} \mathbf{F}/A \\ \frac{d\mathbf{F}}{dA} \end{cases} \quad (2.1-2)$$

式(2.1-2)表示了压力与压强的关系,其中 n 表示压力作用方向的外法线方向上的单位矢量,“-”表示 $\mathbf{p}$ 与 n 方向相反。由于 $|\mathbf{p}| = p$,在实际应用中也不将两者严格区分开来。一旦判明压力方向,大小就用压强表示。本书中压力和压强为同一概念;涉及到力时,使用的术语为作用力、总作用力和总压力等。

在 $O-xyz$ 直角坐标系中, $\mathbf{p}$ 可用 x, y, z 向的压力来表示为

$$\mathbf{p} = p_x + p_y + p_z = i p_x + j p_y + k p_z \quad (2.1-3)$$

式中 p_x, p_y, p_z 为 $\mathbf{p}$ 在 x, y, z 向的压力分量,如图 2-1 所示。

流体静压力有两个重要特性:①流体静压强方向必然重合于受力面的内法线方向;
②一点的静压强在各方向等值,即 $p_x = p_y = p_z = p$ 。

对于①采用反证法:假定静压力不垂直于作用面,按矢量原理它必然可以分解为垂直于作用面和平行于作用面的两个力,后者即剪切摩擦力;这表明流体存在相对运动,与静止或平衡的约束条件相矛盾。

对于②等值性证明如下:取微四面体 $M-ABC$,如图 2-1 所示,记 ΔABC 、 ΔMBC 、

ΔMAC 、 ΔMAB 的面积依次为 ΔS 、 ΔS_x 、 ΔS_y 、 ΔS_z ，4 个面上的压强依次为 p 、 p_x 、 p_y 、 p_z ，四面体的三条边长 $MA = dx$ ， $MB = dy$ ， $MC = dz$ 。取 ΔABC 的高 CD ，连接 MD ，则 ΔCMD 为 $Rt\Delta$ 。 ΔABC 上的压强为 p (图 2-2)，法线方向为 n ，则作用力

$$F_n = p\Delta S = \frac{1}{2}p \cdot AB \cdot CD \quad (a)$$

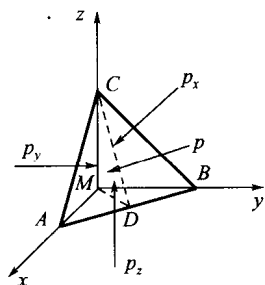


图 2-1 微四面体平衡

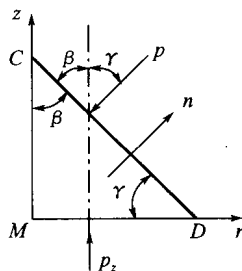


图 2-2 正向压力平衡

F_n 在 z 向的分量为 F_{nz} ，且

$$F_{nz} = F_n \cos \gamma = \frac{p}{2} AB \cdot CD \cos \gamma = \frac{p}{2} AB \cdot MD = p\Delta S_z \quad (b)$$

压强 p_z 在 z 方向的作用力为

$$F_z = \frac{p_z}{2} MA \cdot MB = \frac{p_z}{2} AB \cdot MD = p_z\Delta S_z \quad (c)$$

由于静止， z 向合力为零， F_{zn} 指向 z 轴，则有

$$p_z\Delta S_z - p\Delta S_z = 0 \Rightarrow p_z = p \quad (d)$$

同样可以证明

$$p = p_x, p = p_y \Rightarrow p_x = p_y = p_z = p \quad (e)$$

当微四面体充分小时，则 M 点的压强，即静止液体的一点的压强在各方向等值。压强为标量，静压强为空间坐标的函数，即 $p = p(x, y, z)$ 。 p 的全微分或某点附近的压力增量 dp 为

$$dp = \frac{\partial p}{\partial x} dx + \frac{\partial p}{\partial y} dy + \frac{\partial p}{\partial z} dz = \text{grad} p \cdot d\mathbf{r} = \nabla p \cdot d\mathbf{r} \quad (2.1-4)$$

式中 ∇p ——压强梯度， $\text{grad} p = \nabla p = i \frac{\partial p}{\partial x} + j \frac{\partial p}{\partial y} + k \frac{\partial p}{\partial z}$ ；

$d\mathbf{r}$ ——矢量增量， $d\mathbf{r} = i dx + j dy + k dz$ 。

2. 压力单位和测量基准——绝对压力、相对压力和真空度

在国际单位制中，压强的计量单位为 Pa (Pascal)， $1\text{Pa} = 1\text{N/m}^2$ ，其单位较小。工程上常用 MPa (10^6Pa) 作为计量单位，也可以用 bar (一个工程大气压， $1\text{bar} = 10^5\text{Pa}$) 作为计量单位。在水利学中因压力单位较小，也习惯用液柱高度表示压强，其关系为

$$h = p/\gamma \quad (2.1-5)$$

式中 γ ——液体的重度 (N/m^3)，常用的液体为水和水银；

h ——液柱高度，或液体的当量压强，或压强折算的液柱高度 (m)。