

江苏版课标本

龙门

学生专用版

新教案

在线课堂



八年级数学 (上)



● 丛书主编 周益新 ● 本册主编 陈 勇



龍門書局

www.Longmenbooks.com

龙门 新教案

● 责任编辑 谢磊 董淑朋

- | | |
|---------------------|------------------------|
| ● 七年级数学 (上) 人民教育版 | ● 七年级数学 (上) 华东师大版 |
| ● 七年级语文 (上) 人民教育版 | ● 八年级数学 (上) 华东师大版 |
| ● 七年级英语 (上) 人民教育版 | ● 九年级数学 (上) 华东师大版 |
| ● 八年级数学 (上) 人民教育版 | ● 七年级语文 (上) 江苏版 |
| ● 八年级物理 (上) 人民教育版 | ● 八年级语文 (上) 江苏版 |
| ● 八年级语文 (上) 人民教育版 | ● 九年级语文 (上) 江苏版 |
| ● 八年级英语 (上) 人民教育版 | ● 七年级数学 (上) 江苏版 |
| ● 九年级数学 (上) 人民教育版 | ● 八年级数学 (上) 江苏版 |
| ● 九年级物理 人民教育版 | ● 八年级物理 (上) 江苏版 |
| ● 九年级化学 (上) 人民教育版 | ● 八年级物理 (上) 上海科技版 |
| ● 九年级语文 (上) 人民教育版 | ● 九年级物理 上海科技版 |
| ● 九年级英语 (上) 人民教育版 | ● 九年级化学 (上) 上海教育版 |
| ● 七年级数学 (上) 北京师范大学版 | ● 七年级英语 (上) 译林+牛津版 |
| ● 八年级数学 (上) 北京师范大学版 | ● 八年级英语 (上) 译林+牛津版 |
| ● 九年级数学 (上) 北京师范大学版 | |
| ● 八年级物理 (上) 北京师范大学版 | |
| ● 九年级物理 (上) 北京师范大学版 | |

配备教师用书

ISBN 7-5088-1093-7



9 787508 810935 >

ISBN 7-5088-1093-7

定价: 17.50元

龙门

学生专用版

在线课堂

新教案

八年级数学(上)

(按江苏科学技术出版社课
程标准实验教材同步编写)

主 编 陈 勇
撰 稿

高传丰	宋 晔	邱若勇	顾 军	陈小华
汪丙军	蔡义阳	陈惠英	叶锦霞	胡文芳
杨益庆	江建龙	陈惠刚	叶斌林	袁胜平
顾菊波	吴利群	管忆情	胡志友	吴倩晓
石义武				

龙 门 书 局

北 京



策划者语

学会学习,轻松考高分



你会学习吗?

在学习中,你是否存在以下问题:

♪ 你上课会不会经常走神?老师讲课有些内容你没有听懂怎么办?

如果你上课经常走神,或者没有听懂老师的讲解,而你又不喜欢问老师问题,那你在学的过程中就会有不懂的问题。一个个不懂的问题积攒在一起,形成一片片知识空白。长此以往,你的成绩能提高吗?

因此,你需要一个能够像播放 DVD 一样将老师讲解再现的“纸上课堂”。

♪ 你在家学习,有问题不会怎么办?

老师不在身边,家长帮不上你的忙,问题不会,无处可问,成绩怎样,可想而知。

所以,你需要一个可以随时提问、不受约束的“便携式纸上教练”。

这些问题是大多数学生的通病,但正是它们导致你的成绩徘徊不前。我们策划这套书就是为了解决大家在学习中的这些问题——你可以在较短的时间内学得更多,记得更牢,练得更精。



如何利用本书迅速提高学习成绩?

本套丛书是专门为那些渴望成为优等生的同学设计的,它可以用于预习、上课、课后作业时。栏目设计新颖别致,有自己独特的功能,你在使用时一定要特别留心以下几个栏目:

问题探究

在新课标的新考试形势下,“着重考查学生运用知识分析和解决实际问题的能力”明确写入中高考考试大纲,研究性学习的内容成为考试热点。

为了从一开始就培养你的创新能力和研究性学习的能力,本书特别设计了“问题探究”这一栏目。学会如何思考、搜集信息、获得答案,应对考试不再困难。你可一定要特别注意哦!

教材全解

透彻理解教材的重要知识点,这是你解决一切问题的基础。千万不要教材知识点还没搞明白就去追难题!

这一部分就像老师上课一样,帮你透彻理解教材知识点,在此基础上匹配典型例题,加深你对该知识点的理解。老师还为你总结了方法技巧、易错误区等,然后通过一两题随堂练习,检测你是否真正掌握了该知识点。

主干知识梳理

中考试题链接

为了帮助你更好地复习应考,本书特别设计了“单元小结与复习”一节:

1. 所谓“磨刀不误砍柴工”,这就是说,如果你的刀快,那么砍起柴来肯定既多又快还省劲。可是如何让刀快呢?很简单,就是对教材中的各知识考点了然于心,面对考题也就能很快找对思路,难题也就迎刃而解。

“主干知识梳理”将各单元你最需要掌握的问题全部归纳在一起,尤其是在期中、期末复习时,只要你完全记在心里,相信你一定能取得满意的成绩!

2. 在你身边,肯定有很多同学把做题奉为取得好成绩的“法宝”。可是当你筋疲力尽地做了一天的题却发现毫无成效时,你一定很困惑吧?其实你是没有找到使用“法宝”的秘诀,练错了题,白做功!力气要花在刀刃上,这刀刃就是中考真题。

“中考试题链接”精选各地最新中考真题,帮助你在最短的时间内练到位,获得事半功倍的效果。只要你是聪明人,一定能品出其中的妙处!

“世上无难事,只怕有心人。”渴望成为优等生的你,一定要做生活的有心人,那么,开始行动起来吧!

目录

龙门新教案

八年级数学(上)

第一章

轴对称图形

第一节 轴对称与轴对称图形	1
第二节 轴对称的性质	4
第三节 设计轴对称图案	7
第四节 线段、角的轴对称性	10
第一讲 线段的轴对称性	10
第二讲 角的轴对称性	13
第五节 等腰三角形的轴对称性	16
第一讲 等腰三角形的性质	16
第二讲 等腰三角形的判定	19
第三讲 等边三角形	22
第六节 等腰梯形的轴对称性	25
第七节 单元小结与复习	28
第八节 创新能力综合测试	31

第二章

勾股定理与平方根

第一节 勾股定理	33
第二节 神秘的数组	36
第三节 平方根	39
第四节 立方根	42
第五节 实数	45
第六节 近似数与有效数字	48
第七节 勾股定理的应用	51
第八节 单元小结与复习	54
第九节 创新能力综合测试	57

第三章

中心对称图形(一)

第一节 图形的旋转	59
第二节 中心对称与中心对称图形	62
第三节 设计中心对称图案	65
第四节 平行四边形	68
第一讲 平行四边形的性质	68
第二讲 平行四边形的判定(一)	71
第三讲 平行四边形的判定(二)	74
第五节 矩形、菱形、正方形	77
第一讲 矩形的性质	77
第二讲 矩形的判定	80
第三讲 菱形的性质	83



第四讲	菱形的判定	86
第五讲	正方形的性质	89
第六讲	正方形的判定	92
第六节	三角形、梯形的中位线	95
第一讲	三角形的中位线	95
第二讲	梯形的中位线	98
第七节	单元小结与复习	101
第八节	创新能力综合测试	105

第四章

数量、位置的变化

第一节	数量的变化	107
第二节	位置的变化	110
第三节	平面直角坐标系	113
第一讲	平面直角坐标系(一)	113
第二讲	平面直角坐标系(二)	116
第四节	单元小结与复习	119
第五节	创新能力综合测试	122

第五章

一次函数

第一节	函数	124
第一讲	函数的意义	124
第二讲	函数的表示方法	127
第二节	一次函数	131
第三节	一次函数的图象	134
第四节	一次函数的应用	137
第五节	二元一次方程组的图象解法	140
第六节	单元小结与复习	143
第七节	创新能力综合测试	147

第六章

数据的集中程度

第一节	平均数	149
第二节	中位数与众数 用计算器求平均数	152
第三节	单元小结与复习	155
第四节	创新能力综合测试	158

附赠: 参考答案提示与点拨

第一章 轴对称图形

第一节 轴对称与轴对称图形

20 世纪著名数学家赫尔曼·外尔说：“对称是一种思想，通过它，人们毕生追求，并创造次序、美丽和完善……”初步掌握对称的奥妙，不仅可以帮助我们发现一些图形的特征，还可以使我们感受到自然界的美与和谐，并能够根据自己的设想创造出对称的作品，装点生活。

我们生活在图形的世界中，许多美丽的事物往往与图形的对称联系在一起，无论是随风起舞的风筝，凌空翱翔的飞机，还是中外各式风格的典型建筑，无论是艺术家的创造，还是日常生活中的图案的设计，都和对称密不可分。

问题探究

[问题 1]

(1)取一张质地较软、吸水性能好的纸，在纸的一侧滴一滴墨水，将纸迅速对折、压平，并用手指压出清晰的折痕，再将纸打开后铺平，观察所得到的图案(如图 1-1-1)。

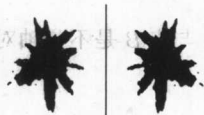


图 1-1-1



图 1-1-2

位于折痕两侧的墨迹图案彼此间的关系是_____。

(2)观察图 1-1-2 中的每组图案，你发现了什么？

[问题 2]

(1)观察图 1-1-3 中的图案，它们有什么共同特征？



图 1-1-3

(2)将一张纸对折后，用笔尖在纸上扎出如图 1-1-4 所示的图案，将纸打开后平铺，观察所得到的图案，它有什么特征？

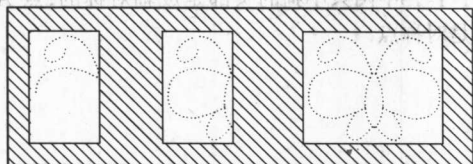


图 1-1-4

[思考猜想]

观察图形的特征，可以从形状、大小及沿着折痕对折是否能完全重合，猜想它们是哪一类对称的图案。

[探究点拨]

通过观察和操作，体会图形的特征，形成感性认识。

[发现规律]

将问题 1 每组图形中的两个图案的其中一个沿着某一直线折叠，它能与另一个图案完全重合；将问题 2 中的每一个图案沿某一直线折叠，直线两旁的部分能够互相重合。

教材全解

重点 1 轴对称

把一个图形沿着某一条直线折叠，如果它能够与另一个图形完全重合，那么称这两个图形关于这条直线对称，也称这两个图形成轴对称，这条直线叫做对称轴，两个图形中的对应点叫做对称点。

轴对称是指两个图形之间的形状与位置关系，它包含两层意思：(1)有两个图形，形状、大小完全相同；(2)重合的方式有限制，即它们的位置必须满足一个条件：把它们沿某一条直线折叠后能够完全重合。

[例 1] 如图 1-1-5 给出的每组图案中的两个图案是轴对称的吗？如果是，试着找出它们的对称轴，并找出一对对称点。



图 1-1-5

思路 根据轴对称的定义，观察各幅图形，若沿某一直线折叠后能够完全重合则成轴对称关系。

解：第(1)、(3)、(4)图案是轴对称的，而(2)中的两个图案却不是轴对称的，如图 1-1-5(4)，直线 l 为对称轴，点 A、点 B 为一组对称点。

请你仿照(4)分别作出(1)和(3)中的对称轴，并找出一对对称点，相信你能行的！

总结

判断两个图案是否成轴对称关系，一看图形的形状大小是否相同，二看图案各部分的方向是否相反，如本例中(2)的两个图案方向一致，则它们不是轴对称的，两个成轴对称的图案有无数对对称点。

随堂练习

1. 如图 1-1-6 所示的几组图形中_____项的右边图形与左边图形成轴对称。

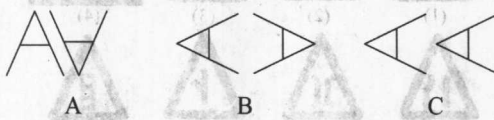


图 1-1-6



随堂练习

2. 图 1-1-7 所示的几组图形中, _____ 项的右边图形与左边图形成轴对称, 请在图中画出它的对称轴, 并找出它的一对对称点.

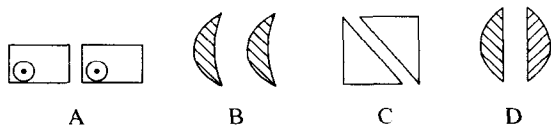


图 1-1-7

重点 2 轴对称图形

把一个图形沿着某一条直线折叠, 如果直线两旁的部分能够完全重合, 那么称这个图形是轴对称图形, 这条直线就是对称轴, 这时我们说这个图形关于这条直线对称.

(1) 轴对称图形是一个具有特殊特征的图形沿某一直线对折后能够完全重合, 即对称轴两旁的部分是全等形.

(2) 一个轴对称图形的对称轴可能不止一条.

轴对称和轴对称图形的区别与联系:

区别: ①轴对称是指两个图形的位置关系; 轴对称图形是指一个具有特殊特征的图形; ②轴对称是针对两个图形说的; 轴对称图形是针对一个图形说的.

联系: ①都是沿着某直线对折后能够完全重合; ②如果把轴对称的两个图形看作一个整体, 那么它就是一个轴对称图形; ③如果把轴对称图形沿对称轴分成两部分, 那么这两部分就是关于这条对称轴对称.

[例 2] 如图 1-1-8 是我国几家银行的标志, 图案中不是轴对称图形的是 ()



图 1-1-8

思路 判别一个图形是否是轴对称图形, 通常考虑将图形沿某一直线对折后, 直线两旁的部分能否完全重合, 如果重合则是轴对称图形, 如果它们无法重合, 则必不是轴对称图形. 当然, 所选取过的图形中间的直线从直观上不难确定出合适的一条或几条.

解: 观察上述四个选项中的图形, 不难知道图形 B 不是轴对称图形, 其他三个均是轴对称图形, 故可选 B.

题轴 根据轴对称图形的定义进行判断.

随堂练习

3. 观察图 1-1-9 中的各图, 判断它们是不是轴对称图形.

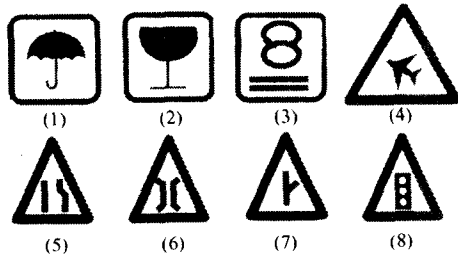


图 1-1-9

[例 3] 如图 1-1-10 所示, 各图形都是轴对称图形, 它们各有几条对称轴?

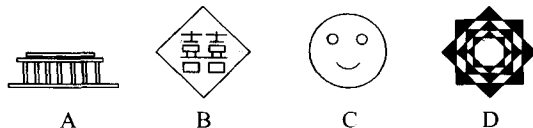


图 1-1-10

思路 观察图形沿哪些直线对折, 直线两旁的部分能够完全重合, 有多少条这样的直线就有多少条对称轴.

解: A、B、C 都只有一条对称轴, D 有 _____ 条对称轴.

题轴 对称轴的条数就是折叠线的条数.

随堂练习

4. 图 1-1-11 所示的图形都是轴对称图形, 请分别指出每个图形的对称轴的条数.

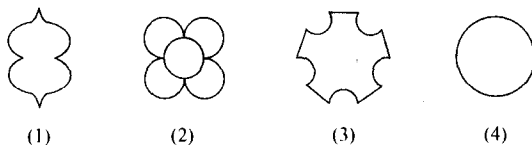


图 1-1-11

综合延伸

[例 4] 如图 1-1-12 所示, 试判断点 A 与点 B 是不是轴对称图形中的对称点.



图 1-1-12



图 1-1-13

思路 题目所给出的由两只小狗组成的图形不是轴对称图形, 但我们可以舍弃图中两只小狗的身体, 而只保留它们的头部, 这样形成的图形是轴对称图形, 在图 1-1-13 中, 对称轴是直线 l, 沿直线 l 将图形对折, 观察发现从而得出结论.

解: 图 1-1-12 中的两只小狗不是成轴对称的, 而在图 1-1-13 中两只小狗的头部是成轴对称的, 点 A 与点 B 是对称点.

心得笔记

[问题 1] (1) 两侧图案形状、大小完全相同, 沿折痕对折, 能完全重合

[例 3] 4

课后作业

班级_____ 姓名_____ 分数_____

[基础演练]

1. 图 1-1-14 所示图案是几种名车的标志:

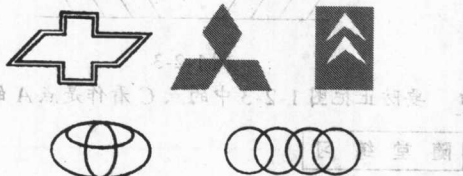


图 1-1-14

其中是轴对称图形的有

- A. 2 个 B. 3 个 C. 4 个 D. 5 个

2. 如图 1-1-15, 羊年话“羊”, “羊”字象征着美好和吉祥, 下列图案都与“羊”有关, 其中轴对称图形的个数是

- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

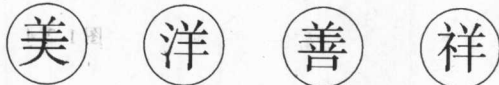


图 1-1-15

3. 图 1-1-16 是几个国家的国旗图案, 其中只有一条对称轴的有几个

- A. 2 B. 3 C. 4 D. 5



图 1-1-16

4. 在图 1-1-17 的图案中, 对称轴的条数相同的图案是

- A. ①② B. ②③ C. ①③ D. ①②③

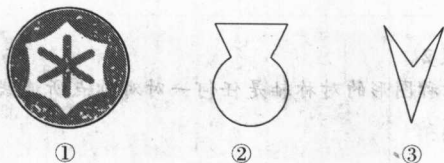


图 1-1-17

5. 在图 1-1-18 中, 对称轴多于一条的是



图 1-1-18

[综合测试]

6. 观察图 1-1-19 中的每个图形, 如果是轴对称图形或两个图形成轴对称的话, 请画出对称轴 (把所有的对称轴都画出来).



图 1-1-19

7. 图 1-1-20 的图形是轴对称图形吗? 如果是, 你能画出它们的对称轴吗?



图 1-1-20

8. 图 1-1-21 中有阴影的三角形与哪些三角形成轴对称? 整个图形是轴对称图形吗? 它共有几条对称轴?

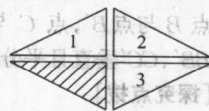


图 1-1-21

[探究升级]

9. 用若干根火柴棒可以摆出一些优美的图案. 如图 1-1-22 是用火柴棒摆出的一个图案, 此图案表示的含义可以是: 天平 (或公平).

请你用 5 根或 5 根以上火柴棒摆成一个轴对称图案, 并说明摆出的图案的含义.

图案:

含义:

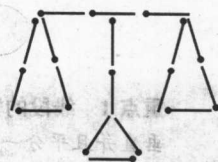


图 1-1-22

10. 图 1-1-23 中的图形都是生活中比较常见的符号, 请指出哪些是轴对称图形, 并说明这些图形表示的含义.



图 1-1-23

第二节 轴对称的性质

对称性在自然界中的存在是一个普遍的现象.99%的现代动物是左右对称祖先的后代;连海葵这种非左右对称动物的后代,也存在对称;对称性甚至在左右对称和非左右对称动物分化之前就已具有……在植物界,我们有多少次惊异于那些具有完美对称性的蕨类、树木的叶子和娇艳的花朵!如果没有对称性会是什么样子呢?如果人不是左右对称,只有一只眼睛、一只耳朵和半个脸……世界就不再更好了.

问题探究

[问题]

如图 1-2-1, $\triangle ABC$ 和 $\triangle A'B'C'$ 关于直线 MN 对称,点 A' 、 B' 、 C' 分别是点 A 、 B 、 C 的对称点,线段 AA' 、 BB' 、 CC' 与直线 MN 有什么关系?

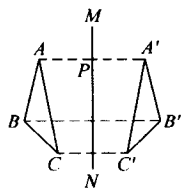


图 1-2-1

[思考猜想]

由轴对称的意义可知将 $\triangle ABC$ 和 $\triangle A'B'C'$ 沿直线 MN 折叠时,点 A 与点 A' ,点 B 与点 B' ,点 C 与点 C' 分别重合,猜想直线 MN 与 AA' 、 BB' 、 CC' 垂直且平分 AA' 、 BB' 、 CC' .

[探究点拨]

观察折叠过程中对应线段、角之间的关系寻求规律.

[发现规律]

图 1-2-1 中,点 A 、点 A' 是对称点,设 AA' 交对称轴 MN 于点 P ,将 $\triangle ABC$ 和 $\triangle A'B'C'$ 沿 MN 折叠后,点 A 与点 A' 重合.于是有 $PA = PA'$, $\angle MPA = \angle MP A' = 90^\circ$.对于其他的对应点,如点 B 、点 B' 、点 C 、点 C' 也有类似的情况.即对称轴所在直线经过对称点所连线段的_____,并且_____这条线段.

教材全解

重点 1 线段的垂直平分线

垂直并且平分一条线段的直线,叫做这条线段的垂直平分线.

轴对称的性质:

如果两个图形关于某条直线对称,那么对称轴是任何一对对应点所连线段的垂直平分线.
成轴对称的两个图形全等.

对称轴是任一对对应点所连线段的垂直平分线即对应点所连线段被对称轴垂直平分,它包含两层含义:一是对应点在对称轴的同一条垂线上;二是对应点到对称轴的距离相等.

[例 1] 如图 1-2-2 所示,八面彩旗构成了轴对称图形,请找出图形中与点 A 对应的点,用 A' 表示出来.

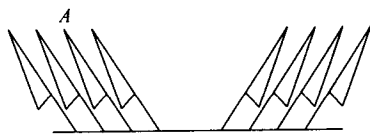


图 1-2-2

思路 可以画出这个图形的对称轴,利用图形轴对称的性质进行判断,也可以先凭观察得出初步结论,然后进行验证.

解: 如图 1-2-3 所示.

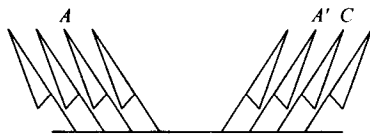


图 1-2-3

思路 要防止把图 1-2-3 中的点 C 看作是点 A 的对称点.

随堂练习

1. 如图 1-2-4, $\triangle ABC$ 和 $\triangle A'B'C'$ 关于直线 l 对称,根据图中的条件,求 $\angle A'B'C'$ 的度数和 AB 的长.

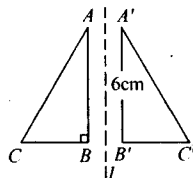


图 1-2-4

2. 如图 1-2-5, $\triangle ABC$ 和 $\triangle A'B'C'$ 关于直线 l 对称,这两个三角形全等吗?如果 $\triangle ABC \cong \triangle A'B'C'$,那么 $\triangle ABC$ 和 $\triangle A'B'C'$ 一定关于某条直线 l 对称吗?

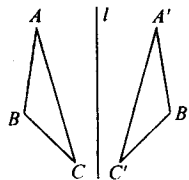


图 1-2-5

重点 2

轴对称图形的对称轴是任何一对对应点所连线段的垂直平分线.

[例 2] 用笔尖扎重叠的纸可以得到如图 1-2-6 所示的轴对称图形.

- (1) 找出它的四对对称点,并分别标明字母;
- (2) 找出图中的一对对应角,对应边;
- (3) 试用测量的方法验证对应边、对应角之间有何关系?
- (4) 对应点所连线段与对称轴关系如何?请说明.

思路 我们知道,用笔尖扎两张重叠的纸,展开后所得到的图案必关于折痕成轴对称,折痕为此轴对称

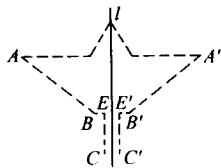


图 1-2-6

图形的对称轴,可用实线画出对称轴 l ,进而对应点、对应线段、对应角则显而易见,然后通过测量方法可得到轴对称图形的性质.

解:(1)四对对应点分别记为 A 与 A' , B 与 B' , C 与 C' , E 与 E' .

(2) $\angle A$ 与 $\angle A'$ 是一对对应角, AB 与 $A'B'$ 是一对对应线段.

(3)用量角器测得 $\angle A = 37^\circ$, $\angle A' = 37^\circ$,用刻度尺测量 $AB = 3\text{cm}$, $A'B' = 3\text{cm}$,由此可知轴对称图形的对应角相等,对应边相等,事实上也可直接由对折重合得到.

(4)用虚线连接对应点 A 、 A' ,也可由测量知 $AA' \perp l$,且被直线 l 平分.

随堂练习

3. 如图 1-2-7 所示的虚线中,哪些是图形的对称轴?

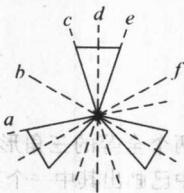


图 1-2-7

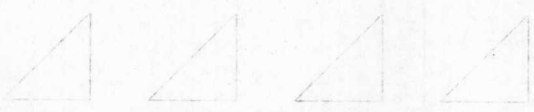


图 1-2-8

重点 3 作轴对称图形

几何图形都可以看作由点组成,我们只要分别作出这些点关于对称轴的对应点,再连结这些对应点,就可以得到原图形的轴对称图形;对于一些由直线、线段或射线组成的图形,只要作出图形中的一些特殊点(如线段端点)的对称点,连结这些对称点,就可以得到原图形的轴对称图形.

【例 3】如图 1-2-8,已知 $\triangle ABC$,直线 MN ,求作 $\triangle A'B'C'$,使 $\triangle A'B'C'$ 与 $\triangle ABC$ 关于 MN 对称.

思路 首先作出点 A 、 B 、 C 关于直线 MN 的对称点 A' 、 B' 、 C' ,使 MN 为 AA' 、 BB' 、 CC' 的垂直平分线,然后顺次连结 A' 、 B' 、 C' ,得 $\triangle A'B'C'$.

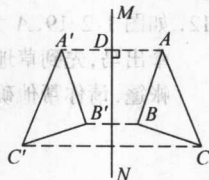


图 1-2-8

解:作法(1)作 $AD \perp MN$ 于 D ,延长 AD 至 A' ,使 $A'D = AD$,得点 A 的对称点 A' .

(2)同法作出点 B 、 C 关于 MN 的对称点 B' 、 C' .

(3)顺次连结 A' 、 B' 、 C' ,即 $\triangle A'B'C'$ 是所求的三角形.

总结

作轴对称图形的关键是作出这个图形中已知点关于已知直线的对称点,作对称点的方法是过已知点作已知直线的垂线并将垂线段延长一倍.若点在对称轴上,对称点是其本身.

随堂练习

4. 把图 1-2-9 中各图形补成关于 l 对称的图形.



图 1-2-9

综合延伸

【例 4】在旷野上,一个人骑着马从 A 到 B ,半路上他必须在河边饮马一次,如图 1-2-10,他应该怎样选择饮马地点 P ,才能使所走的路程 $PA + PB$ 最短呢?

思路

先把实际问题变成数学问题,即已知:直线 MN 和 MN 同侧两点 A 、 B ,求作点 P ,使 P 在直线 MN 上,并且 $PA + PB$ 最小,我们知道,两点之间,线段最短,要想 $PA + PB$ 值最小,可以把 $PA + PB$ 变成一条线段,为此可利用轴对称的性质,作出点 A 关于 MN 的对称点 A' ,连结 $A'B$ 交 MN 于 P ,则点 P 就是所求的点.

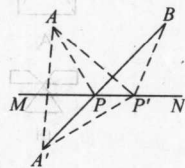


图 1-2-10

解:作法:(1)作点 A 关于直线 MN (河岸)的对称点 A' .
(2)连结 $A'B$ 交 MN 于点 P .

点 P 就是所求的点.

理由:在直线 MN 上另取一点 P' ,连结 AP 、 $A'P'$ 、 AP' 、 BP' ,因为直线 MN 是 A 、 A' 的对称轴,点 P 、 P' 在对称轴上.

$\therefore PA = P'A$, $P'A = P'A'$.

$\therefore PA + PB = PA' + PB = A'B$.

在 $\triangle A'BP'$ 中, $\therefore A'B < A'P' + P'B$,

$\therefore AP + PB < P'A + P'B$.

即 $AP + PB$ 最小.

总结

在直线上找一点,使它到直线同侧的距离之和最小的问题常作其中一点关于这条直线的对称点,另一点和这个对称点的连线与直线的交点即为所求.而在说明“最大”,“最小”这类问题时,常常采用另选一个量,通过与要说明的那个“最大”,“最小”的量进行比较.

心得笔记

【发现规律】中点,垂直于

【例 4】 $PA', P'A', <$

课后作业

班级_____ 姓名_____ 分数_____

[基础演练]

1. 线段 AB 和线段 $A'B'$ 关于直线 l 对称, 那么 AB _____ $A'B'$. (填“>”“=”“<”)
2. 在 $Rt\triangle ACB$ 中, $\angle A < \angle B$, CM 是斜边 AB 上的中线, 将 $\triangle ACM$ 沿直线 CM 折叠, 点 A 落在 D 处, 如果 CD 恰好与 AB 垂直, 那么 $\angle A$ 的度数是_____.
3. 已知互不平行的两条直线段 AB 、 $A'B'$ 关于直线 l 对称, AB 和 $A'B'$ 所在的直线交于点 P , 下列结论中: ① $AB = A'B'$; ② 点 P 在直线 l 上; ③ 若 A, A' 是对称点, 则 l 垂直平分线段 AA' ; ④ 若 B, B' 是对称点, 则 $PB = PB'$, 其中正确的结论有 ()
A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个
4. 如图 1-2-11 所示, 将代号为 A、B、C、D 的正方形沿图中的虚线剪开后, 拼成代号为甲、乙、丙、丁的四组图形, 试按照“哪个正方形剪开后得到的哪个轴对称图形”的对应关系填空:

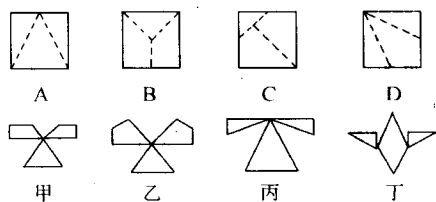


图 1-2-11

A 与 _____ 对应; B 与 _____ 对应; C 与 _____ 对应; D 与 _____ 对应.

5. 如图 1-2-12 所示, 适当标注字母, 然后用等式表示与 BC 相等的线段、与 $\angle BCD$ 相等的角以及 $\angle OBC$ 相等的角.



图 1-2-12

[综合测试]

6. 如图 1-2-13, $AB, C'B'$ 是两个以直线 MN 为对称轴的三角形的两边, 试画出完整的 $\triangle ABC$ 和 $\triangle A'B'C'$.

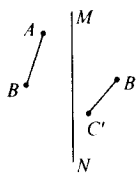


图 1-2-13

7. 如图 1-2-14, 矩形 $ABCD$ 沿着 AE 折叠, 使 D 点落在 BC 边上的 F 点处, 如果 $\angle BAF = 60^\circ$, 则 $\angle DAE$ 的度数是多少?

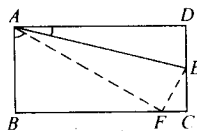


图 1-2-14

8. 如图 1-2-15 所示, 直线 l 是一个轴对称图形的对称轴, 画出这个图形关于直线 l 对称的另一半.

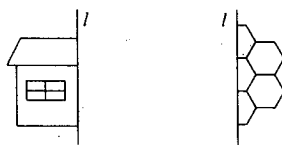


图 1-2-15

9. 在网格图 1-2-16 上给出一个轴对称图形的一半, 竖直且位于正中间的一条虚线是对称轴, 请画出这个图形的另一半.

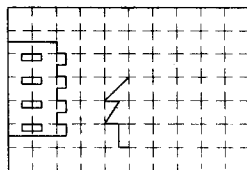


图 1-2-16

10. 两个全等的三角形, 可以拼出各种不同的图形, 图 1-2-17 中已画出其中一个三角形, 请你分别补画出另一个与其全等的三角形, 使每个图形分别成为不同的轴对称图形. (所画三角形可与原三角形部分重叠)

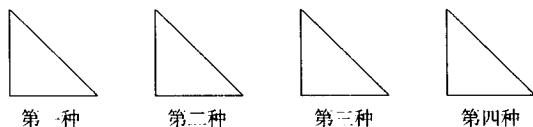


图 1-2-17

11. 如图 1-2-18, $MNPQ$ 是一张台球桌子, 桌子上球 A 与球 B 之间有其他球阻隔, 现要打 A 球, 经桌边 MN, NP 两次反弹再碰到球 B , 请你画出 A 球的行走路线.

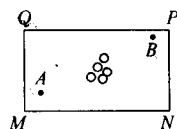


图 1-2-18

[探究升级]

12. 如图 1-2-19, A 为马厩, B 为帐篷, 牧马人某一天要从马厩牵出马, 先到草地边某一处牧马, 再到河边饮马, 然后回到帐篷. 请你帮他确定这一天的最短路线.

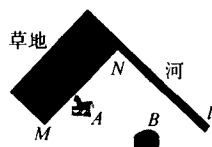


图 1-2-19

第三节 设计轴对称图案

中国的剪纸起源于汉代,至南北朝时已相当精熟.然而,真正繁盛却是在清朝中期以后,古老的剪纸艺术多在乡间盛行,以剪刀铰出为主,趣味浑朴天然,从事剪纸的都是农家妇女;剪纸进入城市后,市民情趣和生活理想都渗入剪纸艺术.其实剪纸就是利用轴对称性质设计出各种具有对称美的图案.如图1-3-1中的窗花很美吧.



图 1-3-1

问题探究

[问题]

取一张长 30cm,宽 6cm 的纸条,把它每 3cm 一段,一反一正像“手风琴”那样折叠起来,并在折叠好的纸上画出字母 E,用小刀把画出的字母 E 挖去,拉开“手风琴”,你就可以得到一条以字母 E 为图案的花边.(如图 1-3-2)



图 1-3-2

(1)在你所得的花边中,相邻两个图案的关系是_____,相间的两个图案的关系是_____.

(2)如果以相邻两个图案为一组,每组图案之间的关系是_____,三个图案为一组,每组图案之间的关系怎样?

[思考猜想]

一个平面图形连续作它的对称图形,得到的图形有什么特点?猜想它是一个轴对称图形或部分轴对称图形.

[探究点拨]

可以从分析图案形成的过程入手,当对称轴方向和位置发生变化时,一个图形的轴对称图形也会发生相应的变化.

[发现规律]

由一个平面图形可以得到它关于一条直线为对称轴的轴对称图形,这个图形与原图形的形状、大小完全一样,由此可以设计具有对称美的图案.

教材全解

重点 设计轴对称图案

利用轴对称性质可设计图案,具体作法是运用基本图案进行轴对称变换,关键是确定对称轴,然后作出基本图形的对称图形.对于美术图案,还可借助颜色“对称”设计出美观大方的图案.

一般利用轴对称设计图案的方法有:(1)对要求使用若干个指定的图形设计轴对称图形,设计时应广泛联想生活中的有关事物,并借助想像进行加工;(2)利用一个比较简单的轴对称

图形组成比较复杂的轴对称图形;(3)利用色彩设计轴对称图案.

[例 1] 如图 1-3-3 给出了一个图案的一半,其中的虚线是这个图案的对称轴,请画出这个图案的另一半,并涂上适当的阴影,说明你涂出的图案是什么?

思路 要作出这个图案的另一半,即作出各个顶点的对称点,这可联想轴对称性质的作图,其步骤是垂直——延长——相等.



图 1-3-3

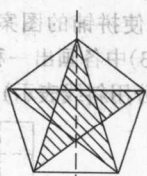


图 1-3-4

解:作出图案如图 1-3-4 所示,涂上适当的阴影可知它是一个五角星.

随堂练习

1. 如图 1-3-5 是未完成的上海大众汽车标志图案,该图案是以直线 l 为对称轴的轴对称图形,现已完成对称轴左边的部分,请你补全标志图案,画出对称轴右边的部分.

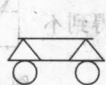


图 1-3-5

[例 2] 试用两条平行线,两个圆和两个等腰三角形设计一些具有轴对称特征的图案来.并说出你的设计意图.

思路 这是一个较为新颖的探究性活动,突破单纯的几何图案的拼接,以给定的图形: $=$, $\bigcirc$, $\triangle$ 为基本要素来构思出独特的而又有意义的图形,并写上一两句贴切、诙谐的解说词,解答这类题,重在图形有目的地组合,然后创意作图.

解:提供以下几种设计方案(如图 1-3-6):



辆小车



两盏电灯



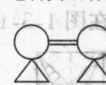
三毛他哥:“三毛,你在哪儿?”



一个外星人



奖牌



连接器

图 1-3-6

总结

本例答案不惟一,应充分发挥自己的想象力,从而设计出新颖有创意的图案来.

随堂练习

2. 利用一条线段、一个圆、一个等边三角形设计轴对称图案.

[例3] 用四块如图 1-3-7(1)所示的瓷砖拼铺成一个正方形的地板,使拼铺的图案成轴对称图形,请在图 1-3-7(2)、图 1-3-7(3)中各画出一一种拼法.(要求:拼法各不相同,所画图案阴影部分用斜线表示)

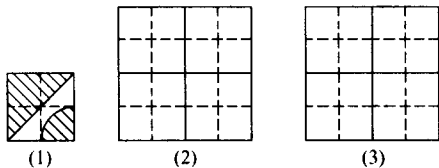


图 1-3-7

思路 要想使整个图形成轴对称图形,首先必须确定对称轴,然后根据轴对称的性质设计拼法.

解: 如图 1-3-8 所示,画其中任意两种均可.

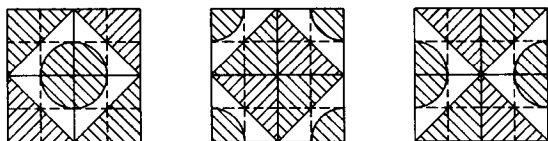


图 1-3-8

思路 先拼第一块,再根据选定的对称轴依次拼第二块,第三块和第四块,一般拼法不惟一.

随堂练习

3. 用轴对称设计图案.(如图 1-3-9)

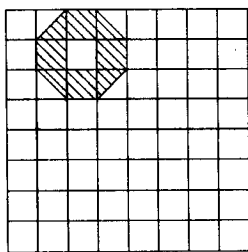


图 1-3-9

[例4] (1)制作 4 张如图 1-3-10 的正方形纸片;
(2)将制作好的 4 张纸片拼合在一起,能得到不同的图案,请考虑色彩因素,拼出不同的图案.



图 1-3-10

思路 确定对称轴,可选择多种拼图的方法.

解: 拼成的图案如图 1-3-11 所示.

请在图 1-3-11(3)中画出你的拼图方案_____.

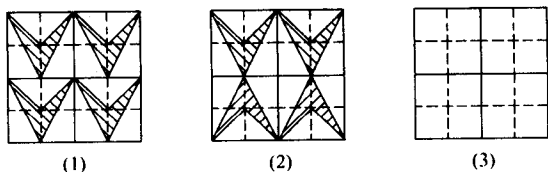


图 1-3-11

随堂练习

4. 由 16 个相同的小正方形拼成的正方形网格,现将其中的两个小正方形涂黑(如图 1-3-12),请你用两种不同的方法分别在图中再将两个空白的小正方形涂黑,使它成为轴对称图形.

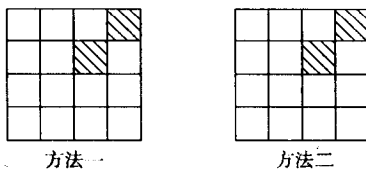


图 1-3-12

创新探究

[例5] 在商标、衣料图案和众多的日用品上,我们可以看到丰富多彩的装饰图案,仔细观察这些装饰图案,你会发现其中有许多轴对称图形.请你来设计如图 1-3-13 的图案.

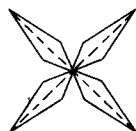


图 1-3-13

思路 我们可以看出这是个轴对称图形,有四条对称轴.

解: 请准备一张正方形纸片,按照图 1-3-14 的 5 个步骤一起来画.

- (1) 在正方形纸片上画出四条对称轴;
- (2) 在其中一个三角形中,如图 1-3-14(2),画出图形形状的基本线条(注意:不同的线条最终会得到不同的图案,你可以自己设计线条);
- (3) 按照其中一条斜的对称轴画出图 1-3-14(2)中图形的对称图形;

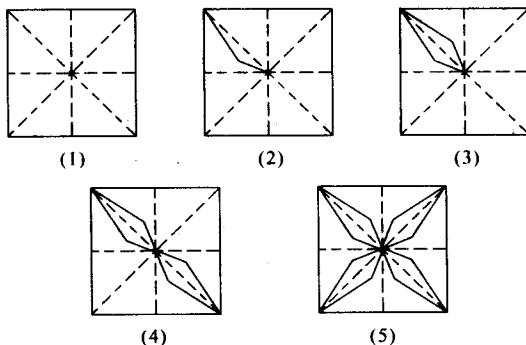


图 1-3-14

- (4) 按照另一条斜的对称轴画出图 1-3-14(3)中图形的对称图形;
- (5) 按照水平或竖直对称轴画出图 1-3-14(4)中图形的对称图形.

画好之后,你可以在图案上涂上你喜欢的颜色,擦掉其他的线条,一幅对称的图案就完成了.

思路 画轴对称图形,这只是图案设计的一种方法,我们以后还会接触更多的方法,当然如果我们懂得一些美术知识,就可以设计许多更漂亮的图案了.

思维笔记

[问题] (1)成轴对称,成轴对称 (2)成轴对称,成轴对称

[例4] 点拨:图 1-3-11(3)中的图案可以有多种.

课后作业

班级_____ 姓名_____ 分数_____

[基础演练]

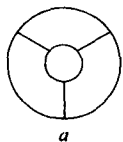
1. 图 1-3-15 所示是一轴对称图形的一半, 请你以虚线为对称轴徒手画出此图形的另一半.



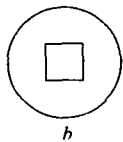
图 1-3-15

2. 世界因为有了圆的图案, 万物才显得富有生机. 图 1-3-16 是一些来自现实生活中的圆的图形, 它们看上去多么美丽与和谐啊!

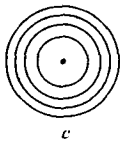
(1) 图 1-3-16 所示的 3 个图形中是轴对称图形的有_____;



汽车方向盘



铜钱

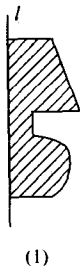


一石激起千层浪

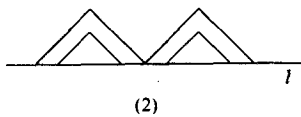
图 1-3-16

(2) 请你用同样大小的圆(数量不限), 设计一个美丽而又富有创意的轴对称图案.

3. 如图 1-3-17, 把下列图形补成关于 l 对称的图形, 看一看你得到了什么.



(1)



(2)



(3)

图 1-3-17

[综合测试]

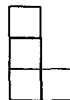
4. 如图 1-3-18 所示, 由小正方形组成的图形形状像英文字母中的“L”, 请你用三种方法分别在下图中画一个小正方形, 使它们分别成为轴对称图形.



甲



乙



丙

图 1-3-18

5. 自己选择几个汉字, 把它们写成轴对称图形.

6. 如图 1-3-19 是一块长方形空地, 要在空地上建一些正方形和圆形花坛, 并使整个图形成轴对称图形, 请在图中画出你的设计草图.

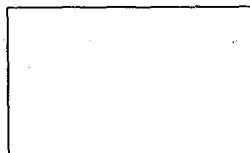


图 1-3-19

7. 用四个半圆设计几个轴对称图形, 并且为每个图形恰当地命名.

[探究升级]

8. 在如图 1-3-20 的“8×8”网格中, 将 16 个小方格分别涂成红、黄、蓝三色, 使它成为有 2 条对称轴的美术图案(颜色也成对称).

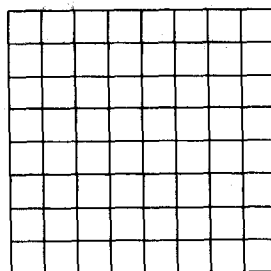


图 1-3-20

9. 某地一果农承包了一大片橙子林生产出优质的橙子, 并运销国外, 创造了一定的效益. 为了保护经济知识产权, 请你帮他设计一个商标, 要求成轴对称图形.

第四节 线段、角的轴对称性

第一讲 线段的轴对称性

如图 1-4-1, A、B、C 三点表示三个村庄,为了解决村民子女就近入学问题,计划建一所小学,要使学校到三个村庄的距离相等,请你当一回设计师,在图中确定学校的位置,你能办到吗? 说说你是怎样做的.

图 1-4-1

问题探究

[问题]

如图 1-4-2, 木条 l 与 AB 钉在一起, l 垂直平分 AB , $P_1, P_2, P_3, \dots$ 是 l 上的点, 分别量一量点 $P_1, P_2, P_3, \dots$ 到 A 与 B 的距离, 你有什么发现?

[思考猜想]

利用刻度尺或圆规度量后, 发现点 P_1, P_2, P_3 到 A 与 B 的距离分别相等. 猜想: 任意一点到 A, B 的距离是否分别相等.

[探究点拨]

将木条抽象为线段, 利用把线段 AB 沿直线 l 对折探究其结论.

[发现规律]

可以发现线段 P_1A 与 P_1B 、线段 P_2A 与 P_2B 、线段 P_3A 与 P_3B 、... 都是重合的, 因此 $P_1A = P_1B, P_2A = P_2B, P_3A = P_3B, \dots$

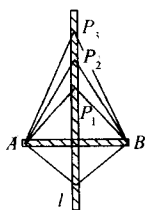


图 1-4-2

教材全解

重点 1 线段的轴对称性

线段是轴对称图形, 线段的垂直平分线是它的对称轴. 线段的垂直平分线上的点到线段两端的距离相等.

(1) 线段垂直平分线的性质是指线段垂直平分线上的每一点都满足“到线段的两个端点的距离相等”, 这个性质可作为说明两条线段相等的途径之一.

(2) 用几何语言叙述线段的垂直平分线的性质: (如图 1-4-3).

因为 MN 垂直平分线段 AB , P 在 MN 上, 所以 $PA = PB$.

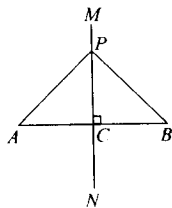


图 1-4-3

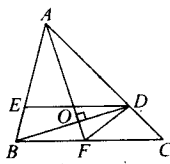


图 1-4-4

[例 1] 已知: 如图 1-4-4, $\triangle ABC$ 中, 点 D 在 AC 上, AF 垂直平分 BD , 交 BD 于 O , $DE \parallel BC$. 试说明 $\angle BDE = \angle BDF$.

思路 首先考虑 $\angle BDE, \angle BDF$ 与哪些角有关系, $\because DE \parallel BC$, 则 $\angle BDE = \angle DBF$. 故只需说明 $\angle DBF = \angle BDF$. 由 AF 垂直平分 BD 知 $FD = FB$, 易说明 $\text{Rt}\triangle FOB \cong \text{Rt}\triangle FOD$.

解: 根据“线段的垂直平分线上的点到线段两端的距离相等”,

$\therefore AF$ 垂直平分 BD .

$\therefore FB = FD$.

在 $\text{Rt}\triangle FOB$ 和 $\text{Rt}\triangle FOD$ 中,

$FB = FD, OF = OF$.

根据“HL”, 可以知道:

$\text{Rt}\triangle FOB \cong \text{Rt}\triangle FOD$.

$\therefore \angle FBD = \angle BDF$.

又 $DE \parallel BC, \therefore \angle BDE = \angle FBD$.

$\therefore \angle BDE = \angle BDF$.

题解 一般有线段垂直平分线上的点, 将这一点和线段的两个端点连结起来.

随堂练习

1. 如图 1-4-5 所示, $\triangle ABC$ 中, $AB = 10, BC$ 边的垂直平分线分别交 AB, BC 于点 $E, D, AC = 6$, 求 $\triangle ACE$ 的周长.

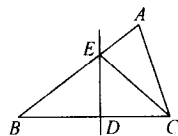


图 1-4-5

重点 2 线段垂直平分线的识别

到线段两端距离相等的点, 在这条线段的垂直平分线上.

若一点到线段 AB 两端点的距离相等, 则这一点在线段 AB 的垂直平分线上, 这样的点有无数个.

[例 2] 已知: 如图 1-4-6, $AB = AC, DB = DC, F$ 是 AD 的延长线上的点, 试说明 $BF = CF$.

思路 欲说明 $BF = CF$, 可通过说明 F 在 BC 的垂直平分线上而得到.

解: 连结 BC .

$\because AB = AC,$

$\therefore$ 点 A 在线段 BC 的_____上.

$\because BD = DC,$

$\therefore$ 点 D 在线段 BC 的_____上.

$\therefore$ 两点确定一条直线,

$\therefore AD$ 就是线段 BC 的垂直平分线.

$\because$ 点 F 在 AD 上,

$\therefore BF = CF$.

题解 若此题用三角形全等的方法, 必须说明两次三角形全等, 现在利用线段垂直平分线的性质来说明, 简化了解题过程.

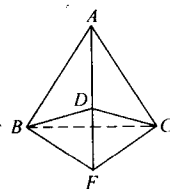


图 1-4-6

随堂练习

2. 如图 1-4-7, AD 为 $\triangle ABC$ 的角平分线, $DE \perp AB$ 于 E , $DF \perp AC$ 于 F , 试说明 E 、 F 关于 AD 对称.

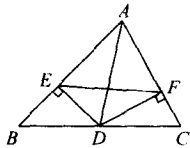


图 1-4-7

重点 3 线段的垂直平分线的集合定义

线段的垂直平分线是到线段两端距离相等的点的集合.

它有两层意思,即具有这种性质的点都在线段的垂直平分线上;反过来,在线段垂直平分线上的点都具有这种性质(到线段两端点距离相等).

[例 3] 已知:如图 1-4-8, $\triangle ABC$ 中你能找一点 P , 使它到三个顶点的距离相等吗?

思路 欲找一点 P 到 A 、 B 、 C 三点距离都相等, 根据垂直平分线的性质知, 这样的点 P 必在边 AB 、 BC 、 AC 的垂直平分线上, 于是问题转而说明三角形三边垂直平分线交于一点.

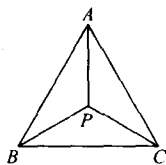


图 1-4-8

解: 如图 1-4-8, 设边 AB 、 BC 的垂直平分线交于点 P , 连结 PA 、 PB 、 PC .

根据“线段垂直平分线上的点和这条线段两个端点距离相等”, 因为 P 在线段 AB 的垂直平分线上,

$$\therefore PA = PB.$$

$\because P$ 在线段 BC 的垂直平分线上,

$$\therefore PB = PC.$$

$$\therefore PA = PC.$$

根据到线段两个端点距离相等的点在这条线段的垂直平分线上, 可以知道点 P 在线段 AC 的垂直平分线上.

即 $\triangle ABC$ 的三边垂直平分线相交于一点, 这一点到三个顶点的距离相等.

总结 求作到三角形三个顶点距离相等的点, 只需作两边的垂直平分线, 它们的交点即为所求.

随堂练习

3. 如图 1-4-9, 有一内地城市 W 和两个沿海小城市 Y 、 Z , 现国家决定在三个城市间建一个机场, 使得机场到 W 、 Y 两城市的距离相等, 而且使 Z 市到机场的距离最近, 试确定机场的位置.



图 1-4-9

问题研讨

[例 4] 数学课上, 老师出了这样一道题:

在等边三角形 ABC 所在的平面上找一点 P , 使 $\triangle PAB$ 、 $\triangle PBC$ 、 $\triangle PCA$ 都是等腰三角形, 问具有这种性质的点 P 共有多少个?

下面是几位同学的研讨过程:

甲生: 这样的点 P 只有一个, 如图 1-4-10, 作出 $\triangle ABC$ 三边的垂直平分线, 它们的交点就是点 P . 其理由是: 三角形三边垂直平分线相交于一点, 这一点到三角形顶点的距离分别相等.

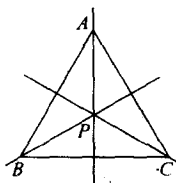


图 1-4-10

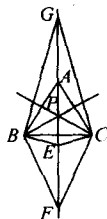


图 1-4-11

乙生: 这样的点应该有 4 个, 如图 1-4-11, 除了点 P 外, E 、 F 、 G 都是符合要求的点, 因为 E 、 F 、 G 分别满足 $AE = AB$, $BF = AB$, $AG = AB$, 且 E 、 F 、 G 在 BC 的垂直平分线上.

丙生: 我认为应该有 12 个, 因为图 1-4-11 中知道在 BC 的垂直平分线上满足条件的点有 4 个, 那么在 AB 及 AC 的垂直平分线上都应该有 4 个, 所以共有 12 个.

丁生: 我认为是 10 个, 因为小海在计算总数时, 把点 P 重复计算了三次, 所以总数为 $12 - 2 = 10$ (个).

诊断



心语笔记

[例 2] 垂直平分线, 垂直平分线

[例 4] 诊断: 这道题既考查了线段的垂直平分线性质的应用, 又考查学生动手能力和思维习惯, 四位同学都明确了问题的切入点, 但甲生和乙生都没有进行全面细致的思考, 造成了漏解, 丙生能细致深入地思考, 但计算时疏忽, 丁生的解答完全正确.