



根据新课标（陕西省2006年中考说明）编写

2006

中考零距离

新课程

中考导航

ZHONGKAO
LINGJU

中考命题组成员 编写

命题专家之作
传递中考信息
把握中考命脉
预测中考真题



西北大学出版社
陕西师范大学教科研中心



命题专家的话

——致广大考生

陕西省(课改实验区)2006年毕业学业考试

数学学科命题趋势及复习备考策略

陕西省(课改实验区)2006年初中毕业学业考试将遵循稳定、调整、创新的思路继续推进改革,命题的原则是:正确导向,重视基础,强调能力,全面考查,科学规范。坚持以学生发展为本的价值取向,在考查基础和基本技能的同时,强调能力立意,注意对学科的思维方法、科学素养的考查,注重体现人文精神。试题将进一步体现新课程倡导的“知识与技能,过程与方法,情感、价值观”三位一体的教育功能。注重对运用基础知识、基本技能分析问题和解决问题能力的考查;注重对实践能力、探究能力、和创新能力的考查。试题将注重体现人文精神,内容贴近学生生活、贴近社会实际和科技发展,反映人与自然、人与社会的关系,关注热点、焦点问题。注重学科内的综合,并适当体现学科间的综合。适当控制难度和区分度,减少题量,以给学生留有充分的思考时间和空间。

一、数学学业考试命题的基本指导思想

(1)数学学业考试要有利于引导和促进数学教学全面落实《课程标准》所设立的课程目标,有利于引导改善学生的数学学习方式,提高学生数学学习的效率,有利于高中阶段学校综合、有效地评价学生的数学学习状况。

(2)数学学业考试既要重视对学生学习数学知识与技能的评价,也要重视对学生在数学思考能力和解决问题能力等方面发展状况的评价。

(3)数学学业考试命题应当面向全体学生,根据学生的年龄特征、思维特点、数学背景和生活经验编制试题,使具有不同的认知特点、不同的数学发展程度的学生都能表现自己的数学学习状况,力求公正、客观、全面、准确地评价学生通过初中教育阶段的数学学习所获得的发展状况。

二、数学学业考试的基本要求

数学学科知识与方法的有效学习对学生的整体发展起着积极的促进作用,它可以使学生掌握生存、发展所必需的数学知识和方法,可以拥有从事探索性活动、解决问题活动的机会,发展自身的解决问题能力,可以帮助学生从数学的角度认识自然与社会,可以丰富学生的思维方式,提高学生的思维水平。按照《课程标准》的要求,9年级学生的数学学习成果应当主要体现在以下几个方面:

获得了在未来社会生活中所必备的数学知识、技能和方法;

能够初步运用数学的思维方式认识一些自然与社会现象,解决相应的问题;

能自主地从事一些数学探究活动,并能够在活动中有效地表达自己的思维过程,理解他人的观点;

能够形成一些基本的思维方式,具备一定的抽象思维水平等。

因此,数学学业考试的主要内容是《课程标准》中所规定的相应数学知识、技能、方法的状况,利用有关知





识解决问题的能力,从事基本的数学探究性活动的情况,以及相应的思维发展水平和特征,等等。

具体的考查内容主要包括以下几个方面:基础知识与基本技能;数学活动过程;数学思考;解决问题能力等。

三、备考复习建议

(1)构造知识系统,形成知识网络。新课程初中三年的学习是循环往复,等稳式上升的,这就需要梳理基础知识,形成知识网络,理清主干部分,确保基础知识、基本技能的考查不丢分。

(2)加强语言文字能力的知识和审题能力的训练。数学是一门科学,首先要学好这门科学的语言,要掌握这门科学的语言,更重要的是要学懂这门科学的文字;其次是要善于揣摩命题题意,一道试题是由考查目的、创设情境和提问角度三个要件构成,其中创设的情境和切入的角度是易见的,而考查的目的是隐蔽的,所以要在在这方面狠下功夫。

(3)要倡导有效的数学学习方式。数学学习的主要方式应由单纯的记忆、模仿和训练转变为自主探索、合作交流与实践创新,要在自主理解与探索的过程中真正理解与掌握基本的数学知识与技能、数学思想和方法,同时获得广泛的数学活动经验。

我们相信 2006 年中考零距离——《新课程中考导航》以具权威性、导向性、实用性会给全省广大考生传递更准确的命题信息,更高效实用的复习备考方法,更好的帮助学生提高中考成绩,最后命题专家及《中考零距离》策划组预祝广大考生中考圆满成功。





目 录



第一篇 中考连线

陕西省(课改实验区)2005 年中考试题分析	(1)
------------------------------	-----



第二篇 直击中考考点

第一部分 数与代数	(6)
一、数与式	(6)
(一)实数	(6)
(二)整式	(9)
(三)分式	(13)
综合预测训练	(17)
二、方程与不等式	(20)
(一)方程与方程根	(20)
(二)不等式和不等式组	(24)
综合预测训练	(28)
三、函数	(30)
(一)函数	(30)
(二)一次函数	(35)
(三)反比例函数	(39)
(四)二次函数	(43)
综合预测训练	(48)

数
学
目
录





第二部分 空间与图形	(52)
一、图形的认识	(52)
(一)点、线、面	(59)
(二)角	(62)
(三)相交线与平行线	(65)
(四)三角形	(68)
(五)四边形	(72)
(六)圆	(76)
(七)尺规作图	(81)
(八)视图与投影	(84)
综合预测训练	(88)
二、图形与变换	(91)
三、图形与坐标	(97)
四、图形与证明	(100)
第三部分 统计与概率	(104)
一、统计	(104)
二、概率	(107)
综合预测训练	(109)

**第三篇 中考预测大演练**

2006 年中考预测大演练(一)	(113)
2006 年中考预测大演练(二)	(119)
2006 年中考预测大演练(三)	(125)
附录:参考答案与提示	(131)



第一篇 中考连线

陕西省(课改实验区)2005年中考试题分析 及2006年中考命题预测训练

随着新一轮课程改革兴起和推进,我省的中考数学试题也发生了质的变化,2005年全省有11个省级实验区进入新课程的中考,2006年全省将有53个区县进入新课程的中考,基础教育将发生更大的变化。

2005年我省课改实验区数学学业考试试卷正在充分体现《数学课程标准》新的理念及要求,力求实现新的课程目标。数学试题比较好地发挥评价的导向功能和激励功能,使学生通过学业考试与评价能真正地了解自己的数学学习状况和水平,以实现三维课程目标。

一、对2005年陕西省课改实验区学业考试数学试题分析

1. 2005年新课程中考数学试题的总体印象

数学试题体现陕西省教育厅《关于2005年我省初中毕业生升学考试改革的指导意见》为指导;全面贯彻了教育部《数学课程标准》;比较好地体现新一轮课改精神,实现三维一体(知识与技能、过程与方法、情感态度价值观)的课程功能。具体的有:

(1)遵照义务教育阶段要面向全体学生,体现基础性、普及性和发展性,实现:

- 人人学有价值的数学;
- 人人都能获得必需的数学;
- 不同的人在教学上得到不同的发展。

(2)贯彻《数学课程标准》的具体目标要求,紧扣教材,全面考查基础知识和基本技能(双基)。

(3)考查学生通过义务教育阶段的数学学习,能够获得适应未来社会生活和进一步发展所必需的重要数学知识(包括数学事实、数学活动经验)以及基本的数学思想方法和必要的应用技能。

(4)依照数学教育的改革与发展,学生的数学学习内容应当是现实的、有意义的、富有挑战性的,这些内容要有利于学生主动地进行观察、实验、猜测、验证、推理、交流与反思等数学活动。初步学会运用数学的思维方式去观察、分析现实社会,去解决日常生活和其他学科学习中的问题,增强应用数学的意识。

(5)立足于转变学生的学习方式,动手实践、自主探索与合作交流是学生学习数学的重要方式。学生的数学学习活动应当是一个生动活泼、主动和富有个性化的过程。体会数学与自然及人类社会的密切联系,了解数学的价值,增进对数学的理解和学好数学的信心。

(6)具有初步的创新精神和实践能力,在情感态度和一般能力方面都能得到充分发展。

(7)主要目的是为了全面了解学生的数学学习历程,激励学生的学习和改进教师的教学。

2. 试题的基本特点

(1)重视知识与技能的考查,主要是学会发展。

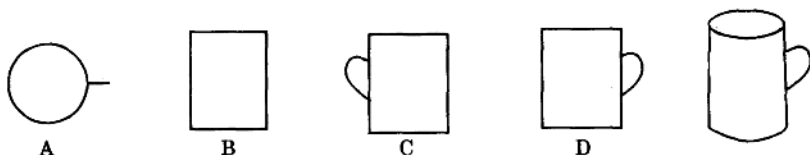
基础知识、基本技能和基本的数学思想方法是数学的核心内容,也是一个合格毕业生所必须掌握的内容。加强核心内容的考查,有利于学生的数学能力形成和发展。试题考查了一些重要的数学概念、公式、定理、法则、数与式的基本运算和变形以及几何图形的简单属性、空间观察。例如:第1、2、3、4、5、6、7、8、11、12、13、





14、15、17、18 题等. 其中考查学生对重要概念理解的试题有第 1、6、7 题; 考查学生基本运算能力的有第 3、11、12、17 题; 考查学生基本数学思想方法的有第 4、15 题; 考查学生对重要定理公式、空间观念、图形语言掌握的有第 5、13、14 题. 特别是下列试题:

1. 如图, 水杯的俯视图是().



(第 1 题图)

2. 下列计算正确的是().

- A. $-3+2=1$ B. $|-3|=-3$ C. $2^0=0$ D. $2 \times (-5)=-10$

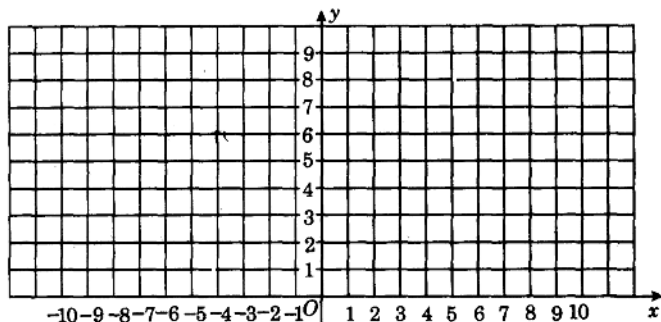
下题以学生熟悉的数轴为背景, 考查学生的基本概念掌握情况及判断能力.

18. 如图, 在直角坐标系中,

(1) 描出下列各点, 并将这些点用线段依次连接起来.

$(-5, 0), (-5, 4), (-8, 7), (-5, 6), (-2, 8), (-5, 4);$

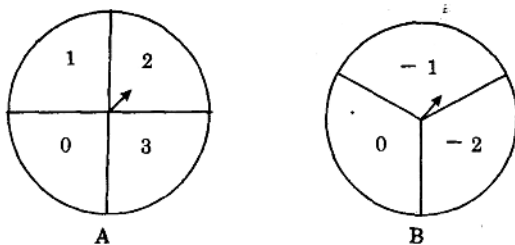
(2) 把(1)中的图案向右平移 10 个单位, 作出平移后的图案.



(第 18 题图)

22. 有两个可以自由转动的均匀转盘 A、B, 分别被分成 4 等份、3 等份, 并在每份内均标有数字, 如图所示.

王杨和刘菲同学用这两个转盘做游戏, 游戏规则如下:



(第 22 题图)

① 分别转动转盘 A 与 B;

② 两个转盘停止后, 将两个指针所指份内的数字相加(如果指针恰好停在等分线上, 那么重转一次, 直到指针指向某一份为止).

③ 如果和为 0, 王杨获胜; 否则刘菲获胜.

(1) 用列表法(或树状图)求王杨获胜的概率;



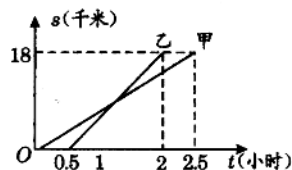
(2)你认为这个游戏对双方公平吗?请说明理由.

这道题以新增知识为主,强调基础知识和基本技能的运用.直角坐标系在新课程中有所加强,通过图形变换考查考生的基本知识的掌握、动手实践、灵活运用能力;第22题属于新增知识——概率的考查,主要考查基本知识掌握的情况;体现了在情境中有效地考查知识与技能掌握情况.

(2)注重考查学生从图、文与数据中获取信息、应用信息的能力.

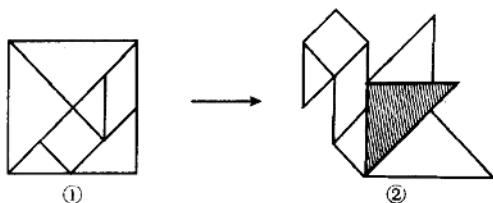
8. 甲、乙两同学从A地出发,骑自行车在同一条路上行驶到距A地18千米的B地,他们离出发地的距离 s (千米)和行驶时间 t (小时)之间的函数关系的图象如图所示.根据图中提供的信息,符合图象描述的说法是().

- A. 甲在行驶过程中休息了一会
B. 乙比甲先到达B地
C. 乙在行驶过程中没有追上甲
D. 甲的行驶速度比乙的行驶速度大



(第8题图)

10. 用边长为1的正方形纸板,制成一副七巧板(如图①),将它拼成“小天鹅”图案(如图②),其中阴影部分的面积为().



(第10题图)

- A. $\frac{3}{4}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{7}{16}$ D. $\frac{3}{8}$

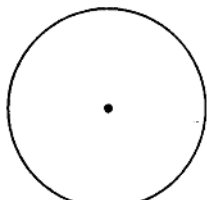
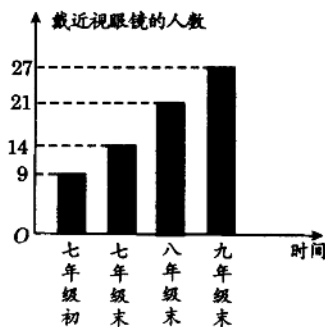
第8、10两题比较好地体现了新课程的精神,试题图、文并茂,学生感到熟悉又易于理解,判断过程反映了课程标准所倡导的数学活动方式——观察、实验、猜测、验证、推理.

19. 某校对某班45名学生初中三年中戴近视眼镜人数进行了跟踪调查,统计数据如图①所示.

(1)如果用整个圆代表该班人数,请在图②圆中画出该班七年级初戴近视眼镜人数和未戴近视眼镜人数的扇形统计图,并标出百分比;

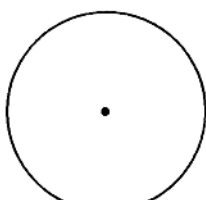
(2)如果用整个圆代表该班人数,请在图③圆中画出该班九年级末戴近视眼镜人数和未戴近视眼镜人数的扇形统计图,并标出百分比;

(3)今年,我省某区约有8000名九年级学生,如果这些学生中戴近视眼镜人数的百分率与这个班九年级末戴近视眼镜人数的百分率基本相同,请估计这8000名学生中戴近视眼镜的人数大约是多少?



七年级初戴和未戴近视眼镜人数分布统计图

③



九年级末戴和未戴近视眼镜人数分布统计图

④

(第19题图)





本题的背景材料来源于对西安市某一中学的调查统计. 让学生在情境中, 灵活运用统计基础的理解和技能, 通过统计图所提供的信息(数据和图), 正确地绘出扇形图, 考查学生的处理信息、应用信息以及分析和解决问题的能力.

(3) 联系生活实际与社会热点, 强化数学的应用意识.

9. 应中共中央总书记胡锦涛同志的邀请, 中国国民党主席连战先生、亲民党主席宋楚瑜先生分别从台湾来大陆参观访问, 先后来到西安, 都参观了新建成的“大唐芙蓉园”. 该园占地面积约为 $800\,000\text{ m}^2$, 若按比例尺 $1:2\,000$ 缩小后, 其面积大约相当于().

- A. 一个篮球场的面积
- B. 一张乒乓球台台面的面积
- C. 《陕西日报》的一个版面的面积
- D. 《数学》课本封面的面积

本题以连战、宋楚瑜访问大陆的社会热点问题为背景, 以参观我省新落成的代表性建筑“大唐芙蓉园”为载体, 考查学生从文字中获得信息, 进行分析估算的能力.

21. 某出版社出版一种适合中学生阅读的科普读物, 若该读物首次出版印刷的印数不少于 $5\,000$ 册时, 投入的成本与印数间的相应数据如下:

印数 x (册)	5 000	8 000	10 000	15 000	
成本 y (元)	28 500	36 000	41 000	53 500	

(1) 经过对上表中数据的探究, 发现这种读物的投入成本 y (元) 是印数 x (册) 的一次函数, 求这个一次函数的解析式(不要求写出 x 的取值范围);

(2) 如果出版社投入成本 48 000 元, 那么能印该读物多少册?

数学作为一种工具, 为解决生产、生活中的实际问题, 与其他学科的联系等方面的应用越来越紧密; 数学来源于生产、生活实际, 反过来又服务于生活. 每位学生要自己去寻找、收集这种联系实际的数学问题.

(4) 加强开放、探索, 培养学生的创新意识.

12. 选做题[要求在(1)、(2)中任选一题作答]

(1) 已知地球储水总量约为 $1.42 \times 10^{18}\text{ m}^3$, 而淡水总量仅占地球储水总量的 2.53% , 则地球上淡水总量用科学记数法表示约为 m^3 (用计算器计算).

(2) 用计算器比较大小: $\sqrt[3]{11}$ $\sqrt{5}$ (填“>”、“=”或“<”).

14. 观察下列等式:

$$1^2 + 2 \times 1 = 1 \times (1 + 2)$$

$$2^2 + 2 \times 2 = 2 \times (2 + 2)$$

$$3^2 + 2 \times 3 = 3 \times (3 + 2)$$

.....

则第 n 个等式可以表示为 _____.

第 12 题是一道选做题, 可以根据自己的兴趣和爱好任选其一题, 这也是今年的一个创举. 第 14 题是探究规律, 引导学生初步学会探索、创新.

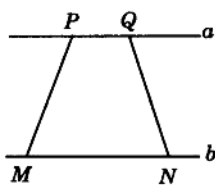
25. 已知: 直线 $a \parallel b$, P, Q 是直线 a 上的两点, M, N 是直线 b 上的两点.

(1) 如图①, 线段 PM, QN 夹在平行直线 a 和 b 之间, 四边形 $PMNQ$ 为等腰梯形, 其两腰 $PM = QN$.

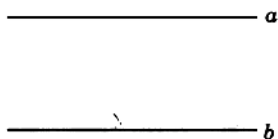
请你参照图①, 在图②中画出异于图①的一种图形, 使夹在平行直线 a 和 b 之间的两条线段相等.

(2) 我们继续探究, 发现用两条平行直线 a, b 去截一些我们学过的图形, 会有两条“曲线段相等”(曲线上两点和它们之间的部分叫做“曲线段”. 把经过全等变换后能重合的两条曲线段叫做“曲线段相等”).

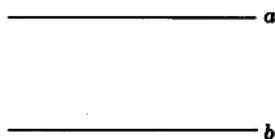




①

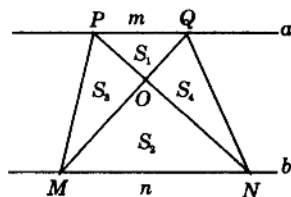


②



③

请在图③中画出一图形,使夹在平行直线 a 和 b 之间的两条曲线段相等. (3)如图④,若梯形 $PMNQ$ 是一块绿化地,梯形的上底 $PQ=m$,下底 $MN=n$,且 $m < n$.现计划把价格不同的两种花草种植在 S_1 、 S_2 、 S_3 、 S_4 四块地里,使得价格相同的花草不相邻.为了节省费用,园艺师应选择哪两块地种植价格较便宜的花草?请说明理由.



④

(第25题图)

此题是一个开放、探究、应用类试题,是以几何图形中的平行美、对称美、全等变换为背景,考查学生知识的迁移,及类比自主探究能力.第(1)问好上手,直接由“夹在两条平行线间的平行线段相等”或线段的对称性求得,有适度的开放,关注学生的个性差异、思维品质,此问易得分,有利于消除学生的紧张心理,使其发挥自己水平,展示自己才华;由第(1)问到(2)问过渡自然,铺垫合理,在认知上由“直”向“曲”上升发展,这一问只要曲线(图形)是轴对称图形,对称轴垂直于平行线中的一条,并且曲线(图形)与两条平行线有4个交点,或把夹在两条平行线间的一条曲线须通过平移即可求得,这两个问题思维空间开阔,探究过程宽泛,开放适度,体现公平性原则,考查了学生的知识迁移、类比及创造思维能力.

第(3)问是以实际问题中最值为背景,建立数学模型,通过对模型的分析,求解达到解决问题的目的.本小题是运用相似三角形性质、三角形面积、建立分式模型,通过分式减法运算比较大小来求解的一道综合性较强的试题,考查学生运用数学模型思想、解决实际问题的能力,增加环保意识,体现了新课标的三维一体数学目标,是整卷的一道靓丽的风景线.





第二篇 直击中考考点

第一部分 数与代数

一、数与式

(一) 实数

●说明全解

1. 有理数

数 (1)理解有理数的意义,能用数轴上的点表示有理数,会比较有理数的大小;借助数轴理解相反数和绝对值的意义,会求有理数的相反数和绝对值(绝对值符号内不含字母).

字 (2)理解乘方的意义,掌握有理数的加、减、乘、除、乘方及简单的混合运用(以三步为主);理解有理数的运算律,并能运用运算律简化运算.

(3)能用有理数的运算解决简单的问题.

(4)能对含有较大数字的信息作出合理的解释和推断.

2. 实数

直
击
中
考
考
点

(1)了解平方根、算术平方根、立方根的概念,会用根号表示数的平方根、算术平方根、立方根;了解开方与平方互为逆运算,会用平方运算求某些非负数的平方根,会用立方运算求某些数的立方根,会用计算器求平方根和立方根.

(2)了解无理数和实数的概念,知道实数与数轴上的点一一对应.

(3)能用有理数估计一个无理数的大致范围;了解近似数和有效数字的概念;在解决实际问题中能用计算器进行近似计算,并按问题的要求对结果取近似值.

(4)了解二次根式的概念及其加、减、乘、除运算法则,会用它们进行有关实数的简单四则运算.

●考点例解

例 1 (1)(2005·温州市)计算: $\sqrt{12} + \frac{1}{2\sqrt{3}}(2 + \sqrt{3})^0$;

(2)(2005·山西省)计算: $(\cos 60^\circ)^{-1} - (3.14 - \pi)0 + \frac{1}{\sqrt{2}+1} = \underline{\hspace{2cm}}$.

[命题思路] 基本上每个省市的中考题中都有—道考查实数运算技能的题.一般包括的知识点有:实数运算的法则,零指数、负指数概念,根式的运算,分母有理化,有的也涵盖一些三角函数或特殊角的

三角函数值等知识.

[解析] (1)原式 $= 2\sqrt{3} + \frac{1}{6}\sqrt{3} \cdot 1$
 $= \frac{13}{6}\sqrt{3}$;

(2)原式 $= \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} - 1 + \sqrt{2} - 1$
 $= 2 - 1 + \sqrt{2} - 1$
 $= \sqrt{2}$.

例 2 (1)(2005·山东省)台湾是我国最大的岛域,总面积为 35989.76 平方千米,这个数据用科学计数法来表示为 _____ 平方千米(保留两位有效数字).





(2)(2005·陕西省)应中共中央总书记胡锦涛同志的邀请,中国国民党主席连战先生,亲民党主席宋楚瑜先生分别从台湾来大陆访问,先后来到西安,都参观了新建成的“大唐芙蓉园”。该园占地面积约为 $800\,000\text{ m}^2$,若按比例尺 $1:2\,000$ 缩小后,其面积大约相当于()。

- A. 一个篮球场的面积
B. 一张乒乓球台的面积
C. 《陕西日报》的一个版面的面积
D. 《数学》课本封面的面积

[命题思路] 科学计数法和对数的大小的认识是与实际生活、生产实践联系极其紧密的内容,因此这类题可以赋予很丰富的背景材料,例如(1)与台湾宝岛的面积有关,(2)与连宋访问大陆促进海峡两岸的统一有关,内容精彩,用心良苦。

[解析] (1) $35989.76\text{ km}^2 \approx 4.0 \times 10^4\text{ km}^2$;

(2) $800\,000 \times \left(\frac{1}{2\,000}\right)^2 = 0.2(\text{m}^2)$, 选 C。

例 3 (1)(2005·杭州市)若化简 $|1-x| - \sqrt{x^2 - 8x + 16}$ 的结果为 $2x-5$, 则 x 的取值范围是()。

- A. x 为任意数 B. $1 \leq x \leq 4$
C. $x \geq 1$ D. $x \leq 4$

(2)(2005·黄冈市)已知 x, y 为实数,且 $\sqrt{x-1} + (y-2)^2 = 0$, 则 $x-y$ 的值为()。

- A. 3 B. -3 C. 1 D. -1

[命题思路] 关于绝对值和二次根式的化简问题一直是数学上的难点。(1)是对二次根式重要性质

$$\sqrt{a^2} = |a| = \begin{cases} a & (a > 0) \\ 0 & (a = 0) \\ -a & (a < 0) \end{cases}$$

的综合考查,(2)是对非负数性质应用的考查。

[解析] (1)原式可化为 $|1-x| - |x-4| = 2x-5$ 。

$$\therefore \begin{cases} |1-x| = x-1 & \therefore x \geq 1 \\ |x-4| = 4-x & \therefore x \leq 4 \end{cases} \Rightarrow 1 \leq x \leq 4$$

故选 B。

(2)由非负数性质可得 $x=1, y=2, \therefore x-y=1-2=-1$, 故选 D。

例 4 (1)(2005·长沙市)小明的作业本上有以下四题:① $\sqrt{16a^4} = 4a^2$; ② $\sqrt{5a} \cdot \sqrt{10a} = 5\sqrt{2a}$; ③

$a\sqrt{\frac{1}{a}} = \sqrt{a^2 \cdot \frac{1}{a}} = \sqrt{a}$; ④ $\sqrt{3a} - \sqrt{2a} = \sqrt{a}$ 。做错的题是()。

- A. ① B. ② C. ③ D. ④

(2)(2005·包头市)若一次函数 $y=ax+1-a$ 中, y 随 x 的增大而增大,且它的图象与 y 轴交于正半轴,则 $|a-1| + \sqrt{a^2} =$ 。

[命题思路] 本题是考查学生的分析判断和综合运用知识的能力。

[解析] (1)①、②、③都正确,④错,因为 $\sqrt{3a}$ 与 $\sqrt{2a}$ 不是同类二次根式,不能合并,应为 $\sqrt{3a} - \sqrt{2a} = (\sqrt{3} - \sqrt{2})\sqrt{a}$ 。故选 D。

(2)由已知得 $a > 0$, 且 $1-a > 0, \therefore 0 < a < 1$

$$\therefore |a-1| + \sqrt{a^2} = 1-a+a=1.$$

例 5 若 m 适合 $\sqrt{3x+5y-2-m} + \sqrt{2x+3y-m} = \sqrt{x-199+y} \cdot \sqrt{199-x-y}$, 试确定 m 的值。

[命题思路] 本题主要考查二次根式的定义和它的非负性,即 $\sqrt{a}$ 中 $a \geq 0$, 且 $\sqrt{a} \geq 0$ 。

[解] $\because x-199+y \geq 0, \therefore x+y \geq 199$,

又 $\because 199-x-y \geq 0, \therefore x+y \leq 199$

$$\therefore x+y=199$$

$$\therefore \sqrt{3x+5y-2-m} + \sqrt{2x+3y-m} = 0$$

$$\begin{cases} 3x+5y-2-m=0 & \text{①} \\ 2x+3y-m=0 & \text{②} \end{cases}$$

$$\therefore \begin{cases} 3x+5y-2-m=0 & \text{①} \\ 2x+3y-m=0 & \text{②} \\ x+y=199 & \text{③} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x+5y-2-m=0 & \text{①} \\ 2x+3y-m=0 & \text{②} \\ x+y=199 & \text{③} \end{cases}$$

$$\text{①}-\text{②}, \text{得 } x+2y-2=0$$

$$\therefore (x+y)+y-2=0 \quad \text{④}$$

$$\text{③代入④}, \text{得 } 199+y-2=0 \quad \therefore y=-197$$

$$\text{由②}, \text{得 } m=2x+3y=2(x+y)+y \\ =2 \times 199 + (-197) = 201.$$

预测训练

一、选择题

1. 若 a, b 是任意实数, 则下列各式错误的是()。

A. $\sqrt{a^4b} = a^2\sqrt{b}$ B. $\sqrt{-\frac{1}{a}} = \frac{1}{a}\sqrt{-a}$

C. $\sqrt{9b} = 3\sqrt{b}$ D. $\sqrt{x^3} = x\sqrt{x}$

2. 如果 $\sqrt{a+4} = 3$, 那么 $(a-1)^2 =$ ()。

- A. 16 B. 4 C. 2 D. -16

3. 下列各式不成立的是()。





A. $5^{-1}=0.2$

B. $\sqrt{2\frac{1}{4}}=\frac{3}{2}$

C. $|1-\sqrt{2}|=1-\sqrt{2}$

D. $[(-1)^2]^3=1$

4. 实数 a, b 在数轴上的位置如图 1-1, 则下列不等式成立的是().

A. $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$

B. $|a| < |b|$

C. $\sqrt{a^2} - \sqrt{b^2} < 0$

D. $\frac{a+b}{2} > 0$

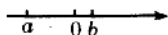


图 1-1

5. 设 $x = \frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{2}, y = \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{2}$, 则 $x^2 - xy + y^2$

的值为().

A. $\sqrt{2} + \frac{1}{4}$

B. $2\frac{1}{2}$

C. $2\frac{1}{4}$

D. $2 + \frac{\sqrt{2}}{2}$

6. 已知 $m = 2 - \sqrt{5}, n = \sqrt{5} - 2, p = 5 - 2\sqrt{5}$, 则 m, n, p 的大小关系为().

A. $m < n < p$

B. $m < p < n$

C. $n < m < p$

D. $p < m < n$

二、填空题

7. 实数 a, b 互为相反数, c, d 互为负倒数, x 的绝对值是 $\sqrt{6}$, 则代数式 $x^2 - (a+b+cd)x =$ _____.

8. 已知 x 是 $\sqrt{13}$ 的整数部分, y 是 $\sqrt{13}$ 的小数部分, 则 $(y - \sqrt{13}) \cdot x =$ _____.

9. 我国研制的“曙光 3000 超级服务器”的峰值计算速度达到 403 200 000 000 次, 用科学计数法表示为 _____ 次/秒.

10. 若 $-a > a$, 则 a _____ 0; 若 $|-a| = -a$, 则 a _____ 0; 若 $|a^3| = -a^3$, 则 a _____ 0; 若 $|a^2| = -|a^2|$, 则 a _____ 0.

11. a, b 满足 $|a-3| + \sqrt{b-6} = 0$, 则代数式 $2a^2 - \frac{b}{3}$ 的值为 _____.

12. 在数轴上点 A 和原点相距 $\sqrt{3}$ 个单位, 点 B 和原点相距 6 个单位, 且 B 在点 A 的左边, 则 AB 之间的距离为 _____.

三、解答题

13. 计算: $(1\sqrt{27} + \frac{1}{2+\sqrt{3}} - (\cos 30^\circ)^0)$

(2) $\sqrt{12} \times \sqrt{3} - 5 - (\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)$

(3) $(\sqrt{3}-\sqrt{2})^2 + \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$

14. 如图 1-2, 有理数 a, b, c 在数轴上对应的点分别为 A, B, C , 其位置如图所示, 试化简 $|c$

图 1-2

$|\sqrt{-(c+b)^2} + |a-c| + \sqrt{(a+b)^2}|$

15. 求值: (1) 已知 $|x| = \frac{1}{2}, |y| = \frac{1}{3}$, 且 $|x-y| = y-x$, 求 $\frac{xy}{x+y}$ 的值;

(2) (2005 · 宁夏回族自治区) 先化简, 再求值: $(\frac{1}{1-x} - 1)(\frac{1}{x^2} - 1)$, 其中 $x = \sqrt{2} - 1$;

(3) 已知 $x = \sqrt{2} + 1, y = \sqrt{2} - 1$, 求代数式 $\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$ 的值.

16. 已知 $\triangle ABC$ 的三边分别为 a, b, c , 化简 $\sqrt{(a+b+c)^2} + \sqrt{(a+b-c)^2} + \sqrt{(a-b-c)^2}$ 的值.

17. 观察下列各式及其验证过程:

① $2\sqrt{\frac{2}{3}} = \sqrt{2+\frac{2}{3}}$. 验证: $2\sqrt{\frac{2}{3}} = \sqrt{\frac{2^3}{3}} =$

$\sqrt{\frac{2(2^2-1)+2}{2^2-1}} = \sqrt{2+\frac{2}{2^2-1}} = \sqrt{2+\frac{2}{3}}$

$$\textcircled{2} 3\sqrt{\frac{3}{8}} = \sqrt{3 + \frac{3}{8}}. \text{验证: } 3\sqrt{\frac{3}{8}} = \sqrt{\frac{3^3}{8}} = \sqrt{\frac{3(3^2-1)+3}{3^2-1}} = \sqrt{3 + \frac{3}{3^2-1}} = \sqrt{3 + \frac{3}{8}}.$$

(1) 猜想 $4\sqrt{\frac{4}{15}}$ 的变形结果, 并验证.

(2) 根据上述各式反映的规律, 写出用 n (n 为自然数, 且 $n \geq 2$) 表示的算式, 并加以证明.

18. 已知 $\sqrt{a} = \sqrt{3+2\sqrt{2}}$, $\sqrt{b} = \sqrt{3-2\sqrt{2}}$,

$\sqrt{c} = \sqrt{5-2\sqrt{6}}$, 求代数式 $\frac{a+b+2\sqrt{ab}-c}{\sqrt{a}+\sqrt{b}+\sqrt{c}}$ 的值.

19. 已知: $-1 < a < 0$, 化简:

$$\left(\frac{\sqrt{1+a}}{\sqrt{1+a}-\sqrt{1-a}} + \frac{1-a}{\sqrt{1-a^2}-1+a} \right) \left(\sqrt{\frac{1}{a^2}-1} + \frac{1}{a} \right).$$

20. 已知: $\sqrt[3]{1999x^2+2000y^2+2001z^2} = \sqrt[3]{1999} + \sqrt[3]{2000} + \sqrt[3]{2001}$, 且 $1999x^3 = 2000y^3 = 2001z^3 > 0$, 求 $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}$ 的值.

(二) 整式

说明全解

1. 代数式

- (1) 在生活实践中进一步理解用字母表示数的意义;
- (2) 在数学问题或实际情境中能分析简单的数量关系, 并会用代数式表示;
- (3) 能解释一些简单的代数式的实际背景或几何意义;
- (4) 会求代数式的值, 能根据特定问题的需要查阅资料, 通过分析找到合适的方法或公式, 并会代入具体的值进行计算.

2. 整式

- (1) 了解整式的意义, 单项式、多项式及它们的次数;
- (2) 了解整数指数幂的计算公式;
- (3) 会进行简单的整式的加、减运算, 会进行简单的整式乘法运算;
- (4) 会推导乘法公式:

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2,$$

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2, (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2,$$

了解公式的几何背景, 并能利用公式进行简单的计算;

- (5) 会用提取公因式法、公式法进行因式分解.

考点例解

例1 分解因式:

- (1) (2005·北京市) 分解因式: $m^2 - n^2 + 2m - 2n$;
- (2) (2005·南通市) 把多项式 $a^2 - 2ab + b^2 - 1$

分解因式, 结果是().

- $(a-b+1)(a-b-1)$
- $(a-b+1)(a+b-1)$
- $(a+b+1)(a+b-1)$
- $(a+b+1)(a-b-1)$





(3)(2005·哈尔滨市)分解因式: $x^2-4y^2+x-2y=$ _____.

[命题思路] 本题主要考查学生对多项式的因式分解掌握情况,主要应用提取公式法、平方差公式和完全平方式.

[解析]

$$(1) \text{原式} = (m+n)(m-n) + 2(m-n) \\ = (m-n)(m+n+2);$$

$$(2) \text{原式} = (a-b)^2 - 1 \\ = (a-b+1)(a-b-1),$$

故选 A.

$$(3) \text{原式} = (x+2y)(x-2y) + (x-2y) \\ = (x-2y)(x+2y+1).$$

例 2 (1)(2005·南通市)计算: $3a^3b^2 \div a^2 + b \cdot (a^2b - 3ab - 5a^2b)$;

(2)(2005·宁波市)已知 $a-b=b-c=\frac{3}{5}$, $a^2+b^2+c^2=1$, 则 $ab+bc+ca$ 的值等于_____;

(3)(2005·陕西省)计算: $(a^2+3)(a-2)-a(a^2-2a-2)$.

[命题思路] 本题主要考查学生利用幂的运算公式和整式运算法则,包括乘法公式进行整式运算.

[解析] (1)原式 $= 3ab^2 + a^2b^2 - 3ab^2 - 5a^2b^2 \\ = -4a^2b^2.$

$$(2) \because a-b=\frac{3}{5}, b-c=\frac{3}{5}, a-c=\frac{6}{5} \\ \therefore (a-b)^2 + (b-c)^2 + (a-c)^2 = 2(a^2+b^2+c^2) - 2(ab+bc+ac),$$

$$\therefore \frac{9}{25} + \frac{9}{25} + \frac{36}{25} = 2 \times 1 - 2(ab+bc+ac)$$

$$\therefore ab+bc+ac = -\frac{2}{25}.$$

$$(3) \text{原式} = a^3 - 2a^2 + 3a - 6 - a^3 + 2a^2 + 2a \\ = 5a - 6.$$

例 3 (1)(2005·长沙市)先化简,再求值: $y(x+y) + (x+y)(x-y) - x^2$, 其中 $x=-2, y=\frac{1}{2}$;

(2)(2005·福州市)化简求值: $(a+b)^2 - 2a(b+1) - a^2b \div b$, 其中 $a=\frac{1}{2}, b=2$;

(3)(2005·广东省)先分解因式,再求值: $b^2 - 2b + 1 - a^2$, 其中 $a=-3, b=\sqrt{3}+4$.

[命题思路] 本题主要考查整式的运算,然后代入求代数式的值.第(3)题是个例外,它是把多项

式分解因式后代入求值,这也说明达到同样的目的可采用不同的方法,叫做殊途同归吧!

[解析] (1)原式 $= xy + y^2 + x^2 - y^2 - x^2 = xy$, 当 $x=-2, y=\frac{1}{2}$ 时, 原式 $= (-2) \cdot \frac{1}{2} = -1$.

$$(2) \text{原式} = a^2 + 2ab + b^2 - 2ab - 2a - a^2 \\ = b^2 - 2a,$$

$$\text{当 } a=\frac{1}{2}, b=2 \text{ 时, 原式} = 2^2 - 2 \times \frac{1}{2} = 3.$$

(3)原式 $= (b-1)^2 - a^2 = (b-1+a)(b-1-a)$, 当 $a=-3, b=\sqrt{3}+4$ 时,

$$\text{原式} = (\sqrt{3}+4-1-3)(\sqrt{3}+4-1+3), \\ = \sqrt{3}(\sqrt{3}+6) \\ = 3+6\sqrt{3}.$$

例 4 (2005·福州市)如图 1-3, 在边长为 a 的正方形中剪去一个边长为 b 的小正方形($a>b$), 把剩下的部分拼成一个梯形, 分别计算这两个图形阴影部分的面积, 验证了公式_____.

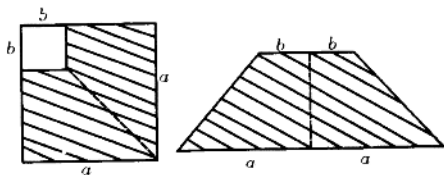


图 1-3

[命题思路] 本题主要考查学生对乘法公式的理解, 以及所包含的几何意义.

[解析] 从左图看 $S_{\text{阴影}} = a^2 - b^2$,

$$\text{从右图看 } S_{\text{阴影}} = \frac{1}{2}(2b+2a)(a-b)$$

$$= \frac{1}{2} \cdot 2(a+b)(a-b)$$

$$= (a+b)(a-b).$$

$\therefore$ 验证的公式是 $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$.

例 5 (2005·云南省)阅读下列材料并解决有关问题:

$$\text{我们知道 } |x| = \begin{cases} x & (x>0), \\ 0 & (x=0), \\ -x & (x<0). \end{cases} \text{ 现在我们可以}$$

用这一结论来化简含有绝对值的代数式, 如化简代数式 $|x+1| + |x-2|$ 时, 可令 $x+1=0$ 和 $x-2=0$, 分别求得 $x=-1, x=2$ (称 $-1, 2$ 分别为 $|x+1|$ 与 $|x-2|$ 的零点值). 在实数范围内, 零点值 $x=-1$ 和 $x=2$ 可将全体实数分成不重复且不遗漏的如下

3种情况:

$$(1)x < -1; (2)-1 \leq x < 2; (3)x \geq 2.$$

从而化简代数式 $|x+1| + |x-2|$ 可分以下 3 种情况:

$$(1) \text{ 当 } x < -1 \text{ 时, 原式} = -(x+1) - (x-2) = -2x+1;$$

$$(2) \text{ 当 } -1 \leq x < 2 \text{ 时, 原式} = x+1 - (x-2) = 3;$$

$$(3) \text{ 当 } x \geq 2 \text{ 时, 原式} = x+1 + x-2 = 2x-1.$$

$$\text{综上所述, 原式} = \begin{cases} -2x+1 & (x < -1), \\ 3 & (-1 \leq x < 2), \\ 2x-1 & (x \geq 2). \end{cases}$$

通过以上阅读, 请你解决以下问题:

(1) 分别求出 $|x+2|$ 和 $|x-4|$ 的零点值;

(2) 化简代数式 $|x+2| + |x-4|$.

【命题思路】 本题属于阅读理解应用题型, 阅读内容是用零点分区间法来化简含绝对值的整式.

【解析】 (1) 设 $x+2=0, x-4=0$,

$\therefore$ 零点值为 $x=-2, x=4$.

(2) $x=-2$ 和 $x=4$ 可将全体实数分成不重复且不遗漏的如下 3 种情况:

$$\textcircled{1} x < -2, \textcircled{2} -2 \leq x < 4, \textcircled{3} x \geq 4$$

$\therefore$ 代数式的化简可分为下列 3 种情况:

$$\textcircled{1} \text{ 当 } x < -2 \text{ 时, } x+2 < 0, x-4 < 0$$

$$\therefore \text{原式} = -(x+2) + (4-x)$$

$$= -x-2+4-x$$

$$= 2-2x;$$

$$\textcircled{2} \text{ 当 } -2 \leq x < 4 \text{ 时, } x+2 \geq 0, x-4 < 0$$

$$\therefore \text{原式} = x+2 + (4-x) = x+2+4-x=6;$$

$$\textcircled{3} \text{ 当 } x \geq 4 \text{ 时, } x+2 > 0, x-4 \geq 0,$$

$$\therefore \text{原式} = x+2 + x-4 = 2x-2.$$

中考零距离

一、选择题

1. (2005·四川省) 下列计算中, 正确的是 ().

$$A. 2a^3 - 3a = -a \quad B. (-ab)^2 = -a^2 - b^2$$

$$C. a^2 \cdot a^{-3} = a^{-1} \quad D. -2a^3 \div (-2a) = -a^2$$

2. (2005·四川省) 把多项式 $ac-bc+a^2-b^2$ 分解因式的结果是 ().

$$A. (a-b)(a+b+c) \quad B. (a-b)(a+b-c)$$

$$C. (a+b)(a-b-c) \quad D. (a+b)(a-b+c)$$

3. $2a+b$ 乘以 () 得 $4a^2-b^2$.

$$A. 2a - (-b) \quad B. -2a + b$$

$$C. -b - (-2a) \quad D. (-2a) + (-b)$$

4. 用简便的方法计算 $565^2 \times 24 - 535^2 \times 24$, 应该 ().

A. 先乘方, 再乘法, 再求差

B. 先提公因式, 再用平方差公式分解

C. 先用平方差公式分解, 再求差

D. 先用平方差公式分解, 再提公因式

5. 如果 $a^2+ab+2m$ 是一个完全平方式, 那么 m 的值为 ().

$$A. b^2 \quad B. \frac{1}{2}b^2 \quad C. \frac{1}{4}b^2 \quad D. \frac{1}{8}b^2$$

6. 把 $9(p-q)^2 - 6(p-q) + 1$ 分解因式的结果是 ().

$$A. (p-q-1)^2 \quad B. (3p-q+1)^2$$

$$C. (3p-3q-1)^2 \quad D. (3p-3q+1)^2$$

二、填空题

7. 生物学家发现一种病毒, 它的长度约为 0.000 043 mm, 用科学计数法表示 0.000 043 的结果为 _____.

8. 观察下列各式: $(x-1)(x+1)=x^2-1$, $(x-1)(x^2+x+1)=x^3-1$, $(x-1)(x^3+x^2+x+1)=x^4-1$, ... 根据前面的规律, 得 $(x-1)(x^n+x^{n-1}+\dots+x+1)=$ _____. (其中 n 为正整数)

9. 把 $6x^2+xy-2y^2-8x-3y+2$ 分解因式, 其中一个因式是 $(2x-y-2)$, 则另一个因式是 _____.

10. 若 $x^2+2xy-3y^2+3x+5y+2=(x+ay+1) \cdot (x-y+b)$, 则 $a=$ _____, $b=$ _____.

11. 一个多项式减去 $-2ab + \frac{1}{4}b^2$ 所得的差与 a^2+ab 的和是 0, 则这个多项式(按字母 a 的降幂排列)为 _____.

12. 若 $(a^{m+1}b^{n+2}) \cdot (a^{2n-1}b^{2m}) = a^5b^3$, 则 $m+n$ 的值为 _____.

三、解答题

13. 计算:

$$(1) \{-y^3[-y^2(-y^4)^2]^2\}^2;$$



$$(2) y^n(y^n+9y-12)-3(3y^{n+1}-4y^n);$$

$$(3) 3a^2b + \{ab - [2a^2b - (3a^2b + \frac{1}{3}ab)] - 4a^2b\}.$$

14. 分解因式:

$$(1) x^5y - 4xy^5;$$

$$(2) x^4 - 1 - 4x^2 + 4x;$$

$$(3) 2a^4 + 4a^2 - 6;$$

$$(4) (a+b)^4 + 2(a+b)^2 - 3.$$

15. 化简求值:

$$(1) \text{当 } x=2, y=\frac{1}{2} \text{ 时, 求代数式 } (x+y)(x-y) + (x-y)^2 - (x^2-3xy) \text{ 的值.}$$

$$(2) \text{若 } (2a-1)^2 + |b+4a| = 0, \text{ 求代数式 } 2005 \cdot a^{2006} \cdot b^{2007} \text{ 的值.}$$

$$(3) \text{若代数式 } (2x+1)(x+1) \text{ 的值为 } 2, \text{ 求代数}$$

$$\text{式 } (2x + \frac{3}{2})^2 - \frac{45}{4} \text{ 的值.}$$

$$(4) \text{若 } x=-1, y=\frac{1}{2}, \text{ 求代数式 } [2x^2 - (x+y) \cdot (x-y)][(2-x)(x+2) + (-y-2)(2-y)] \text{ 的值.}$$

$$16. \text{已知一个多项式除以 } 2x^2-1, \text{ 得商式 } 10x^3 + 2x^2 - 4x + 2, \text{ 余式为 } x+3, \text{ 求此多项式.}$$

$$17. \text{化简 } |x+2| - |x-3| + |x-1|.$$

$$18. \text{已知 } m=4x^2-12xy+10y^2+4y+11, \text{ 试问当 } x, y \text{ 为何值时, } m \text{ 的值最小? 最小值是多少?}$$

$$19. \text{若 } a^2-2ab+2b^2-2bc+2c^2-6c+9=0, \text{ 若 } a, b, c \text{ 是 } \triangle ABC \text{ 的三边, 试判断 } \triangle ABC \text{ 的形状, 并求它的周长和面积.}$$

$$20. \text{若 } a \text{ 为自然数, 则 } a^4-3a^2+9 \text{ 表示的数是质数还是合数? 给出证明.}$$