

总主编/蔡上鹤

特别
合作

sina 新浪网
中学生学习报

Magic

魔力! 高效! 经典! 权威!



魔法数学

Magic Math

专题突破

实数与代数式

体验征服学习考试
精彩感觉!

初中版

丛书主编/严文科

认准此防伪标识



补上你知识木桶上
最短的那一块

- 最全面、最创新的素质教育
- 最科学、最优化的学习流程
- 最新颖、最独到的情境设置



著名节目主持人
魔法教师品牌代言人 何炅

长征出版社
CHANGZHENG PRESS



Magic

总主编/蔡上鹤



魔力！高效！经典！权威！

魔法数学

Magic Math

专题突破

实数与代数式

初中版

丛书主编/ 严文

本册主编/ 张四平

编委/ 龚天青

龚天荣

龚天平

姜建华

熊正兰

胡光华

胡曙明

张扩军

张胜言

孙丽辉

长征出版社

CHANGZHENG PRESS

图书在版编目 (CIP) 数据

魔法数学专题突破. 初中: 实数与代数式/张四平, 姜建华主编.
—北京: 长征出版社, 2004

ISBN 7-80015-814-4

I. 魔… II. ①张… ②姜… III. 数学课—初中—教学参考资料
IV. G634.603

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2004) 第 044329 号

魔法数学专题突破初中版

主创设计 / 魔法教育发展研究中心

电 话 / 010-80602977

网 址 / <http://www.magic365.com.cn>

出 版 / 长征出版社

(北京市西城区阜外大街 34 号 邮编: 100832)

行销企划 / 北京九恒世纪文化有限公司

(服务热线: 010-80602977)

经 销 / 全国新华书店

印 刷 / 北京忠信诚胶印厂

开 本 / 880×1230 1/32

字 数 / 4160 千字

印 张 / 130 印张

版 次 / 2004 年 6 月第 1 版

印 次 / 2004 年 6 月第 1 次印刷

书 号 / ISBN 7-80015-814-4/G·313

全套定价 / 192.00 元

版权所有·侵权必究

Magic

魔法系列丛书



总顾问

- 方明** 全国教育工会主席,中国陶行知研究会会长。
张怀西 全国政协副主席,民进中央副主席。
周洪宇 第十届全国人大代表,华中师范大学教育学院副院长,全国中青年教育理论工作者委员会副会长。
邱济隆 北京四中校长,全国优秀校长,全国教育系统劳动模范。
盖雁 吉林省人大代表,白城市第一中学校长。
蔡林森 全国“五一”劳动奖章获得者,洋思中学校长。
赵世荣 哈尔滨市十四中学校长,全国知名校长。



总主编

- 张定远** 著名教材专家,中学语文教育权威,课程教材研究所研究员,人教社资深编审,全国中语会学术委员会主任。
蔡上鹤 中学数学教育权威,人民教育出版社资深编审,国家教育部课程教材研究所教授,高中新大纲新教材编委,国务院特殊津贴专家。
薄冰 英语教育界泰斗,北京外国语大学英语系教授,著名英语语法专家。
张同恂 中学物理教育权威,著名教材专家,人民教育出版社资深编审。
程耀尧 北京市特级教师,著名教材编写专家,北京市化学教学研究会会员。
刘真 著名教材专家,中学生物教育权威,人民教育出版社资深编审。
杨启楠 中学政治教育权威,著名教材专家,人民教育出版社资深编审。
臧嵘 著名历史学家,教材专家,中学历史教育权威,人民教育出版社资深编审。
刘淑梅 著名教材专家,中学地理教育权威,人民教育出版社资深编审,课程教材研究所研究员。



编委会

(以姓氏音序排列)

蔡董蔡洪库梁卢潘邵汤王王武严于张张周
银树天京乐殿同红泽新梅雄剑光双国富岩
保岱荣强畅斌利霞玉德泉兵英彬兰富岩
尤敦新涛杰书波学菊乾春秋健龙君孝春典
臻杰平涛杰书波学菊乾春秋健龙君孝春典
蔡杜龚洪李廖鲁彭施唐王王熙松海文吉迎崇
曹范关侯李廖吕乔石唐王王谢杨余张佑胜宏
柏学清义泉三保连虎林娜平春年胜喜健胜宏
树术波军福红群运林娜平春年胜喜健胜宏
查房郭胡李刘吕乔史汪王王熊杨余张扩军征实
建瑞海道贵民新根军珍强泉宏辉明军征实
章芝东贵霞民新根军珍强泉宏辉明军征实
陈冯郭胡李刘洪校秦舒汪王王熊杨余张章登朱
汉福权光华彬生德文兴冉王庆启学潮军林
楚泰京华李刘建曲柏进成振香强忠元勇志刚胜
陈冯郭黄李刘建曲柏进成振香强忠元勇志刚胜
伦琪玲莲慧三恒森东振香强忠元勇志刚胜
幼伏韩淑李刘立毛屈宋王王吴熊杨袁张赵祝中
安萍波利民雄斌蛟珍年英斌兰新冬瑞芹军清
崔付韩黄李刘苗任孙炳王王吴徐杨袁张致致
庆东杏新延六汝美桂木清喜坚容宏建胜致致
生峰良元良华东桂木清喜坚容宏建胜致致
邓高何姜李刘穆任孙丰海王王吴徐姚张张郑
荣永传建永军书纲树丰海王王吴徐姚张张郑
科全忠华永军书纲树丰海王王吴徐姚张张郑
邓高何靖李刘穆尚孙江王王吴薛游张张郑
雄永建泽占智振永乔昆麟田华立蛟荣笋磊
兵样新川军慧永乔昆麟田华立蛟荣笋磊
丁龚何居厉龙牛邵汤王王吴同于张张郑
健青冰国海宇雷青骏玲民红林明军芹强
天锡卫江承文现校洪春光秀西



致读者

在新的世纪,国内基础教育正发生着日新月异的变化,广大教师和学生对于中学教辅读物出版创新的呼声也此起彼伏:中学教辅需要精品,需要品牌,需要从更远、更新的角度重新打造!在这一大背景下,魔法英语以其独特的品质和魅力赢得了读者的尊重和认可,应接不暇的咨询电话和雪片般的订单让我们更加深刻地体会到:中国的基础教育太需要“魔法”这样卓越的图书了!

数以万计的中学教师和学生问我们:你们何时出版“魔法语文”“魔法数学”“魔法物理”“魔法化学”等其他学科的图书?

肩负着社会的责任,带着广大中学师生的期盼,我们联合了美国蒙登戈国际语言研究中心、英国剑桥国际语言研究院等国内外数十所教育研究机构,邀请了张定远、蔡上鹤、薄冰、张同恂、程耀尧、刘真、杨启楠、臧嵘、刘淑梅等十余名基础教育界权威、国内顶级教材专家,在北京四中、黄冈中学、华东师大附中、清华大学附中、北大附中等国内百余所重点中学的鼎力协助下,隆重推出了以《魔法英语》为龙头的《魔法语文》《魔法数学》《魔法物理》《魔法化学》《魔法生物》《魔法政治》《魔法历史》《魔法地理》系列魔法图书。

“享受学习每一刻!”是魔法系列图书最基本的理念,我们希望把魔法系列图书这一成功的理念推广到中学教育的每一个学科、每一个年级、每一个领域。

一千多位教育专家及知名特高级教师联手缔造的魔法系列图书,已经走在中学教辅图书的最前沿,成为一个全新的中学教辅品牌!一个真正由专家打造的具有国际品质的中学教辅品牌!

我们希望给中学生提供一个崭新的学习平台,为每位读者付出的时间和殷切的期待提供丰厚的回报。我们力求通过不懈的努力,让魔法系列图书解放中学生的学习,解放中学生的考试,让学习变得“轻松、快乐、高效”的思想光芒照耀每位读者!

我们与读者的心是相通的,同广大一线教师的心是相通的。现在,我们付出的每一份努力,都得到了广大教师和读者的支持和肯定。面对这些勉励和关怀,我们将会以百倍的努力来报答。未来我们会做得更好,这是我们的目标,也是我们不变的承诺。

魔法系列图书愿做中学生学习的最佳助手,最贴心的朋友!让魔法系列图书伴随着我们的幸福、快乐和回忆,一起成长!

魔法教育发展研究中心
2004.6



前言

根据教育专家多年的研究发现,几乎每位学生在学习过程当中都有薄弱的学科,每一学科中都有薄弱的专题,而正是这些薄弱学科、薄弱的专题阻碍了学生的成功。“亡羊补牢,未为迟也。”为了帮助更多中学生在中考走向成功,我们组织了全国数十名有多年教学和研究经验的特高级教师、教研员,在张定远、薄冰、蔡上鹤、张同恂、程耀尧、刘真、杨启楠、臧嵘、刘淑梅等中学教育界权威、教材专家的悉心指导下,在北京四中、黄冈中学、华东师大附中、清华大学附中、北大附中等国内百余所重点中学的鼎力协助下,精心编写了本系列图书。

我们在丛书编写过程中,秉承“科学划分、高效实用”的编写理念,尊重现行教材体系,依据教学大纲与考试说明,将初中数学专题科学地设置为:《实数与代数式》《方程(组)与不等式(组)》《圆》《三角形与四边形》《相似形与解直角三角形》《综合性问题》《创新型问题》《函数及其图像》八个分册。

本书具备以下特点:

细分专题,针对性强:适合初中不同年级的学生对自己的薄弱学科、薄弱专题集中学习,不受年级、教材的限制。

内容详尽,重点突出:以大纲为面,考纲为线,所有该专题的内容全面详尽,重点难点突出。

表述灵活,直观高效:本书灵活使用图、表、眉批、旁注等多种表达方式进行内容阐述,使平常枯燥的学习过程变得直观、具体、高效。

信息敏锐,材料新颖:本书采用了大量的前沿性、趣味性、现实性资料,结合最新的中考信息和命题趋势,从最新的角度组织学习和复习,具有很强的实用性和超前性。



前言

本丛书分为以下几个栏目:

【教考资讯】紧扣教学大纲,总结分析中学教学、教材改革的新趋势、新动向,突出最新考试信息和对未来中考命题走向的预测,增强针对性。

【知识精讲】这是本套丛书最具特色的栏目。专题在这个栏目中,下大气力,对所涉及的知识点,高度集中地作全面、详尽地分析,以利学生在有限的时间里,集中补差、补弱,系统有效地提高自己知识能力,补上自己知识木桶上最短的那一块。

【典题探究】此栏目针对综合性强的拓展题进行解析,结合最新的《考试说明》,评价每道题的命题角度和能力层级要求,分析解题过程,点拨解题技巧。

【思维跨越】对重点、难点和热点进行延伸和拓展。以提高学生综合解决问题的能力。

【中考链接】收集了与本节内容相关的近几年各省市的中考题进行详细解析,使学生学以致用,了解中考,感受中考,为决胜中考做准备。

【魔法训练】魔法训练由三个层次组成,第一层次的基本训练,重在基础;第二层次的拓展训练,重在提高;第三层次的综合创新,重在应用。从而使知识的训练由浅入深,阶梯形提高,最终达到把握基础知识,培养和提高学生综合素质和应考能力。

本套丛书既适应应考学生的中考需要,也适合初一、初二学生的学习需要。

我们在编写过程中,本着对学生高度负责的态度,处处把关,如还有疏漏,诚请读者指正。

编者

2004年6月于北京



目 录

第一章	实数的概念与性质	(1)
第二章	实数的运算及大小的比较	(17)
第三章	整式与乘法公式	(35)
第四章	因式分解	(57)
第五章	分式	(80)
第六章	二次根式及其运算性质	(103)
第七章	探索规律	(125)
第八章	数式应用题	(147)
第九章	概率与统计	(166)
实数与代数式测试卷(A)		(200)
实数与代数式测试卷(B)		(202)



第一章 实数的概念与性质

教考资讯

大纲要求

1. 理解有理数的意义, 会用正数与负数表示相反意义的量, 并能把握正数、负数、整数、分数之间的关系.

2. 了解数轴、相反数、绝对值等概念, 会画数轴, 并且会用数轴上的点表示有理数, 能说出任何一个具体的数的相反数与绝对值.

3. 会用科学计数法表示绝对值大于 10 的数.

4. 理解近似数与有效数字的概念, 会根据指定的精确度, 用四舍五入法求一个数的近似值.

5. 理解无理数的概念及意义, 知道平方根、算术平方根、立方根的意义, 了解 n 次方根和 n 次算术根的意义, 会用根号表示.

课标要求

1. 在具体情境中, 理解有理数的意义, 能用数轴上的点表示有理数.

2. 借助数轴理解相反数和绝对值的意义, 会求有理数的相反数与绝对值.

3. 能运用有理数解决实际问题, 会用科学计数法表示较大的数.

4. 结合具体情境, 让同学们理解估算的意义, 掌握估算的方法, 发展同学们的数感和估算能力.

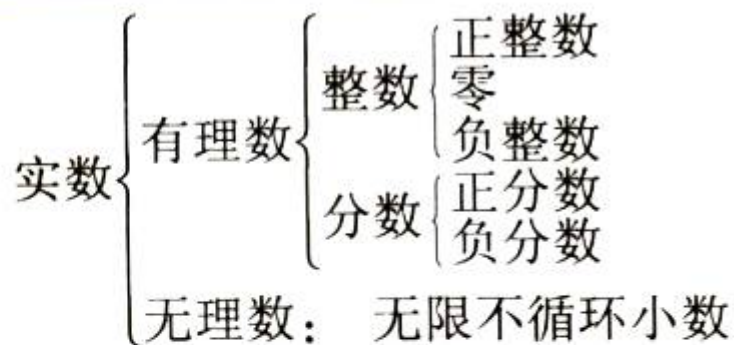
5. 了解平方根、立方根、实数及其相关的概念, 会用根号表示, 并会求数的平方根、立方根.



知识精讲

名师导学

1. 学习实数就要知道实数的实质, 能够对实数进行合理的归类:



有理数也可根据正、负这个性质分类:



2. 数轴是规定了原点、正方向和单位长度的直线:

它对于初学者是一个非常重要的数学工具, 其主要作用如下: ①可以帮助巩固相反意义的概念; ②可以帮助理解相反数、绝对值等抽象概念; ③可以比较直观地比较实数的大小(数轴右边的数比左边的数大); ④可以给有理数的加减法以几何解释.

数轴上的点与实数是一一对应的关系.

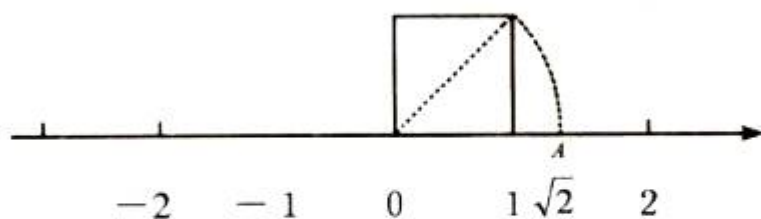
3. 相反数: 只有符号不同的两个数才互为相反数 (特别地, 0 的相反数是 0), 如 -3 与 3 互为相反数. 在数轴上互为相反数的两个数位于原点两旁, 且到原点的距离相等; 互为相反数的两个数的和为 0, 若 a 与 b 互

奇数, 偶数可以是负数, 如 -1, -3, -5
是奇数, -2, -4, -6 是偶数, 但质数、合数不能是负数.
有理数不能分为正数、零、负数三类, 因为正数里有无理数, 如 π 是正数却不是有理数.

无理数都是无限小数, 但无限小数不一定是无理数, 如 $0.\dot{3}$ 是有理数.

小数可分为两类: 第一类像 0.1, 3.1415926, 等一些可以化为分数的有限小数或循环小数, 它属于有理数中的分数. 第二类是像 0.1010010001……, π 等一些不能化为分数的无限不循环小数, 它们是无理数.

无理数也可以在数轴上表示, 如下图中四边形是正方形, 数轴上的 A 点就是 $\sqrt{2}$.





为相反数,则 $a+b=0$,反之亦然.

4. 绝对值:一个数对应的点与原点的距离叫做该数的绝对值;正数的绝对值是它本身,0 的绝对值是 0,负数的绝对值是它的相反数.

$$|a| = \begin{cases} a & (a > 0) \\ 0 & (a = 0) \\ -a & (a < 0) \end{cases}$$

5. 科学计数法:将一个大于 10 或小于 -10 的数表示成 $a \times 10^n$ 的形式;其中 $1 \leq |a| < 10$, n 是正整数.

6. 近似数:在取近似数时要根据实际情况进行四舍五入,保留有效数字时,一定是从第一个非零数字起到最末一位数字止,都算在有效数字的位数里.

7. 平方根与算术平方根:正数 a 的平方根有两个,其中正的平方根为算术平方根.例如 16 的平方根是 ± 4 ,但算术平方根是 4.

零的平方根与算术平方根都是 0.

$$\sqrt{a^2} = \begin{cases} a & (a > 0) \\ 0 & (a = 0) \\ -a & (a < 0) \end{cases}$$

8. n 次方根:当 n 为偶数时,被开方数必须是非负数;当 n 为奇数时,被开方数可以是任意实数.如 $\sqrt[n]{a}$ 中必有 $a \geq 0$,而 $\sqrt[n+1]{a}$ 中, a 可以是任意实数.

互为倒数的两个数的积为 1,倒数等于本身的数是 ± 1 ,零没有倒数.若 a 与 b 互为倒数,则 $ab=1$,反之亦然.

绝对值最小的数是 0,绝对值等于本身的数是非负数,绝对值等于其相反数的数是非正数.

在这里要注意实际情况,如有 10 吨煤需要一次性运完,已知一辆汽车只能运 3 吨,问至少需要用几辆汽车;这里回答应是四辆.

算术平方根与平方根都相同的数是 0,算术平方根等于本身的数是 0,1,立方根等于本身是数是 $\pm 1, 0$.



典题探究

例 1 下列说法中正确的是 ()

- A** 绝对值等于本身的数是正数
- B** 任何有理数的绝对值都大于或等于这个数

点拨与发散



零的绝对值等于它本身, A 排除, 互为相反数



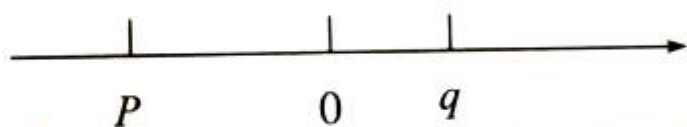
C 两个不相等的数的绝对值不可能相等.

D 无限小数都是无理数

分析 本题考察的是无理数与绝对值的概念. 无限不循环小数是无理数, 任何实数的绝对值都是非负数.

答案 B

例 2 P 、 Q 两数在数轴上的位置如图所示, 试用“ $<$ ”将 p 、 q 、 $-p$ 、 $-q$ 连接起来.



分析 本题的难点是根据相反数的定义在数轴上表示出 $-p$ 与 $-q$.

答案: $p < -q < q < -p$

例 3 已知 $|a|=4$, $|b|=2$, $a > b$, 求 $a+b$.

分析 本题的关键是由 $a > b$ 分情况来确定 a 与 b 的取值.

解 由 $|a|=4$, $|b|=2$, 知 $a=\pm 4$, $b=\pm 2$.

当 $a=4$ 时, 由于 $a > b$, 所以 $b=\pm 2$.

当 $a=-4$ 时, 由于 $a > b$ 知 b 不能为 ± 2 .

故有两种情况: 当 $a=4$, $b=2$ 时, $a+b=6$;

当 $a=4$, $b=-2$ 时, $a+b=2$.

所以 $a+b$ 的值是 2 或 6.

例 4 计算 $\left| \frac{1}{3} - \frac{1}{2} \right| + \left| \frac{1}{4} - \frac{1}{3} \right| + \dots +$

$$\left| \frac{1}{10} - \frac{1}{9} \right|$$

分析 解本题的关键是去绝对值, 而去绝对值就要判断绝对值里面的数是正还是负.

解 原式 $= \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{9} - \frac{1}{10}$
 $= \frac{1}{2} - \frac{1}{10}$

的两个数的绝对值相等, C 排除, 无限循环小数是有理数, D 排除, 在 B 中非负数的绝对值等于它本身, 负数的绝对值大于它本身, 故 B 正确.

可根据相反数的定义, 在数轴上可将 $-p$ 、 $-q$ 表示出来, 如图



左边的数小于右边的数.

根据绝对值的定义, 到原点的距离等于 4 的点有两个, 故当 $|a|=4$ 时, $a=\pm 4$, 同理 $|b|=2$ 时, $b=\pm 2$.

正数的绝对值是它本身, 负数的绝对值等于它的相反数, 由于:

$$\frac{1}{3} - \frac{1}{2} < 0 \quad \frac{1}{4} - \frac{1}{3} < 0 \dots$$

$$\therefore \left| \frac{1}{3} - \frac{1}{2} \right| = -\left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2} \right) = \frac{1}{2} - \frac{1}{3}$$

$$\left| \frac{1}{4} - \frac{1}{3} \right| = -\left(\frac{1}{4} - \frac{1}{3} \right) = \frac{1}{3} - \frac{1}{4}$$

.....

$$\left| \frac{1}{10} - \frac{1}{9} \right| = -\left(\frac{1}{10} - \frac{1}{9} \right) = \frac{1}{9} - \frac{1}{10}$$



Magic

第一章 实数的概念与性质



例 5 已知 $\left|x - \frac{1}{2}\right| + (y+3)^2 + \sqrt{z-2} = 0$, 求 x, y, z .

分析 $\left|x - \frac{1}{2}\right| \geq 0, (y+3)^2 \geq 0, \sqrt{z-2} \geq 0$, 而它们的和

几个非负数的和是 0, 则这几个数都必须等于 0.

为零, 故 $\left|x - \frac{1}{2}\right| = 0, (y+3)^2 = 0, \sqrt{z-2} = 0$.

解 由 $\left|x - \frac{1}{2}\right| + (y+3)^2 + \sqrt{z-2} = 0$ 可知: $x - \frac{1}{2} = 0, y+3=0, z-2=0$,

因此 $x = \frac{1}{2}, y = -3, z = 2$.

例 6 用四舍五入法, 按括号里的要求对下列各数取近似值.

(1) -3.19964 (精确到千分位)

(2) 560340 (保留三个有效数字)

(3) 5.306×10^5 (精确到千位)

答案 (1) $-3.19964 \approx -3.200$

(2) $560340 \approx 5.60 \times 10^5$

(3) $5.306 \times 10^5 \approx 53.1$ 万

一个近似数的位数与精确度有关, 不能随意添 0 或去 0, (1) 中的两个 0 不能去掉, 否则只精确到十分位; (2) 中要求保留三位有效数字, 若写成 560000 就变成 6 个有效数字了, 所以用科学计数法.

例 7 ① π ② $\sqrt[3]{9}$ ③ $3.010010001 \dots$ ④ 3.14159265 ⑤ 0.16
⑥ $\sqrt{8}$ ⑦ $\sqrt{-3}$, 上述数字中无理数有 _____ (填序号)

分析 本题考察的是无理数的概念

答案 无理数有 ①②③⑥

例 8 化简 $\sqrt{(x-a)^2} + \sqrt{(x+a)^2}$ (其中 $0 < x < a$).

解 由 $0 < x < a$ 知 $x-a < 0, x+a > 0$.

所以 $\sqrt{(x-a)^2} + \sqrt{(x+a)^2}$

$= |x-a| + |x+a|$

$= a-x+x+a$

$= 2a$

$\sqrt{(x-a)^2}$ 与 $\sqrt{(x+a)^2}$ 都是算术平方根, 所以这两个式子开方出来都必须是正的, 故应在不知道其正负的情况下先带上绝对值.

无限不循环小数叫无理数, ④是有限小数故是有理数, ⑦在实数范围内没有意义.



在牢牢掌握实数概念的基础上,还要注重实数概念和性质的横向联系,这样不仅可以巩固实数的概念,还可以拓展思维.

思维跨越

名师指路

例 1 绝对值小于 1998 的所有实数的和是_____.
绝对值小于 1998 的所有实数之积是_____.

分析 绝对值小于 1998 的实数可以成对成对的出现,如 1 与 -1 等.

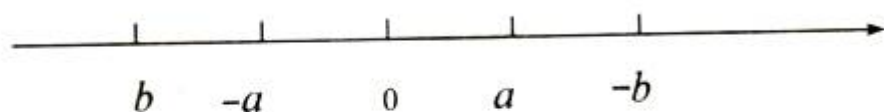
做此题时思路要开阔,不要一味的去找有哪些数,而要想到这些数每个都有相反数,且还有 0,故和与积都是 0.

答案 绝对值小于 1998 的所有实数的和是 0.
绝对值小于 1998 的所有实数之积是 0.

例 2 a, b 为实数,且 $a > 0, b < 0, |a| < |b|$, 请用小于号将 $a, -a, b, -b$ 连接起来.

分析 本题的关键是根据题意将字母表示在数轴上,再根据数轴上左边的数小于右边的数来比较大小.

答案 将 $a, -a, b, -b$ 表示在数轴上应是



所以 $b < -a < a < -b$.

例 3 数 x 经过四舍五入后近似数为 39.2, 求 x 的取值范围.

答案 $39.15 \leq x < 39.25$.

例 4 已知 x, y 为实数, 且满足

$$\sqrt{x-y-100} + \sqrt{100-x+y} + |x+y| = 10,$$

求 $x-2y$.

分析 本题题设中只有一个方程却有两个未知数, 故要根据根号内必须非负的性质来解.

解 由 $x-y-100 \geq 0, 100-x+y \geq 0$,

知 $x-y \geq 100, x-y \leq 100$, 所以 $x-y=100$.



由 $a > 0, b < 0$
知在数轴上 a 在
原点右, b 在
原点左, 由绝
对值的定义
与 $|a| < |b|$
知, a 离原点较
近, b 离原点较远.



由 x 四舍五入得到
39.2 有两种情况, 一种是
舍四即 39.2 的百分位上
的数字小于 5 要舍去, 一
种是十分位上的数是 1,
百分位上的数字大于
或等于 5 要进一位.





将 $x-y=100$ 代入原方程中, 得
 $|x+y|=10$, 故得方程组

$$\begin{cases} x+y=10, \\ x-y=100, \end{cases} \quad \begin{cases} x+y=-10, \\ x-y=100. \end{cases}$$

解得: $\begin{cases} x=55, \\ y=-45, \end{cases} \quad \begin{cases} x=45, \\ y=-55. \end{cases}$

故 $x-2y=55-2 \times (-45)=145$ 或
 $x-2y=45-2 \times (-55)=155$.

此题中一个方程两个未知数, 所以肯定有特殊的隐含条件存在, 由算术平方根的定义知根号下必为非负数, 故有 $x-y-100 \geq 0$
 $100-x+y \geq 0$.

中考链接

例 1 (2003·宁波) 实数 $\frac{1}{3}, \frac{\sqrt{2}}{4}, \frac{\pi}{6}$ 中, 分数的个数是 ()

A 0

B 1

C 2

D 3

解 有理数分为整数和分数; $\frac{\sqrt{2}}{4}, \frac{\pi}{6}$ 都是无理数, 故不是分数, 选 B.

例 2 (2002·哈尔滨) 已知 $|x|=3, |y|=2$, 且 $xy < 0$, 则 $x+y$ 的值等于 ()

A 5 或 -5

B 1 或 -1

C 5 或 1

D -5 或 -1

解 $\because |x|=3, \therefore x=\pm 3$.

$\because |y|=2, \therefore y=\pm 2$.

又 $\because xy < 0$,

$$\therefore \begin{cases} x=3, \\ y=-2, \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x=-3, \\ y=2. \end{cases}$$

$\therefore x+y=3-2=1$ 或 $x+y=-3+2=-1$.

故选 B.

例 3 (2003·太原) 若 $ab \neq 0$, 则等式 $|a+b|=|a|+|b|$ 成立的条件是 ()

A $a > 0, b < 0$

B $ab < 0$

C $a+b=0$

D $ab > 0$

解 当 a, b 异号时 $a+b=|a|-|b|$ 或 $|b|-|a|, \neq (|a|+|b|)$ 当 a, b 同号时 $a+b=$ 故

当 $|a+b|=|a|+|b|$ 时

$ab > 0$

故选 D.

例 4 (2003·黑龙江) 若 $|a-3|+3-a=0$, 则 a 的取值范围是 ()

A a

B $a < 3$

C $a \geq 3$

D $a > 3$



解 由 $|a-3|+3-a=0$ 知 $|a-3|=a-3$, 非负数的绝对值等于它本身故 $a-3 \geq 0$, $\therefore a \geq 3$. 选 C.

例 5 (2003·青岛)探索数字“黑洞”：“黑洞”原指非常奇怪的天体，它体积小，密度大，吸引力强，任何物体到了它那里都别想再“爬”出来，无独有偶，数字中也有类似的“黑洞”，满足某种条件的所有数，通过一种运算，都能被它“吸”进去，无一能逃脱它的魔掌，譬如：任意找一个 3 的倍数的数，先把这个数的每一个数位上的数字都立方，再相加，得到一个新数，然后把这个新数的每一个数位上的数字再立方、求和，…，重复运算下去，就能得到一个固定的数 $T=$ _____.

解 任取一个 3 的倍数的正整数，如：3，根据题目的要求进行运算依次得到 27, 351, 153, 153, 153, … 再取一个数，如：12，根据题目的要求进行运算依次得到 9, 729, 1080, 531, 135, 153, 153, 153, … 故 $T=153$.

例 6 (2002·太原)在比例尺 1:8000000 的地图上，量得太原到北京的距离为 6.4cm，将实际距离用科学计数法表示为_____千米(保留两个有效数字).

解 设太原到北京的实际距离为 x 千米，则

$$\frac{1}{8 \times 10^6} = \frac{6.4 \times 10^{-5}}{x}$$

$$\therefore x = 5.12 \times 10^2 \approx 5.1 \times 10^2 (\text{km})$$

例 7 (2003·太原)若实数 a 在数轴上对应的点的位置如图，则 $\sqrt{a^2}$ 可化简为_____.



解 由图可知， a 在原点左边，故 $a < 0$, $\sqrt{a^2} = |a| = -a$.

例 8 (2002·太原)若实数 a, b 满足 $(a+b-2)^2 + \sqrt{b-2a+3} = 0$, 则 $2b-a+1=$ _____.

解 在 $(a+b-2)^2 + \sqrt{b-2a+3} = 0$ 中, $(a+b-2)^2 \geq 0, \sqrt{b-2a+3} \geq 0$,

$$\therefore \begin{cases} a+b-2=0, & ① \\ b-2a+3=0. & ② \end{cases}$$

$$\begin{cases} a+b-2=0, & ① \\ b-2a+3=0. & ② \end{cases}$$

$$① \times 2 - ②, \text{ 得 } 2b-a+1=0$$



魔法训练

基础训练 A

一、选择题

1. 若 $|-a|=a$, 则 ()

- A a 一定是负数 B a 一定是非负数
C a 一定是非正数 D $-a$ 不可能是零

2. 某城市科技园超级计算机中心内, 被称为“神州 1”的计算机速度为每秒 384000000000 次, 保留四个有效数字, 用科学计数法表示每秒钟的次数为 ()

- A 3.84×10^{11} B 3.840×10^{11}
C 3.84×10^{12} D 3.840×10^{12}

3. 由四舍五入法得到近似数 0.30800, 它的精确度是精确到 ()

- A 百分位 B 千分位
C 万分位 D 十万分位

4. 数字 364407 精确到万位的近似数是 ()

- A 360000 B 3.6×10^5
C 0.3600×10^6 D 3.600×10^5

5. 下列各数有四个有效数字的是 ()

- A 11.230 B 1.1230
C 1.12305 D 1.12301

6. 有如下命题

- ① 负数没有立方根;
② 一个实数的立方根不是正数就是负数;
③ 一个正数或负数的立方根和这个数同号, 0 的立方根是 0;
④ 如果 a 的立方根是 b , 那么 b 的立方根是 a .

其中错误的是 ()

- A ①②③ B ①②④ C ②③④ D ①③④