

MSC SOFTWARE  
SIMULATING REALITY

数码工程师系列丛书

# 非线性瞬态动力学分析 MSC.Dytran 理论及应用

丁沛然 钱 纯 编著



科学出版社  
www.sciencepress.com

## 内 容 简 介

本书全面系统地介绍了非线性瞬态动力学软件 MSC. Dytran 的最新功能、理论和软件的实例应用。主要内容包括 MSC. Dytran 软件概况, 数据结构、流-固耦合分析的基本方法和最新方法, 求解器功能和分析模型的建立、特殊技术及技巧, 以及汽车行业关心的气囊、假人、安全带模型等; 同时通过典型实例, 详细介绍了如何利用 MSC. Patran 作为前、后处理器进行模型定义的步骤、软件运行和计算结果后处理等。

本书内容全面, 涉及软件的各个模块, 讲解深入浅出, 易于理解和对软件的掌握。本书不仅是广大 MSC. Dytran 用户的培训教程, 也可作为瞬态动力学相关专业研究生的学习资料, 特别是对加深对瞬态非线性动力学、流-固耦合问题的理解大有帮助, 对从事国防、军工、航空航天等行业的科研人员也有参考价值。

### 图书在版编目(CIP)数据

非线性瞬态动力学分析: MSC. Dytran 理论及应用/丁沛然, 钱纯编著. —北京: 科学出版社, 2006

(数码工程师系列丛书)

ISBN 7-03-017232-9

I. 非… II. ①丁…②钱… III. 碰撞(力学)-动力学-应用软件, MSC. Dytran IV. O313.4-39

中国版本图书馆 CIP\*数据核字 (2006) 第 048237 号

责任编辑: 吕建忠 孙露露/责任校对: 都 岚

责任印制: 吕春珉/封面设计: 飞天创意

科学出版社 出版

北京东黄城根北街16号

邮政编码: 100717

<http://www.sciencep.com>

铭浩彩色印务有限公司 印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

\*

2006年6月第一版 开本: 787×1092 1/16

2006年6月第一次印刷 印张: 19 1/4

印数: 1-3 000 字数: 438 000

定价: 30.00 元

(如有印装质量问题, 我社负责调换〈环伟〉)

销售部门电话 010-62136131 编辑部电话 010-62135397-8001

## 前 言

MSC. Dytran 是专门适用于高速瞬态非线性动力问题、瞬态流-固耦合问题的数值仿真软件，也是 MSC. Software 公司的核心产品之一，是 MSC. Software 所倡导的 VPD (virtual product development) 整体解决方案中不可缺少的一部分。MSC. Dytran 是一种用于分析结构及流体材料的非线性动态行为的数值仿真程序。该程序采用显式积分法并能模拟各种材料及几何非线性，特别适合于分析包含大变形、高度非线性和复杂的动态边界条件的瞬态动力学过程。软件中同时提供拉格朗日求解器与欧拉求解器，因而既能模拟结构又能模拟流体。拉格朗日网格与欧拉网格之间可以进行耦合，从而可以分析流体与结构之间的相互作用，形成精确独特的流-固耦合技术。软件具有丰富的材料模型，能够模拟从金属、非金属（包括土壤、塑料、橡胶等）到复合材料，从线弹性、屈服、状态方程、破坏、剥离到爆炸燃烧等各种行为模式，能够用于模拟爆炸波的传播和爆轰产物的运动以及爆炸冲击波对结构的响应，MSC. Dytran 的爆炸分析支持单点爆炸分析和多个爆炸点的多点爆炸仿真。MSC. Dytran 具备完整的一维、二维、三维单元库，实体、壳、梁、薄膜、弹簧和刚性单元被拉格朗日处理器用于结构的建模；欧拉网格由三维体单元组成，欧拉处理器可以处理具有剪切强度的材料流动。MSC. Dytran 完全集成在 MSC. Patran 框架下，前、后处理界面清晰、直观，方便实现利用 MSC. Dytran 分析所需的复杂建模、加载、约束等边界条件的设置和可视化，以及计算结果的各种动画处理，并可通过 MSC. Patran 直接与 MSC 的其他产品（如 MSC. Nastran、MSC. Marc 等）进行模型数据交换，实现同一模型进行多种分析，从而大大提高仿真效率。

本书共分 13 章，第 1 章介绍 MSC. Dytran 概貌；第 2 章介绍 MSC. Dytran 的基本概念；第 3 章介绍了 MSC. Dytran 输入、输出数据结构及分析流程；第 4 章介绍拉格朗日求解器；第 5 章介绍欧拉求解器；第 6 章介绍材料的本构模型；第 7 章介绍 MSC. Dytran 流-固耦合，即一般耦合 (general coupling)、多重耦合及任意拉格朗日-欧拉耦合 (ALE)；第 8 章介绍特殊技术及技巧分析；第 9 章介绍汽车安全气囊与 OOP；第 10 章介绍 MSC. Dytran 与其他程序（如 USA、TNO/MADYMO、ATB、LS-DYNA）的集成；第 11 章介绍用户子程序；第 12 章和 13 章为两个典型实例，详细介绍在 MSC. Patran 中建模的步骤，可帮助读者更好地理解整个建模过程。

在此书的撰写工作中，得到了 MSC. Software 总部和中国同事的大力支持和理解，作者在此深表谢意。

由于作者水平所限，书中难免出现错误和欠缺之处，敬请广大读者批评指正 (E-mail: mscprc.support@mscsoftware.com)。

# 目 录

<b>第 1 章 引言</b> .....	1
1.1 MSC. Dytran 概述 .....	1
1.2 软件特征 .....	1
1.3 应用领域 .....	2
<b>第 2 章 MSC. Dytran 基本概念</b> .....	3
2.1 拉格朗日有限元法 .....	3
2.2 欧拉有限体积法 .....	4
2.3 显式时间积分 .....	4
2.3.1 隐式求解方法 .....	4
2.3.2 显式求解方法 .....	5
2.3.3 显式求解与隐式求解的计算效率比较 .....	7
2.4 流-固耦合技术 .....	8
2.4.1 一般耦合 .....	8
2.4.2 ALE 耦合 .....	9
2.5 接触分析功能 .....	9
2.6 数据单位 .....	9
2.7 分析模型的构成 .....	10
<b>第 3 章 输入、输出数据结构及分析流程</b> .....	11
3.1 输入数据结构 .....	11
3.1.1 文件管理部分 .....	11
3.1.2 执行控制部分 .....	13
3.1.3 情况控制部分 .....	13
3.1.4 块数据部分 .....	15
3.1.5 参数定义 .....	24
3.2 分析流程 .....	26
3.2.1 程序执行步骤 .....	26
3.2.2 在建模过程中使用前处理程序 .....	27
3.2.3 模型的检查 .....	27
3.2.4 程序的执行 .....	27
3.2.5 分析的终止 .....	29
3.2.6 中断程序运行 .....	29
3.2.7 内存要求 .....	29
3.2.8 后处理 .....	30
3.3 输出数据结构 .....	30
3.3.1 输出数据文件 .....	30
3.3.2 输出计算结果 .....	33

3.3.3	输出变量	36
<b>第 4 章</b>	<b>拉格朗日求解器</b>	<b>67</b>
4.1	节点和坐标系	67
4.1.1	坐标系	67
4.1.2	自由度	68
4.1.3	约束	68
4.1.4	节点集中质量	68
4.1.5	拉格朗日网格节点	68
4.1.6	欧拉网格节点	68
4.1.7	节点编号	69
4.1.8	等距网格节点的自动生成及节点位置的移动	69
4.2	单元库	69
4.2.1	单元的定义	69
4.2.2	体单元	70
4.2.3	板壳元	71
4.2.4	膜单元	72
4.2.5	刚体	72
4.2.6	梁单元	75
4.2.7	杆单元	76
4.2.8	弹簧元	76
4.2.9	阻尼元	79
4.2.10	集中质量	81
4.3	单点约束	81
4.4	接触算法	81
4.4.1	接触面模型	81
4.4.2	刚性墙	85
4.4.3	捆绑连接	86
4.4.4	可断开连接	87
4.4.5	运动连接	88
4.5	拉格朗日载荷	89
4.5.1	载荷定义	89
4.5.2	集中力与集中力矩	89
4.5.3	分布压力	90
4.5.4	强迫运动	91
4.5.5	体积力 BODYFOR	92
4.5.6	初始条件	92
4.6	人工黏性	93
4.6.1	体积黏性	93
4.6.2	沙漏黏性	93
4.7	动力释放	96
4.7.1	Alpha 阻尼 VISCDMP	96
4.7.2	系统阻尼 VDAMP	97

4.8 Taylor 撞击实验 .....	98
4.8.1 问题描述 .....	98
4.8.2 Taylor 的理论解 .....	98
4.8.3 MSC. Dytran 模型 .....	98
4.8.4 MSC. Dytran 计算 .....	99
4.9 六面体单元的沙漏问题研究 .....	104
4.9.1 问题描述 .....	104
4.9.2 MSC. Dytran 模型 .....	105
4.9.3 MSC. Dytran 计算结果 .....	106
<b>第5章 欧拉求解器 .....</b>	<b>108</b>
5.1 有限体积法 .....	108
5.1.1 控制方程 .....	108
5.1.2 空间域有限体积离散 .....	108
5.1.3 有限体积算法流程 .....	109
5.1.4 时间步长计算 .....	113
5.2 欧拉单元 .....	113
5.3 欧拉载荷与约束条件 .....	115
5.3.1 流场边界条件 .....	115
5.3.2 刚性墙 .....	115
5.3.3 初始条件 .....	116
5.3.4 起爆 .....	120
5.3.5 体力 .....	120
5.4 Roe 求解器 .....	120
5.4.1 近似黎曼求解器 .....	120
5.4.2 精确黎曼求解器 .....	124
5.4.3 时间积分 .....	124
5.4.4 Roe 求解器的局限性 .....	124
5.5 黏性 .....	125
5.6 药形罩聚能射流模拟 .....	126
5.6.1 问题描述 .....	126
5.6.2 MSC. Dytran 模型 .....	126
5.6.3 MSC. Dytran 结果 .....	130
<b>第6章 材料本构模型 .....</b>	<b>131</b>
6.1 本构模型的定义方式 .....	131
6.2 本构模型的选择 .....	131
6.3 材料类型 .....	132
6.3.1 通用材料 DMAT .....	132
6.3.2 弹性材料 DMATEL .....	133
6.3.3 弹塑性材料 DMATEP .....	133
6.3.4 正交各向异性材料 DMATOR .....	133
6.3.5 纤维复合材料 MAT8 .....	135

6.3.6	各向异性塑性材料 SHEETMAT	137
6.3.7	土壤及可压扁泡沫材料 DYMAT14	140
6.3.8	分段线性塑性材料 DYMAT24	143
6.3.9	CAP 材料 DYMAT25	144
6.3.10	可压扁正交各向异性材料 DYMAT26	145
6.3.11	Mooney-Rivlin 橡胶材料 RUBBER1	145
6.3.12	泡沫材料 (聚丙烯) FOAM1	146
6.3.13	具有回滞现象的泡沫材料 FOAM2	147
6.4	剪切模型	148
6.4.1	常模量剪切模型 SHREL	148
6.4.2	线性黏弹性剪切模型 SHRLVE	148
6.4.3	多项式剪切模型 SHRPOL	149
6.5	屈服模型	149
6.5.1	流体动力屈服模型 YLDHY	149
6.5.2	冯·米塞斯屈服模型 YLDVM	149
6.5.3	Johnson-Cook 屈服模型 YLDJC	152
6.5.4	Tanimura-Mimura 屈服模型 YLDTM	152
6.5.5	Zerilli-Armstrong 屈服模型 YLDZA	152
6.5.6	Rate Power Law 屈服模型 YLDRPL	153
6.5.7	多项式屈服模型 YLDPOL	153
6.5.8	Mohr-Coulomb 屈服模型 YLDMC	153
6.6	材料失效模型	153
6.6.1	最大塑性应变失效模型 FAILMPS	154
6.6.2	用户自定义失效模型 FAILEX	154
6.6.3	用户自定义失效模型 FAILEX1	154
6.6.4	最大等效应力及最小时间步长失效模型 FAILEST	154
6.6.5	最大等效应力失效模型 FAILMES	155
6.6.6	最大压力失效模型 FAILPRS	155
6.6.7	最大塑性应变及最小时间步长失效模型 FAILSDT	155
6.6.8	最小时间步长失效模型 FAILDT	155
6.7	状态方程	155
6.7.1	$\gamma$ 律状态方程 EOSGAM	155
6.7.2	多项式状态方程 EOSPOL	156
6.7.3	Tait 状态方程 EOSTAIT	156
6.7.4	JWL 状态方程 EOSJWL	156
6.7.5	炸药点火及燃烧反应扩展状态方程 EOSIG	156
6.8	分离模型	157
6.9	材料黏性	158
<b>第 7 章</b>	<b>流-固耦合</b>	<b>159</b>
7.1	一般耦合	159
7.1.1	算法流程	159
7.1.2	耦合关系的定义	160

7.1.3	封闭耦合面 .....	160
7.1.4	耦合面上的摩擦 .....	160
7.1.5	通透性 .....	161
7.1.6	计算效率 .....	164
7.1.7	COUPLE 卡 .....	164
7.1.8	MESH——自动网格生成 .....	165
7.1.9	合并/块 .....	165
7.2	多重耦合 .....	166
7.2.1	多重耦合面与多重欧拉区域 .....	166
7.2.2	具有失效模式的耦合面 .....	166
7.2.3	具有孔洞的耦合面 .....	167
7.2.4	材料在多重欧拉区域间的流动 .....	167
7.2.5	耦合面与欧拉网格的关闭 .....	168
7.2.6	多重欧拉区域的初始化 .....	169
7.2.7	欧拉结果的输出定义 .....	169
7.2.8	用 Roe 求解器进行流-固耦合分析 .....	170
7.3	任意拉格朗日、欧拉耦合 .....	170
7.4	地雷爆炸分析 .....	171
7.4.1	问题描述 .....	171
7.4.2	MSC. Dytran 模型 .....	171
7.4.3	MSC. Dytran 结果 .....	175
7.5	多个鸟撞击盒状结构 .....	177
7.5.1	问题描述 .....	177
7.5.2	MSC. Dytran 模型 .....	178
7.5.3	MSC. Dytran 结果 .....	179
7.6	燃料箱的填充 .....	180
7.6.1	问题描述 .....	180
7.6.2	MSC. Dytran 模型 .....	180
7.6.3	MSC. Dytran 结果 .....	187
7.7	水下爆炸分析 .....	188
7.7.1	问题描述 .....	188
7.7.2	MSC. Dytran 模型 .....	189
7.7.3	MSC. Dytran 结果 .....	191
<b>第 8 章</b>	<b>特殊技术及技巧 .....</b>	<b>195</b>
8.1	分析的控制 .....	195
8.1.1	时间步长 .....	195
8.1.2	欧拉单元的合并 .....	195
8.1.3	流-固耦合子循环 .....	196
8.1.4	极限值 .....	197
8.2	应用类型相关的默认定义 .....	197
8.2.1	SETTING 卡 .....	197
8.2.2	等级序列 .....	198

8.3	质量放大 .....	199
8.4	预应力分析 .....	200
8.4.1	用 MSC. Nastran 的分析结果作预应力初始化 .....	200
8.4.2	直接用 MSC. Dytran 对模型进行预应力初始化 .....	202
8.5	再启动分析 .....	206
8.5.1	创建再启动文件 .....	206
8.5.2	进行再启动分析 .....	206
8.6	CONTACT 卡 .....	207
8.6.1	CONTACT 卡的重要参数域 .....	207
8.6.2	接触搜索方法 .....	211
8.6.3	CONTFORC .....	212
8.6.4	自适应接触 .....	212
8.7	装流体的密闭容器 .....	213
8.8	拉延筋模型 .....	213
8.9	初始压力的定义 .....	214
8.10	欧拉网格的流动边界条件定义 .....	215
8.11	数值泄漏的对策 .....	215
8.12	黏性流体流过长圆管 .....	216
8.12.1	问题描述 .....	216
8.12.2	理论解 .....	217
8.12.3	MSC. Dytran 模型 .....	218
8.12.4	MSC. Dytran 结果 .....	219
<b>第 9 章</b>	<b>汽车安全气囊与 OOP .....</b>	<b>220</b>
9.1	安全气囊 .....	220
9.2	气囊数值模型 .....	220
9.2.1	均匀压力模型 .....	221
9.2.2	流体动力学模型 .....	221
9.3	气囊袋模型 .....	222
9.4	气囊的通透性 .....	222
9.4.1	定义方法 .....	222
9.4.2	渗透性 .....	225
9.4.3	洞 .....	225
9.4.4	基于接触的通透性 .....	226
9.5	气囊的气体发生器 .....	226
9.6	气囊的初始计量法 .....	227
9.6.1	IMM 法的概念 .....	227
9.6.2	IMM 法的分类 .....	228
9.6.3	IMM 法的使用 .....	228
9.7	气囊的热传导 .....	229
9.8	气囊的接触问题 .....	230
9.8.1	气囊折叠的数值模型 I ——平面折叠 .....	230

9.8.2	气囊折叠的数值模型 II——立体折叠	230
9.9	安全带	231
9.9.1	加载与卸载曲线	231
9.9.2	安全带单元的密度	231
9.9.3	阻尼力	231
9.9.4	松弛量	231
9.9.5	预应力	232
9.10	假人模型	232
9.11	假人头部伤害指数	233
9.12	侧撞安全气囊	233
9.12.1	问题描述	233
9.12.2	MSC. Dytran 模型	234
9.12.3	MSC. Dytran 模型	238
<b>第 10 章</b>	<b>MSC. Dytran 与其他程序的集成</b>	<b>240</b>
10.1	水下爆炸波冲击问题的分析 (USA)	240
10.1.1	MSC. Dytran 与 USA 的耦合	240
10.1.2	输入数据结构	240
10.1.3	运行步骤	241
10.1.4	终止条件	242
10.1.5	后处理	242
10.2	假人分析程序之一 (TNO/MADYMO)	242
10.2.1	MSC. Dytran 与 MADYMO 的耦合	242
10.2.2	输入数据结构	243
10.2.3	时间步长控制	244
10.2.4	终止条件	244
10.2.5	再启动	244
10.2.6	后处理	245
10.2.7	耦合分析的执行	245
10.3	假人分析程序之二 (ATB)	246
10.3.1	MSC. Dytran 与 ATB 的耦合	246
10.3.2	输入数据结构	246
10.3.3	终止条件	247
10.3.4	前后处理	247
10.4	MSC. Dytran LS-DYNA	247
10.5	MSC. Nastran SOL 700	249
<b>第 11 章</b>	<b>用户子程序</b>	<b>250</b>
11.1	概述	250
11.2	用户子程序与 MSC. Dytran 连接	250
11.2.1	利用 MSC. Dytran Explorer	251
11.2.2	利用命令过程	251

11.3 用户可存取的内存变量 .....	251
11.3.1 获取全局变量 .....	251
11.3.2 获取单元变量 .....	251
11.3.3 存储单元变量 .....	253
11.3.4 获取节点变量 .....	254
11.3.5 存储节点变量 .....	257
11.3.6 程序内部编号转换用户编号 .....	257
11.4 从输入数据文件向用户子程序输入参数 .....	258
<b>第 12 章 拉格朗日网格中的碰撞穿透分析实例 .....</b>	<b>261</b>
<b>第 13 章 水上降落模拟分析实例 .....</b>	<b>276</b>
<b>附录 单位表 .....</b>	<b>295</b>
<b>参考文献 .....</b>	<b>296</b>

# 第 1 章 引 言

## 1.1 MSC. Dytran 概述

MSC. Dytran 是 MSC. Software 公司的核心产品之一,专门适用于高速瞬态非线性动力问题和瞬态流-固耦合问题的数值仿真。

从 1988 年开始, MSC 公司在结构瞬态动力响应软件 DYNA3D 框架下开发了 MSC. Dyna 并于 1990 年发布了第一个版本。该程序继承了 DYNA3D 优异的快速显式积分算法和丰富的材料模式,采用 MSC. Nastran 的输入数据格式,可用于分析各种非线性瞬态响应,如高速撞击、接触摩擦、冲压成型等。

但是,仍然有大量的工程问题不是单一的结构问题,为此 MSC 公司于 1991 年收购了荷兰 PICES International 公司的著名流体动力学和流-固耦合仿真软件 PICES。PICES 采用的是基于欧拉描述的显式有限体积法,适合于模拟国防军工领域常见的爆炸、穿甲等流-固耦合问题,在国防、航空航天、核安全、石化等领域有广泛的应用。

此后, MSC 公司用了两年的时间,将 MSC. PICES 3D 和 MSC. Dyna 充分融合,于 1993 年发布了 MSC. Dytran 的第一个商业版本。该产品集 MSC. Dyna 和 MSC. PICES 3D 之大成,拉格朗日和欧拉算法优势互补,成为第一个能够模拟复杂流-固耦合问题,集高度非线性、流-固耦合、瞬态动力响应仿真于一体的大型商用软件。在随后的发展中, MSC. Dytran 在单元库、数据结构、前后处理等方面与 MSC 公司的旗舰产品 MSC. Nastran 取得了全面一致,是 MSC 所倡导的 VPD (virtual product development) 整体环境中不可缺少的一部分。

在问世的十余年中, MSC. Dytran 历经无数航空、航天、汽车、造船、铁路、国防、核工业等领域科研和工程项目的考验。该软件的开发环境经过了 ISO 9001:2000 的认证,每天都要通过 500 个以上例题的自动测试以保证程序的可靠性和稳定性。

2003 年 MSC. Software 公司与 LSTC 公司达成全面合作协议,将 LS-DYNA 最新版本程序完全集成入 MSC. Dytran,将最强的拉格朗日技术和最强的欧拉技术相结合,为用户提供功能最强的显式积分非线性瞬态动力学仿真软件。

## 1.2 软件特征

MSC. Dytran 是一种用于分析结构及流体材料的非线性动态行为的数值仿真程序。该程序采用显式积分法并能模拟各种材料及几何非线性和接触非线性问题,特别适合于分析包含大变形、高度非线性和复杂的动态边界条件的短暂的动力学过程。软件中同时提供拉格朗日求解器与欧拉求解器,因而既能模拟结构的变形又能模拟流体的流动。拉格朗日网格与欧拉网格之间可以进行耦合,从而可以分析流体与结构之间的相互作用,形成精确、独特的流-固耦合技术。软件具有丰富的材料模型,能够模拟从金属、非金

属（包括土壤、塑料、橡胶等）到复合材料，从线弹性、屈服、状态方程、破坏、剥离到爆炸、燃烧等各种行为模式。

### 1.3 应用领域

目前 MSC. Dytran 典型的应用领域包括以下几方面：

① 爆炸与冲击，如水下爆炸、地下爆炸、容器中爆炸对结构的影响及破坏，爆炸成型、爆炸容器的设计优化分析，爆炸对建筑物等设施结构的破坏分析，聚能炸药的能量聚焦设计分析，战斗部结构的设计分析；

② 水下/空中弹体发射过程，机弹相容性，火炮制推器模拟动态仿真；

③ 高速、超高速穿甲，如飞弹打击或穿透靶体（单个或复合靶体）及侵彻过程等问题；

④ 结构的适撞性分析，如汽车、飞机、火车、轮船等运输工具的碰撞分析，船体搁浅、飞机着陆、飞机水面迫降、鸟体撞击飞机结构、航空发动机包容性、汽车轮胎受冲击、饮料瓶罐受载分析等；

⑤ 金属弹、塑性大变形成型，如钣金冲压成型、三维锻造成型等；

⑥ 跌落试验，如各种物体（武器弹药、化工产品、仪器设备、电器如遥控器、手机、电视机等）的跌落过程仿真；

⑦ 流体动力分析，如液体、气体的流动分析，储液容器晃动分析，液压缓冲器性能分析，油箱注油；

⑧ 安全防护分析，如安全头盔设计，安全气囊膨胀分析以及汽车—气囊—人体三者结合在汽车碰撞过程中的响应，飞行器安全性分析（飞行器坠毁、气囊着陆等）；

⑨ 轮胎在积水路面排水性和动平衡分析；

⑩ 高速列车行驶的轮、轨动力学，高速列车穿隧道的冲击波响应，车辆过桥的动态响应；

⑪ 其他，如结构抗震、打印机的给纸、体育器材（高尔夫球、棒球、足球）。

由于 MSC. Dytran 具有强大的仿真功能，加上近年来与 LS-DYNA、MSC. Nastran 的集成（参见第 10 章），从理论上讲几乎可以模拟任何力学过程，用户可以根据自己的需要创造性地运用该程序，开发出更多新的应用领域。

## 第 2 章 MSC. Dytran 基本概念

连续介质力学问题的数值解法，都是将分布空间域进行离散，把连续的微分方程转换成有限阶的代数方程组。对于需要求解时间历程的瞬态动力学问题，还要在时间域内进行离散。空间域离散的方法有有限差分法、有限元法、边界元法及有限体积法等，分别可以划归拉格朗日类型和欧拉类型；时间域离散一般采用时间积分法。在空间域的分析上，MSC. Dytran 包含拉格朗日和欧拉两种类型的求解方法；在时间域的分析上 MSC. Dytran 采用显式时间积分法。

### 2.1 拉格朗日有限元法

当采用拉格朗日方法时，节点固定在分析对象上。通过连接有关节点形成单元，再由单元组成网格。当分析对象变形时，节点随着材料的移动而移动，同时单元也随之变形。因此，拉格朗日方法计算的是质量恒定的单元的运动（见图 2.1）。

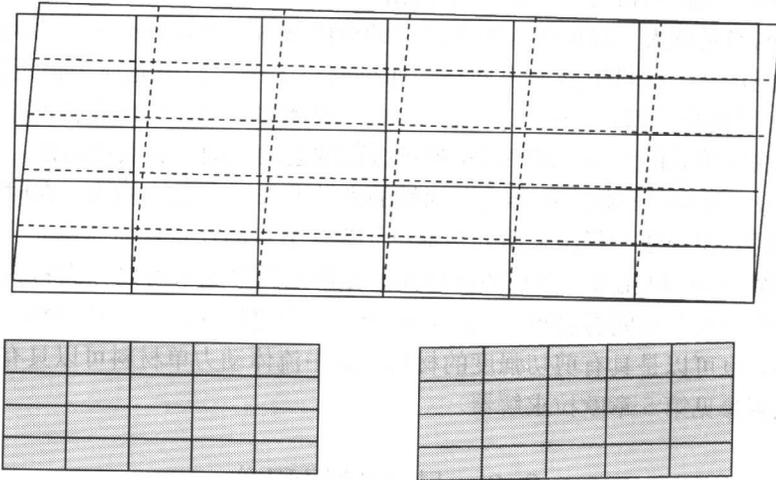


图 2.1 拉格朗日单元

MSC. Dytran 中的拉格朗日求解器主要用于对固体结构的分析。与大多数结构分析程序一样，该程序采用有限元法。MSC. Dytran 中所采用的单元大多数为一阶单元。由于 MSC. Dytran 采用显式积分法，适合于使用细密网格，因而采用低精度单元。在采用低精度单元和细密网格的基础上，经过近似处理，可以使系统的质量矩阵不包含耦合项，从而在进行显式时间积分时无需进行矩阵求逆，只需求解关于每个自由度的独立一元一次代数方程，使得计算效率大大提高。

## 2.2 欧拉有限体积法

欧拉方法主要用于流体流动问题的分析以及固体材料发生很大变形的情况。当采用欧拉方法时，节点固定在空间中，由相关节点连接而成的单元仅仅是空间的划分。欧拉网格是一个固定的参照系。分析对象的材料在网格中流动。材料的质量、动量以及能量从一个单元流向另一个单元。因此，欧拉法计算的是材料在体积恒定的单元中的运动（见图 2.2）。MSC. Dytran 中欧拉网格与拉格朗日网格采用同样的方式来定义，网格可以具有任意形状，这样比其他一些仅采用矩形网格的欧拉法的程序要灵活得多。

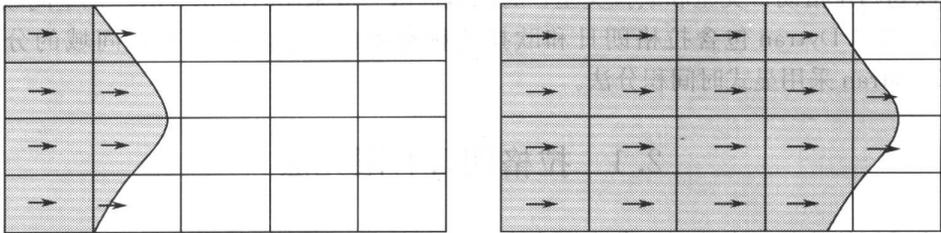


图 2.2 欧拉单元

必须注意，欧拉网格与拉格朗日网格用法不同。在建立欧拉型网格模型时最重要的问题是要让网格足够大，以能够容纳变形后的全体材料。欧拉网格的作用类似于一个容器，除非专门定义，材料不能流出网格。如果网格太小，会引起应力波反射和压力堆积。针对流-固耦合计算，MSC. Dytran 从 2004 版增加了自适应的欧拉网格功能，用户只需要定义欧拉单元的大小，程序将根据耦合面的运动自动生成欧拉网格。

MSC. Dytran 中的欧拉求解器在空间域的离散上采用有限体积法，在时间域的离散上采用显式时间积分法。程序采用的基本单元为 8 节点的任意六面体单元。此外，还有 6 节点的任意三棱柱单元及 4 节点的任意四面体单元。单元中可以充满材料，也可以是空的，或者有一部分空间有材料。同时，一个单元中可以同时有几种材料，既可以是流体动力材料，也可以是具有剪切强度的材料。其中流体动力材料可以具有黏性。

具体说明参见第 5 章欧拉求解器。

## 2.3 显式时间积分

MSC. Dytran 对拉格朗日和欧拉两种类型的求解方法在时间域上均采用显式时间积分法，显式时间积分是相对隐式时间积分而言，这里仅以拉格朗日法为例对两种时间积分方法加以说明。

### 2.3.1 隐式求解方法

隐式求解方法在数值分析中被广泛采用。相对于时间的积分，一般采用纽马克算法。如果当前时间步是步  $n$ ，在步  $n+1$  时加速度的估算值应该满足下列方程：

$$\mathbf{M}a'_{n+1} + \mathbf{C}v'_{n+1} + \mathbf{K}d'_{n+1} = \mathbf{F}_{n+1}^{\text{ext}}$$

式中,  $\mathbf{M}$  为结构质量矩阵;  $\mathbf{C}$  为结构阻尼矩阵;  $\mathbf{K}$  为结构刚度矩阵;  $\mathbf{F}_{n+1}^{\text{ext}}$  为外加载荷列阵;  $a'_{n+1}$  为加速度在步  $n+1$  的近似值;  $v'_{n+1}$  为速度在步  $n+1$  的近似值;  $d'_{n+1}$  为位移在步  $n+1$  的近似值。

位移和速度的估算值由下式给出:

$$d'_{n+1} = d_n + v_n \Delta t + [(1 - 2\beta)a_n \Delta t^2]/2 + \beta a'_{n+1} \Delta t^2$$

或

$$\begin{aligned} d'_{n+1} &= d_n^* + \beta a'_{n+1} \Delta t^2 \\ v'_{n+1} &= v_n^* + \gamma a'_{n+1} \Delta t \end{aligned}$$

或

$$v'_{n+1} = v_n + (1 - \gamma)a_n \Delta t + \gamma a'_{n+1} \Delta t$$

式中,  $\Delta t$  为时间步;  $\beta$  和  $\gamma$  为用来保证积分精度和稳定性的可调常量参数;  $d_n^*$  和  $v_n^*$  为基于已知中间结果的预测因子。

将二者代入运动微分方程, 可得

$$\mathbf{M}a'_{n+1} + \mathbf{C}(v_n^* + \gamma a'_{n+1} \Delta t) + \mathbf{K}(d_n^* + \beta a'_{n+1} \Delta t^2) = \mathbf{F}_{n+1}^{\text{ext}}$$

经过整理

$$[\mathbf{M} + \mathbf{C}\gamma\Delta t + \mathbf{K}\beta\Delta t^2]a'_{n+1} = \mathbf{F}_{n+1}^{\text{ext}} - \mathbf{C}v_n^* - \mathbf{K}d_n^*$$

进一步可写成

$$\mathbf{M}^* a'_{n+1} = \mathbf{F}_{n+1}^{\text{residual}}$$

加速度可通过对矩阵  $\mathbf{M}^*$  求逆得出:

$$a'_{n+1} = \mathbf{M}^{*-1} \mathbf{F}_{n+1}^{\text{residual}}$$

隐式求解方法无条件地稳定, 时间步长取决于需要的精度。对于非线性问题, 为保证解的收敛, 在每个增量步内要进行多次迭代。收敛的速度根据问题的不同而不同。有时可能由于不收敛而导致求解失败。

### 2.3.2 显式求解方法

如果当前时间步是步  $n$ , 显式求解方法将运动微分方程

$$\mathbf{M}a_n + \mathbf{C}v_n + \mathbf{K}d_n = \mathbf{F}_n^{\text{ext}}$$

改写成

$$\mathbf{M}a_n = \mathbf{F}_n^{\text{ext}} - \mathbf{F}_n^{\text{int}}$$

式中,  $\mathbf{F}_n^{\text{ext}}$  为外载荷矢量;  $\mathbf{F}_n^{\text{int}}$  为内力矢量,  $\mathbf{F}_n^{\text{int}} = \mathbf{C}v_n + \mathbf{K}d_n$ 。

加速度可通过对质量矩阵求逆并乘以剩余力矢量  $\mathbf{F}^{\text{residual}} = \mathbf{F}^{\text{ext}} - \mathbf{F}^{\text{int}}$  求出:

$$a_n = \mathbf{M}^{-1} \mathbf{F}_n^{\text{residual}}$$

如果将单元质量分布在节点上, 则  $\mathbf{M}$  为一对角阵, 称为集中质量矩阵, 线性方程组将成为一系列关于各个自由度的独立的一元一次方程, 从而可求出节点加速度为

$$a_{ni} = \mathbf{F}_n^{\text{residual}} / \mathbf{M}_i$$

如果假设加速度在一个时间步长内是恒定的, 并在时间推进上采用中心差分法:

$$v_{(n+1)/2} = v_{(n-1)/2} + a_n (\Delta t_{(n+1)/2} + \Delta t_{(n-1)/2}) / 2$$

$$d_{n+1} = d_n + v_{(n+1)/2} \Delta t_{(n+1)/2}$$

这里位置、力和加速度取时间步  $n$  时的数值，而速度取时间步  $(n+1)/2$  时的数值，如图 2.3 所示。

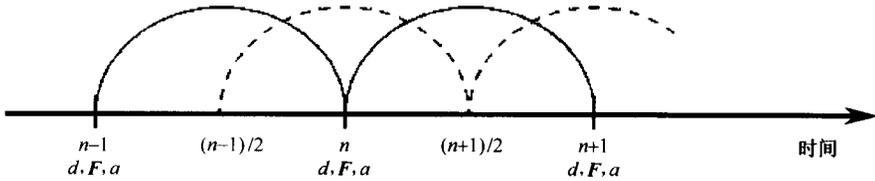


图 2.3 时间中心差分法

显式求解方法不需要做矩阵分解，每一时间步程序流程如图 2.4 所示。

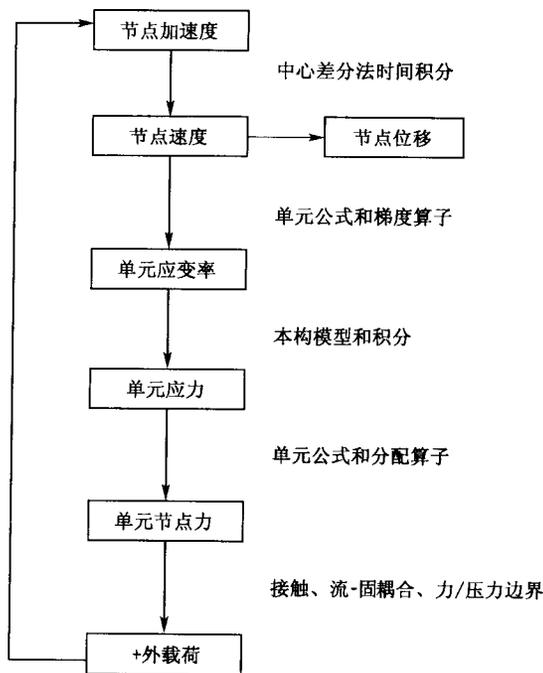


图 2.4 程序流程

对于显式求解方法，要保持计算稳定，时间步长必须小于网格的最小固有周期：

$$\Delta t \leq 2/\omega_{\max}$$

式中， $\omega_{\max}$  为有限元网格的最大自然角频率。以一维单元为例，最小时间步长由下式决定：

$$\Delta t_{\min} = l_{\min} / \sqrt{\frac{E}{\rho}}$$

式中， $l_{\min}$  是网格中最小单元的边长； $E$  是材料弹性模量； $\rho$  是材料密度。这意味着时间步长必须小于应力波跨越网格中的最小单元的时间。