三级跳

微型题库丛书

初三数学

根据最新教材编写

发散思维训练
综合能力立意
最新同步习题
三级层次跃进

北京考试题库研究中心
北京教育出版社

三级跳微型题库丛书

初三数学

北京考试题库研究中心

北京教育出版社

图书在版编目（CIP）数据

三级跳丛书．初三数学/北京考试题库研究中心编著．北京：北京教育出版社，1999.12

ISBN 7-5303-1987-6

Ⅰ．三…　Ⅱ．北…　Ⅲ．数学课-初中-教学参考资料　Ⅳ．G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字（1999）第 52642 号

三级跳丛书

初三数学

CHUSAN SHUXUE

北京考试题库研究中心

北 京 教 育 出 版 社

*

北 京 教 育 出 版 社 出 版

（北京北三环中路 6 号）

邮政编码：100011

北京出版社出版集团总发行

新 华 书 店 经 销

中国青年出版社印刷厂印刷

*

850×1168 毫米　32 开本　10 印张　200000 字

2000 年 2 月第 1 版　2001 年 8 月第 2 版第 6 次印刷

印数　72001—82000

ISBN　7-5303-1987-6

G·1961　定价：12.00 元

《三级跳丛书》

主 编 单 位：北京考试题库研究中心

北京教育出版社

语文学科主编：高石曾

数学学科主编：傅敬良

英语学科主编：李俊和（高中部分）

李　黎（初中部分）

物理学科主编：樊　福

化学学科主编：王美文

本 册 编 者：傅敬良

吴铁庆

吕晓琳

白　雪

傅　娟

邹　斌

前　言

为了减轻学生课业负担，加强素质教育，注重能力培养，体现新世纪教育要求，适应应试教育向素质教育转轨的新形势，我们特邀北京考试题库研究中心的专家精心为大家编写了《三级跳丛书》。

这套丛书按年级编写，每年级一科一本，共包括语文、数学、英语、物理、化学五科。它特点鲜明、容量精当、适应教改要求，是最新推出的换代产品。

符合学生实际　本书的编写以教育部的最新教学大纲为依据，与课本配套；以章（单元）为序，理科同步到节，文科同步到课。在内容设置上包含例题精解和能力训练三级跳两大部分，讲练结合、层层提高。所有例题均经专家们反复筛选后确定，标准化程度高，科学性强；每道例题均安排了思路分析与讲解、说明，逐一为广大学生指明了各类题目的解题要领，重在把学习方法教给你。

训练方法先进　本书在“能力训练三级跳”中采用阶梯跃进的方法，分为能力训练一级跳、能力训练二级跳、能力训练三级跳三个层次，由浅入深、由易到难，不但可以满足不同学生的实际需要，而且可以避免滑落题海，无功而返。三级跳这一阶梯跃进训练法，既是为了适应教学

要求设定的不同标准，又是为了方便学生根据自己的能力加强主动学习的积极性。

突出能力立意 针对教育改革特别是考试改革的要求，本书的编写中特别注重突出能力立意的特点，通过“能力训练三级跳”的形式，以综合性、应用性的能力训练为主，从多角度、多侧面、多情境、多层次等不同方面展开训练，不但可以综合考查自己的知识能力应用水平，而且可以有效地帮助你灵活掌握学习方法和规律。

参考答案详细 本书的又一个特点是参考答案详细。过去学生经常发愁的是，做了题却不知究竟对不对，即便答案相符，也对解题思路一知半解，很难获得真正的收获。本书则有别于以往的教学辅导书，在参考答案上力求详尽提示，讲明步骤，准确无误，不仅要让你学会，还要帮助你会学。

为使本书能更好地为读者服务，在每本书的后面，我们均安排了意见反馈表，并特别设置了如下奖励措施：凡是发现书内差错5个以上的，我们将奖励下一年级同科目书一册（高三学生奖励当年《十月》杂志一册），并在此书再版时，您将作为本书特聘监督员登录在册，希望读者积极参与（注：相同差错的取前20名）。由于时间紧，水平有限，书中难免会有不足之处，恳请读者批评指正。

目 录

第一部分 代数

第二部分 几何

第一部分　代数

(1) $4y^2-\sqrt{144}=0$ (2) $7x-3=\pm(2x+4)$

$4y^2-12=0$ $7x-3=2x+4$ $7x-3=-2x+4$

$4y^2=12$ $5x=7$ $9x=7$

$y^2=3$ $x=\frac{7}{5}$ $x=\frac{9}{7}$

$y=\pm\sqrt{3}$

第十二章

一元二次方程

第一单元 一元二次方程

例题精解

例 1 用适当的方法解下列方程：

（1）$4y^2-\sqrt{144}=0$；（直接开方） （2）$(7x-3)^2=(2x+4)^2$；

（3）$2(3y-1)^2-9=0$； （4）$3u^2-72=5(u-14)$.

分析 方程（1）不含一次项，采用直接开平方法较简便. 方程（2）、(3) 中含未知数的项已经是配方形式，也宜采用开平方方法. 方程（4）应整理化为一般式后，用公式法或十字相乘法求解.

解 （1）先化简：$4y^2-12=0$，$y^2=3$.

$\therefore y=\pm\sqrt{3}$ 即 $y_1=\sqrt{3}$，$y_2=-\sqrt{3}$.

（2）$7x-3=\pm(2x+4)$

即 $7x-3=2x+4$ 或 $7x-3=-(2x+4)$

$7x-3=-2x-4$

$5x=7$ 或 $9x=-1$

$\therefore x_1=\dfrac{7}{5}$，$x_2=-\dfrac{1}{9}$.

（3）$3y-1=\pm\sqrt{\dfrac{9}{2}}=\pm\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$

1.5斤

$y=\frac{1}{3}\left(1\pm\frac{3\sqrt{2}}{2}\right)$

$\therefore y_1=\frac{1}{3}+\frac{\sqrt{2}}{2}$，$y_2=\frac{1}{3}-\frac{\sqrt{2}}{2}$.

(4) 化为一般式：$3u^2-5u-2=0$

$\therefore u=\frac{5\pm\sqrt{5^2+24}}{2\times 3}=\frac{5\pm 7}{6}$

$\therefore u_1=2$，$u_2=-\frac{1}{3}$.

或$(3u+1)(u-2)=0$

$\therefore u_1=-\frac{1}{3}$，$u_2=2$.

小结 解一元二次方程的方法一定要根据方程的形式灵活选择．对于不含一次项或已写成配方形式的方程应首先考虑采用开平方法．其它情况下应将方程先化为一般式再考虑十字相乘法或求根公式法．对某些特殊形式的方程，有时需采用换元法将其化简后再求解．

例 2 解下列关于 x 的方程：

(1) $2x^2+2\sqrt{2}mx+m^2-n^2=0$;

(2) $a(x^2-b^2)=(x+b)^2\quad(a\neq 1)$;

(3) $ab(x^2+a^2b^2)-a^4x=b^4x\quad(ab\neq 0)$;

(4) $(mx+n)^2-3m^2=3n^2-(nx-m)^2\quad(mn\neq 0)$.

分析 (1) 题中可将方程左边前三项配成平方形式，再利用平方差公式进行因式分解．(2) 题可采用提取公因式法进行因式分解．(3)、(4) 题应将方程先化为关于 x 的一般式，再根据方程形式选择解法．

解 (1) $(\sqrt{2}x+m)^2-n^2=0$

$(\sqrt{2}x+m+n)(\sqrt{2}x+m-n)=0$

$\sqrt{2}x+m+n=0$　或 $\sqrt{2}x+m-n=0$

$\therefore x_1=\dfrac{-(m+n)}{\sqrt{2}}=-\dfrac{\sqrt{2}(m+n)}{2}$

$x_2=\dfrac{n-m}{\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{2}(n-m)}{2}$.

(2) $a(x+b)(x-b)-(x+b)^2=0$

$(x+b)[a(x-b)-(x+b)]=0$

$x+b=0$ 或 $(a-1)x-ab-b=0$

$\therefore x_1=-b$，$x_2=\dfrac{ab+b}{a-1}$　$(a\neq1)$.

(3) $abx^2+a^3b^3-(a^4+b^4)x=0$

即：$abx^2-(a^4+b^4)x+a^3b^3=0$

采用十字相乘法因式分解，得

$(ax-b^3)(bx-a^3)=0$

$ax-b^3=0$ 或 $bx-a^3=0$

$\because ab\neq0$　$\therefore a\neq0$ 且 $b\neq0$

$\therefore x_1=\dfrac{b^3}{a}$，$x_2=\dfrac{a^3}{b}$.

(4) 将方程化为一般式

$(m^2+n^2)x^2-2(m^2+n^2)=0$ 这是怎么变的?

$\because mn\neq0$　$\therefore m\neq0$ 且 $n\neq0$

$\therefore m^2+n^2\neq0$

则方程中可约去 m^2+n^2，得 $x^2-2=0$

$\therefore x=\pm\sqrt{2}$.

小结　含字母系数的方程，首先要分清哪些字母表示未知量，哪些字母表示已知量．应按含未知量的项的次数去合并整理．

例 3　m 是什么实数时，关于 x 的方程 $mx^2-12x+9=0$　(1)

有实数根；(2) 无实数根.

分析 由于二次项系数是 m，当 $m\neq0$ 时方程是一元二次方程；当 $m=0$ 时方程为一元一次方程，所以应按 $m=0$ 和 $m\neq0$ 分类进行讨论.

解 (1) 当 $m=0$ 时，原方程为 $-12x+9=0$

$\therefore$ 有一个实根 $x=\dfrac{3}{4}$.

当 $m\neq0$ 时，原方程为一元二次方程，若 $\Delta\geqslant0$，则方程有两个实根.

即 $\Delta=(-12)^2-4\cdot m\cdot9=144-36m\geqslant0$

$\therefore m\leqslant4$ 且 $m\neq0$

综上：当 $m\leqslant4$ 时，原方程有实数根.

(2) 当 $\Delta<0$，即 $m>4$ 时原方程没有实数根.

小结 应认真审题，明确题意，考虑问题要全面，掌握分类讨论的思想.

[illegible]

例4 已知 a、b、c 为不全相等的实数，求证关于 x 的方程 $(x-a)(x-b)+(x-b)(x-c)+(x-c)(x-a)=0$ 有不等的两个实数根.

分析 若求证关于 x 的方程有两个不等的实数根，只需证明这是一个关于 x 的一元二次方程且判别式 $\Delta>0$ 即可.

证明 把原方程整理成关于 x 的一元二次方程的一般形式，为：

$$3x^2-2(a+b+c)x+(ab+bc+ac)=0$$

$$\Delta=[-2(a+b+c)]^2-12(ab+bc+ac)$$

$$=4[(a+b+c)^2-3(ab+bc+ac)]$$

$$=4(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ac)$$

$$=2(2a^2+2b^2+2c^2-2ab-2bc-2ac)$$

$=2[(a^2-2ab+b^2)+(b^2-2bc+c^2)+(a^2-2ac+c^2)]$

$=2[(a-b)^2+(b-c)^2+(a-c)^2]$

$\because a$、b、c 为不全相等的实数

$\therefore a-b$、$b-c$、$a-c$ 中至少有一个不为零，即非负数 $(a-b)^2$、$(b-c)^2$、$(a-c)^2$ 中至少有一个大于零.

$\therefore \Delta=2[(a-b)^2+(b-c)^2+(a-c)^2]>0$

$\therefore$ 原方程有两个不等的实数根.

小结 本题中方程的根的判别式是关于字母系数 a、b、c 的一个多项式，证明这个多项式的符号，关键在于把判别式作恒等变形. 变形的方向有两个，其一是利用配方法，化为非负数的和的形式；其二是因式分解，判断每个因式的符号.

例 5 已知关于 x 的方程 $mx^2+(m-1)x+1=0$ 有有理根，求整数 m 的值.

分析 应按 $m=0$ 和 $m\neq0$ 两种情况进行讨论.

解 （1）当 $m=0$ 时，原方程为一元一次方程 $-x+1=0$，只有一个有理根 $x=1$.

（2）当 $m\neq0$ 时，原方程为关于 x 的一元二次方程. 若方程有有理根，则必有判别式 Δ 的值是整数，而且是完全平方数.

$\because \Delta=(m-1)^2-4m=m^2-6m+1$

$\therefore$ 一定存在一个非负整数 k，使得 $m^2-6m+1=k^2$. 即 $(m-3)^2-8=k^2$.

$\therefore (m-3)^2-k^2=8 \quad \therefore (m-3+k)(m-3-k)=8$.

$\because k\geqslant0 \quad \therefore m-3+k>m-3-k$. 且 $m-3+k$ 与 $m-3-k$ 都是整数.

则有：

$$\begin{cases} m-3+k=8 \\ m-3-k=1 \end{cases} \text{或} \begin{cases} m-3+k=-1 \\ m-3-k=-8 \end{cases}$$

或$\begin{cases}m-3+k=4\\m-3-k=2\end{cases}$或$\begin{cases}m-3+k=-2\\m-3-k=-4\end{cases}$

把以上各个方程组中的两个方程相加，消去 k，分别得：

$2(m-3)=9$　或 $2(m-3)=-9$ 或 $2(m-3)=6$

或　$2(m-3)=-6$

$\because m-3$ 是整数　$\therefore m-3=3$ 或 $m-3=-3$

$\therefore m=6$ 或 $m=0$（舍）.

由（1）、（2）可知：$m=0$ 或 $m=6$ 时原方程有有理根.

小结　关于 x 的一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$，当 a、b、c 为有理数时，方程的根为有理根的条件是根的判别式 $\Delta=b^2-4ac$ 的值是某个有理数的完全平方数.

例 6　已知关于 x 的一元二次方程 $(m+2)x^2+x+2=0$ 和 $(m+2)x^2+mx+m+1=0$.

（1）当第一个方程有实根时，求 m 的取值范围；（2）当这两个方程有一个公共根时，求 m 的值；（3）当第二个方程的两根的值相差 1 时，求 m 的值.

分析　（1）第一个方程有实根的条件是 x^2 的系数 $m+2\neq0$ 且判别式 $\Delta\geqslant0$，由此可得到关于 m 的不等式组，则可确定 m 的取值范围.

（2）所谓两个方程有公共根，即指这两个方程联立所组成的方程组有解. 并且 m 的值应使这两个方程都是一元二次方程，两个方程的根的判别式均非负.

（3）根据两根相差 1 及根与系数的关系可建立方程组求出 m 的值.

解　（1）m 应满足下列不等式组：

$$\begin{cases}m+2\neq0\\\Delta=1-8(m+2)\geqslant0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}m\neq-2\\m\leqslant-\dfrac{15}{8}\end{cases}$$

$\therefore m \leqslant -\frac{15}{8}$且 $m \neq -2$.

(2) 设两个方程的公共根为 t，则有

$$\begin{cases}(m+2)t^2+t+2=0\\(m+2)t^2+mt+m+1=0\end{cases}$$

两式相减，得$(m-1)t+(m-1)=0$

$\because m \leqslant -\frac{15}{8}$且 $m \neq -2$时，第一个方程有两个实根

$\therefore m \neq 1$　即 $m-1 \neq 0$

$\therefore t=-1$，此时 $m=-3$.

当 $m=-3$ 时，第二个方程为 $-x^2-3x-2=0$

即 $x^2+3x+2=0$，其 $\Delta=9-8>0$

$\therefore m=-3$ 时两方程均为一元二次方程且有公共根 -1.

(3) 设第二个方程的两根为 x_0 和 x_0+1，则有：

$$\begin{cases}x_0+(x_0+1)=-\dfrac{m}{m+2}\\x_0(x_0+1)=\dfrac{m+1}{m+2}\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}x_0=-\dfrac{m+1}{m+2}\\x_0(x_0+1)=\dfrac{m+1}{m+2}\end{cases}$$

$\Rightarrow x_0\ (x_0+1)\ =-x_0$

$\therefore x_0=0$　或　$x_0=-1$

当 $x_0=0$ 时，$m=-1$，此时方程为 $x^2-x=0$，两根为 0 和 1，符合题意；

当 $x_0=-1$ 时，$m=-3$，此时方程为 $-x^2-3x-2=0$ 即 $x^2+3x+2=0$，两根为 -1 和 -2，也符合题意.

$\therefore m=-1$、$m=-3$ 为本题的解.

小结　本题是综合运用一元二次方程的概念、根的概念以及根与系数的关系等知识解题的例子，考查全面灵活运用基本知识解题的能力.