

全国青少年喜爱的优秀图书



主编 董仁威 赵 健

摘取 数学明珠

ZHAIQU SHUXUE MINGZHU

A Series of 小科学家丛书
Little Scientists

● 董仁扬



四川出版集团 · 四川科学技术出版社

全国青少年喜爱的优秀图书



A Series of 小科学家丛书
Little Scientists

董仁扬

摘取数学明珠

ZHAIQU SHUXUE MINGZHU

四川出版集团 · 四川科学技术出版社

图书在版编目(CIP)数据

摘取数学明珠/董仁扬编. - 成都:四川科学技术出版社,2004.1(2005.1重印)

(小科学家丛书/董仁威,赵健主编)

ISBN 7-5364-5368-X

I. 摘… II. 董… III. 数学-普及读物

IV. 01-49

中国版本图书馆CIP数据核字(2003)第094112号

小科学家丛书

主 编 董仁威 赵 健

摘取数学明珠

作 者 董仁扬
责任编辑 周 军
封面设计 韩健勇
版面设计 杨璐璐
责任校对 喻瑞卿
责任出版 邓一羽
出版发行 四川出版集团·四川科学技术出版社
成都盐道街3号 邮政编码610012
开 本 880mm×1230mm 1/32
印 张 6.375 字数 130 千 插页 4
印 刷 成都金龙印务有限责任公司
版 次 2004 年 1 月成都第一版
印 次 2005 年 1 月成都第二次印刷
印 数 3 001-6 000 册
定 价 19.00 元
ISBN 7-5364-5368-X

■ 版权所有·翻印必究 ■

■ 本书如有缺页、破损、装订错误,请寄回印刷厂调换。

■ 如需购本书,请与本社邮购组联系。

地址:成都盐道街3号 邮政编码:610012

电话:86671039 86672823

前

言

有一天,我和两位出版界的朋友王吉亭、赵健在望江公园品茗谈心。王兄谈及他编辑出版《小作家丛书》的往事,让我们称美不已。几日后,赵兄打来电话,兴冲冲地提议:我们何不步王兄后尘,编一套《小科学家丛书》呢?

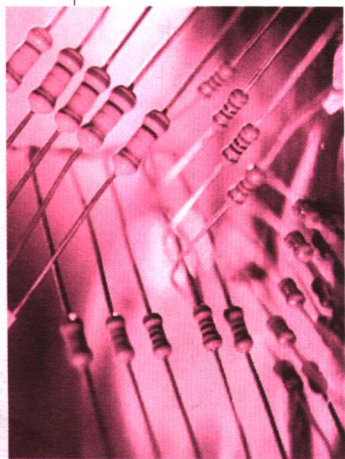
我十分赞赏赵兄的主意。的确,中国太需要科学家了。有人讳言老祖宗的光荣历史,其实,“以史为鉴”任何时候都是需要的。回顾世界的科技发展史,曾几何时,中国都还很有“面子”。17世纪上半叶以前,中国在世界科技上领先2000多年。

农耕文明初始,中国就同埃及、巴比伦、印度等国一起,组成了四大文明古国;科技一直走在世界前列。只不过,在这段时间里,世界科技界的领头羊是埃及。2000多年前,世界上发生了一次知识爆炸,这次知识爆炸的领头羊起初是希腊和中国。不久,中国便甩开希腊,走到世界最前列,独领风骚。中国为人类贡献了四大发明及其他许多项重要发明。由于中国处在世界科技上的领先地位



位,经济也得到了蓬勃的发展。到公元1500年左右,中国的经济总量曾占到当时世界经济总量的1/3。但由于清朝统治者的腐败无能,在17世纪下半叶,中国科技界的声音突然在世界上消失,经济也随之滑坡(经济总量曾降到只占世界经济总量的5%)。这以后的三四百年间,中国比西方落后了,受尽列强欺凌。

在经过20世纪末的20年改革开放后,中国取得了长足的进步,21世纪已开始了中华民族复兴的伟大历程。中国科技在20世纪的后20年已经开始复苏,世界科技界再次听到了中国的声音。在中国,以袁隆平为首的水稻专家,在水稻生产技术的研究上已走在世界前列。航天技术、生物技术等门类也已跻身世界第一方阵。中国参与了世界科技界顶尖级科学家合作执行的“人类基因组计划”,在世界上首先解读了籼型水稻的基因图谱。须知,籼型水稻的基因组有4.5万~5.6万个基因,比人类基因组还多出1万



多个。

与此同时，中国的经济实力也开始迅速增长。2001年，中国的国内生产总值已达9万多亿元人民币，跃居世界第六位；预计2005年将超过法国，跃居世界第五位；2025年将超过英国、德国和日本，跃居世界第二位……

要恢复中国在世界经济和科技上的领先地位，首先要恢复中国在科技上的领先地位。这，便是人们常说的“科教兴国”。复兴中华民族这一宏伟目标的实现，关键是今后的二三十年。这个重要的使命，历史地落在了现在还是大、中、小学生的一代青少年肩上。因此，提高当代青少年的科学素养，从当代青少年中培养大量科学家，便成了我们这一代人义不容辞的责任。现在，我和赵健兄主编的《小科学家丛书》已完成编撰工作，即将交由四川科学技术出版社编辑出版。但愿这套丛书能对小读者们成长为科学家有所帮助，为中华民族的复兴尽一份绵薄之力。

董仁威

2003年7月22日



JIA CONG SHU

目 录

数

阿拉伯数字和运算符号的发明 1

0 的发现和奇妙的 9 13

常数 π 和 e 21

神秘的 $\sqrt{-1}$ ——虚数和复数的发明 33

无穷——无穷大与无穷小 40

观察与思考 48

1. 观察数字回文的一个有趣性质 48

2. 丢番图之谜 48

3. 推翻欧拉的一个猜想 49

4. 能否定义 $i^2=0$ 或 $i^2=-1$ 的新复数 49

几 何

三角形内角和一定等于 180° 吗? ——关于平行公理的讨论和非欧几何的发现 52

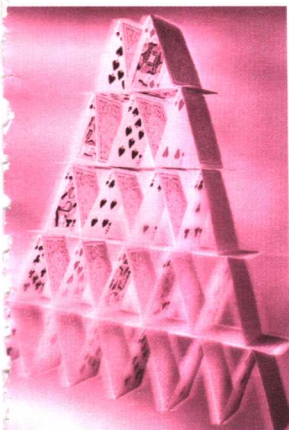
漫谈坐标——解析几何的诞生 60

射影几何 69

拼图 76

折纸 84

几何画板——在计算机上作几何题 91



观察与思考 97

1. 用比例中项化长方形为等面积的正方形 97
2. 将正三角形切成4块拼成正方形 98
3. 玩七巧板 98
4. 折四面体和六面体 99
5. 折椭圆和双曲线 99

现代数学

分形几何 101

混沌学 109

对策论——做全能战略家 118

拓扑学 125

数学实验 136

观察与思考 143

1. 作简单的随机分形图形 143

2. 剪出一个三叶结 144

3. 七桥问题 145

生活中的数学

二进制与数字化时代 147

全球定位系统(GPS)和地理信息系统(GIS) 154

漫谈数学与音乐美术 161



JIA CONG SHU

齿轮曲线 167

无处不在的螺旋 173

陀螺——绕定点转动 179

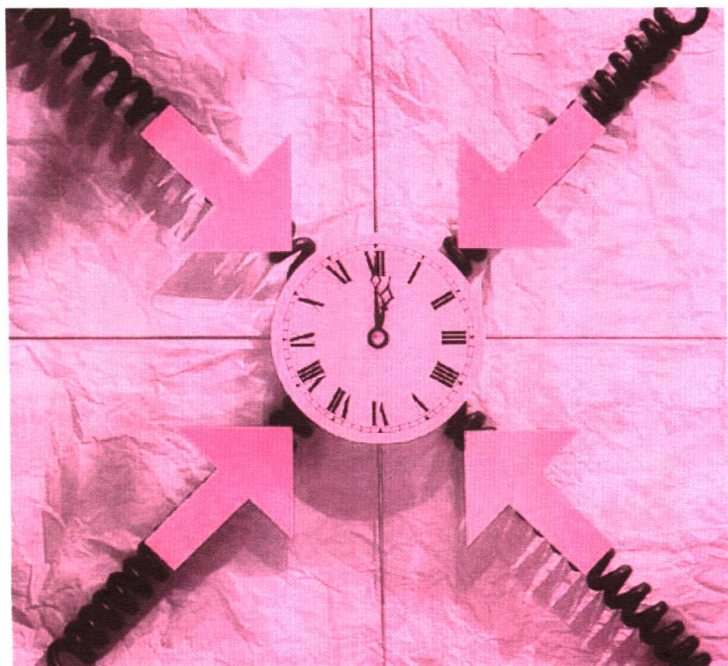
蜜蜂——天才的数学家 187

观察与思考 193

1. 观察机械钟的齿轮和摆 193

2. 陀螺玩具 194

3. 坡屋顶的最佳顶角 195



3



手指的启发,10个一组是受一双手有10个手指的启发,20个一组是受一双手和一双脚共有20个手指和脚趾的启发。要表示再大的数就更困难,于是出现用一个独立的符号表示一个组的方法,如用“-”表示10,用“+”表示100,用“=”表示1000,1978就表示为“=++++++-----''''''''”;或“=+++++----''''’”。

这是古巴比伦人的记数法,只不过用的不是当时的楔形符号,10000以内的数用了4个符号。

有字母后,希腊人就用字母来记数,用英文字母可表示为:

A = 1, B = 2, C = 3, ..., H = 8, I = 9, J = 10; K = 20, L = 30, ..., P = 70, Q = 80, R = 90; S = 100, T = 200, ..., Z = 800, & = 900。

所以,978就表示为“&PH”。1000以内的数要记住27个英文符号。

用罗马数字可表示为:



I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII	L	C	D	M
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	50	100	500	1000

现在,人们仍在使用罗马数字。它是用5分组的,IV用减法,VI用加法,在数字上加横线表示1000倍。1978就记为M DCCCC LXX VIII。

中国古代以竹筹为工具记数,用行和列进行各种数的演算。算筹记数有纵横两种方法:

纵式 | II III IIII T TT IIII

横式 — = ≡ ≡ ≡ ⊥ ⊥ ⊥ ⊥

1 2 3 4 5 6 7 8 9

3

各筹位必须纵横相间,个、百位用纵式,十、千位用横式,如6728为⊥ TT = III。现代汉字数字为:一、二、三、四、五、六、七、八、九、十,1978就表示为“一九七八”。它以十分组,并且是一个位置系统,即数字放的位置不同,其值意义不同,如“一九七八”中的“九”在倒数第三位就是“九百”的意思。还有汉字商用数字为:零、壹、贰、叁、肆、伍、陆、柒、捌、玖、拾、百、千、万、亿,1978就记为“壹仟玖佰柒拾捌”。在开支票或发票时,要会用它才行。

从应用的广泛和计算的方便来看,阿拉伯数字比其他任何记数法既简易又严密。阿拉伯数字实际上是印度人发明的,称为阿拉伯数字是一个历史的误会。公元前3世纪,印度就出现了书写数字和记数法。阿拉伯数字的



发展过程见图1。

—=≡𐌶𐌵𐌶𐌷𐌸

印度的——公元前3世纪

𐂔𐂕𐂖𐂗𐂘𐂙𐂚𐂛𐂜𐂝𐂞𐂟𐂠

印度的——公元876年

१२३४५६७८९०

印度的——公元11世纪

123456789

西阿拉伯人的——公元11世纪

123456789.

东阿拉伯人的——公元1575年

1234567890

欧洲人的——公元15世纪

1234567890

欧洲人的——公元16世纪

1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

计算机数字——公元20世纪

图1

阿拉伯数字有3个特点：一是十进制，即逢十进一(关于进制将在另一篇文章中叙述)；二是位置值系统；三是有零的符号。



前面讲的古代记数方法,今天仍在应用,如选举唱票时在黑板上写“正”字,就是用五笔画的“正”字表示五;又如为便于阅读将一些大的数字分组,每3位分一组,像光速30万千米/秒可记为300 000千米/秒。国际单位制的十进制词头也用字母表示,见表1。

表1

倍数	名称	词冠代号	倍数	名称	词冠代号
10^{18}	艾[可萨]	E	10^{-1}	分	d
10^{15}	拍[它]	P	10^{-2}	厘	c
10^{12}	太[拉]	T	10^{-3}	毫	m
10^9	吉[咖]	G	10^{-6}	微	μ
10^6	兆	M	10^{-9}	纳[诺]	n
10^3	千	k	10^{-12}	皮[可]	p
10^2	百	h	10^{-15}	飞[母托]	f
10^1	十	da	10^{-18}	阿[托]	a

计算机常讲100K就是100个千字节,即100 000个字节;讲3M就是3兆个字节,即3 000 000个字节;讲硬盘是10G,就是它的容量有10千兆个字节,即10 000 000 000个字节。纳米技术中的纳米,就是0.000 000 000 1(10^{-9})米。

有了数字,若没有适合数学运算的符号,数学就得不到发展,若没有专门符号和用它组成的公式,就不可



能有现代数学。用简单的数学符号能使抽象的数学概念具体化,如“+”号表示加法。它使数学运算简单易行,并能在部分计算中用机械的计算动作来代替部分推理。“+”号和“-”号是德国人于15世纪引入的,“ $\times$ ”号是奥特雷德首创的,“=”号是雷科德1557年引入的, $\sqrt{\quad}$ 是笛卡儿采用的等等。表2是我国国标GB 789-65规定的部分数学符号。

表2

符号	名称	符号	名称
+	加号、正号	$\leq$	小于或等于
-	减号、负号	$\geq$	大于或等于
$\times \cdot$	乘号	$\propto$	成正比
$\div /$	除号	$\sqrt{\quad}$	平方根
=	等于	$\pm$	正或负
$\neq$	不等于	Σ	总和
$\approx$	约等于	$n!$	n 的阶乘
<	小于	∞	无穷大
>	大于	()	圆括号

符号	名称	符号	名称
[]	方括号	$\perp$	垂直
{ }	花括号	//	平行
$\angle$	平面角	$\sim$	相似
$\triangle$	三角形	$\cong$	全等
$\odot$	圆	$f(x)$	函数
$\square$	平行四边形	$\lim$	极限
$\frown$	弧	$\rightarrow$	趋于、收敛于

这里只列出了后面文章中用到的符号,还有一些重要符号如微积分符号等没有列入。

数具有很多有趣的性质。数论就是研究整数性质的数学分支。在数论里,我们会遇到整数、除数、素数;完全数、亲和数;同余式、费马定理、威尔逊定理;原根、平方剩余、丢番图解析、二次互反律;二次型、分划、理想数、示性数;佩尔方程、连分数、自同构、素数论、解析数论等,一个台阶比一个台阶高。数论的特点是:问题浅显易懂,又不需要过多的预备知识,只要掌握了中学数学知识就能入门;既有一般问题也有极具挑战性的问题(不少世界难题就出在数论里)。

下面是数论的几个基本概念和一些问题。



(1)自然数: $1, 2, 3, \dots, n$ 。用来表示数量多少的自然数称为基数;用来表示顺序的自然数称为序数。

(2)整数: 正整数 $1, 2, 3, \dots$, 负整数 $-1, -2, -3, \dots$, 和零统称整数。整数具有下列简单性质, 即连续的奇数之和是连续自然数的平方或立方。

$$\begin{aligned} 1 &= 1^2; 1+3=4=2^2; 1+3+5=9=3^2; \\ 1+3+5+7 &= 16=4^2; 1+3+5+7+9=25=5^2; \\ 1+3+5+7+9+11 &= 36=6^2; \dots \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 1 &= 1^3; 3+5=2^3; 7+9+11=3^3; 13+15+17+19=4^3; \\ 21+23+25+27+29 &= 5^3; \dots \end{aligned}$$

(3)偶数: 能被2整除的数; 奇数: 不能被2整除的数。

(4)合数: 正整数中除1和它本身外还能被其他正整数整除的数, 它又叫复合数或合成数。

(5)素数(即质数): 是大于1的整数, 除1和它本身外任何数都不能整除它。

100以内的素数是: $2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97$ 。

欧几里得在公元前300年就证明没有

