XIN·TI·HAI

新题海

初中数学

CHUZHONG SHUXUE

新课标版

中国大百科全书出版社

新 题 海

初中数学

中国大百科全书出版社
北 京

总编辑：徐惟诚　　　社　长：田胜立

图书在版编目(CIP)数据

新题海·初中数学/《新题海》编写组编．—北京：中国大百科全书出版社，2005
ISBN 7－5000－7249－X

Ⅰ．新...　Ⅱ．新...　Ⅲ．数学课—初中—习题　Ⅳ．G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2005）第 003395 号

选题策划：陈　琦　高明生
责任编辑：李　静
责任印制：杨海涛
封面设计：陈　勉

中国大百科全书出版社出版发行

（北京阜成门北大街 17 号　邮政编码：100037　电话：010-68348716）
http://www.ecph.com.cn
北京振兴华印刷有限公司印刷　新华书店经销
开本：850 毫米×1168 毫米　1/16　印张：29　字数：800 千字
2005 年 1 月第 1 版　2006 年 3 月第 3 次印刷
印数:8001－13000 册
ISBN 7－5000－7249－X/G·846
定价:32.00 元
本书如有印装质量问题，可与出版社联系调换。

《新题海·初中数学》编写人员名单

第一部分：数与代数

主　　编：高　丽　田卫生

编写人员：张汉文　田德胜　王进凡
　　　　　张　辉　陈胜武　张　源
　　　　　李　进　甘　甜　曾庆和
　　　　　朱　艳

第二部分：空间与图形

主　　编：高　伟　高玉明

编写人员：高松胜　田济英　范丹胜
　　　　　陈林芳　黄　菊　梁必成
　　　　　袁　芳

第三部分：统计与概率

主　　编：田卫生

编写人员：田卫生

前　　言

《题海》丛书自1994年问世以来，已有10年了.在这10年中它深受广大读者的喜爱，得到学生与教师的认可和好评.现已再版多次，发行量达20余万套，在图书出版领域享有盛誉，为九年制义务教育做出了卓越贡献.随着教育改革的不断深化与发展，教育理念的不断完善与更新，为了更好地满足广大读者的需要，我们在《题海》丛书的基础上，根据教育部的新课程标准，及时推出了《新题海》丛书.它秉承和发扬了《题海》丛书的优点，融进新的教育理念，充分体现新课标所倡导的探究、创新、拓展的精神，使其更符合学生的学习规律与学习实际.本套《新题海》丛书包括：《新题海·初中数学》《新题海·初中化学》《新题海·初中物理》《新题海·初中英语》《新题海·初中语文》，共5册，它们将陆续出版.

《新题海·初中数学》采取版块化模式设计，重点突出，方便阅读.《新题海·初中数学》以学生们熟悉的章节形式编排，在每一章都有综述性内容，它既起到串连知识的作用，又使各章的知识内容紧密联系、融为一体，系统化更强.按照新课程标准的设置，本书分为第一部分：数与代数；第二部分：空间与图形；第三部分：统计与概率.

每一节都有知识要点、探究例题、活题巧解、拓展训练版块，同时为了加强学生的解题能力和知识的实际应用能力，在每一章后都有综合训练题.每一道例题的讲解都由思路指导、解(证明、作法)、借题发挥组成，这样的讲解设计使学生不仅能够通过思路指导和解题过程得到关于具体题的知识，还可以通过借题发挥获得更多的知识，也使得讲解过程呈现出多角度思维的特点.

知识要点　将主要知识进行微缩，起到画龙点睛作用.

思路指导　像一个向导，引领同学们步入题海世界，不走弯路，直达目的地，那将是一条最短、最快的捷径.

借题发挥　像一位老师，对题目进行总结归类，使同学们能够举一反三，快速形成解题的思路.

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

活题巧解　使同学们充分感受到数学在生活中的应用，以及数学所带来的乐趣.

拓展训练　像题海中的一隅舞台，使同学们可以利用所学的知识在上面展现自己的才华.同时配有答案与提示，同学们可以对自己的解题能力进行评价.

本书特邀请以题名扬天下的湖北黄冈中学的特级教师参与编写，共精选出3 000多道试题，这些试题不仅注重了题目所含知识点的难度，同时也注重知识点的跨度以及它们与实际生活的联系程度，有的题目还进行了一题多解分析，确保了《新题海》丛书的含金量.

相信通过本书的学习，同学们会对初中数学有一个全面系统的认识，会更加体会到数学这一学科的特点，体会到它所具有的严谨和科学性，有助于提高同学们的数学意识和数学水平.

这套丛书在编写过程中难免会存在一些缺憾和不足，恳切希望读者提出宝贵意见.

中国大百科全书出版社
教育读物编辑部
2005年1月

目　　录

第一部分　数与代数

第二部分 空间与图形

第三部分 统计与概率

此为试读,需要完整PDF请访问: www.ertongbook.com

第一章　代数的初步知识

本部分是关于代数式及其简单应用的知识，包括用字母表示数、列代数式、求代数式的值、能解释一些简单代数式的实际背景或几何意义等. 作为小学算术到初中代数的过渡内容，它一方面对小学数学中的代数知识作了比较系统的归纳与总结，另一方面，又从学习初中代数的客观需要出发，对那些起重要基础作用的知识、方法，如列代数式的知识、归纳的方法、方程的解法等作了适当的加强与提高；同时也初步渗透了数学中常用的思想方法，如抽象概括的思想方法、符号、换元思想方法及方程思想方法等.

其中关键是基本数量关系的语言表述与代数之间的互化，即给出一个代数式要能说出它表示的数量关系；反过来，已知问题中的数量关系，会用代数式表示出来.

1.1　代　数　式

知识要点

1. 认识用字母表示数的意义，了解这种表示的优越性.

2. 了解代数式的概念，能说出一个代数式所表示的数量关系.

3. 用字母表示代数式的概念.

探究例题

例 1　指出下列各式，哪些是代数式，哪些不是代数式？

(1) a；(2) 0；(3) $4(m+n+1)$；(4) $2x^2y^2$；(5) $2b>3$；(6) $2+5=7$；(7) $\frac{y}{x}$；(8) x 米 $+y$ 米；(9) $s=vt$；(10) π.

思路指导

本题考查的是代数式的意义，其中题(3)，(4)，(7)是用运算符号将数与表示数的字母连接起来的式子；而题(5)，(6)，(9)是用“>”“=”连接起来的式子；题(8)中含有单位，因此它们不是代数式.

解: 题(1)、(2)、(3)、(4)、(7)、(10)是代数式，题(5)、(6)、(8)、(9)不是代数式.

借题发挥

代数式是用基本的运算符号（运算包括加、减、乘、除以及乘方、开方）把数、表示数的字母连接而成的式子，代数式里只能含数、字母和运算符号而不能含有单位名称，“>”“<”“=”等其他符号. 单独的数和字母也是代数式，即代数式是一个独立的式子.

例 2　填空

(1) 弟弟比哥哥小 3 岁，弟弟是 a 岁时，哥哥的年龄是________岁.

(2) 比 m 多 20% 的数是________.

(3) 长方形的宽为 a 米，长比宽多 2 米，则长方形的长为________米，周长为________米，面积为________平方米.

思路指导

本题考查列简单的代数式，解答本题的关键是将文字语言表述的数量和数量关系搞清楚，并正确地用代数式表示出来.

解: (1) $a+3$；(2) $(1+20\%)m$；(3) $a+2$　$2a+2(a+2)$　$a(a+2)$

借题发挥

写代数式时，要弄清“小”“大”“多”“少”等关键词的意义，能分析谁鄙谁小，哪个比哪个多，不要以为“小”“少”就是减，“大”“多”就是加. 如题(1)弟弟 a 岁，弟弟比哥哥小 3 岁，则哥哥应为 $a+3$ 岁.

例 3　对下列代数式做出解释：

(1) $(a+b)^2$；(2) a^2+b^2.

思路指导

解答本题的关键是弄清运算顺序及代数式所表示的实际意义.

解: (1) 边长为 $a+b$ 的正方形的面积；(2) 边长为 a 的正方形与边长为 b 的正方形的面积和.

借题发挥

代数式体现了运算关系和运算结果，每一个都应该可以在现实生活环境中得到合理解释.

活题巧解

例4　某农民有 m 米长的做篱笆的材料，想在门前空地上围成一块菜地.现有两种设计方案：一种是围成正方形的菜地，另一种是围成圆形的菜地，试问他应设计哪一种方案，使得围成的菜地面积较大？请说明理由.

思路指导

本题是一道实验性题目，正方形和圆形菜地的周长相等，来比较它面积的大小.首先由周长分别求出正方形菜地的边长和圆形菜地的半径，再求面积，然后比较它们的大小.

解：(1) 因为正方形菜地的边长为 $\frac{m}{4}$ 米，所以正方形菜地的面积为：$\frac{m}{4}\times\frac{m}{4}=\frac{m^2}{16}$（平方米）

(2) 因为圆形菜地的半径为 $\frac{m}{2\pi}$ 米，所以圆形菜地的面积为：$\pi\cdot\left(\frac{m}{2\pi}\right)^2=\frac{m^2}{4\pi}$（平方米）

显然 $\frac{m^2}{16}<\frac{m^2}{4\pi}$，所以，他应选用围成圆形菜地的方案，圆形菜地的面积较大.

借题发挥

本题是一个理论联系实际的题目，其巧妙之处在于没有直接要求用代数式表示正方形和圆的面积，而是要求比较大小，但实质是用代数式表示两种图形面积并比较其大小，从而进行了思维训练.

拓展训练

一、填空题

1. (1) $2x-y$；(2)0；(3) $x<a$；(4) $S=\frac{1}{2}ab$；(5) $\frac{3}{7}$；(6) $s=vt$；(7) $2(x+y-1)$.上述式子中，属于代数式的有________.

2. 用字母 a、b、c 表示乘法的分配律为________.

3. 长途客运站有客车 m 辆，中午开出 a 辆，下午开进 b 辆，客运站还有客车________辆.

4. 代数式 $6(a+b)-\frac{c}{b}$ 的意义是________.

5. 正确写出 $2\frac{1}{2}(a+b)\div(3\times c+4)$ 的代数式为________.

6. 今有煤 m 吨，现在每天烧掉 a 吨，如果每天能节约 b 吨，则可比原来多烧________天.

7. 船在静水中的速度为 x 千米/小时，水流速度为2千米/小时($x>2$)，若 A、B 两地相距800千米，这段路顺水而行需________小时.

8. 浓度为 $p\%$ 的盐水 m 千克，其中含盐________千克，如果加入 n 千克水以后，盐水的浓度是________.

9. 某商场将原价为 a 元的商品先提价20%，后又降价20%出售，则现价为________元.

10. 一个三位数的十位数字是 m，个位数字比 m 小1，百位数字是 m 的3倍，那么这个三位数是________.

二、选择题

11. 下列各题中，错误的是　　(　　)

A. 代数式 x^2+y^2 意义是 x、y 的平方和

B. 代数式 $0.5(x+y)$ 的意义是5与 $x+y$ 的积

C. x 的5倍与 y 的和的一半，用代数式表示是 $5x+\frac{y}{2}$

D. x 的 $\frac{1}{2}$ 与 y 的 $\frac{1}{3}$ 的差用代数表示是 $\frac{1}{2}x-\frac{1}{3}y$

12. a、b 两数的差的平方除以 a、b 两数的平方差是　　(　　)

A. $\frac{(a-b)^2}{a^2-b^2}$　　B. $\frac{a^2-b^2}{(a-b)^2}$

C. $\frac{a-b^2}{a^2-b^2}$　　D. $\frac{a^2-b^2}{a-b^2}$

13. 一项工作，甲单独完成需要 a 天，乙单独完成需要 b 天，若两人合作完成需要天数　　(　　)

A. $\frac{ab}{a+b}$　　B. $a+b$　　C. $\frac{1}{a+b}$　　D. $\frac{1}{ab}$

14. 某农场2001年的粮食产量为 a，以后每年比上年增长 $p\%$，那么2003年，这农场的粮食产量是　　(　　)

A. $a(1+p)^2$　　B. $a(1+p\%)^2$

C. $a+a(p\%)^2$　　D. $a+ap^2$

15. 甲、乙两地相距 s 千米，某人计划 a 小时到达，如果需要提前2小时到达，那么每小时需多走

A. $\left(\frac{5}{a-2}-\frac{s}{a}\right)$千米　　B. $\left(\frac{s}{a}-\frac{s}{a-2}\right)$千米

C. $\left(\frac{s}{a+2}-\frac{s}{a}\right)$千米　　D. $\left(\frac{5}{a}-\frac{s}{a+2}\right)$千米

16. 修一条 a 米长的路，第一天修了全长的 $\frac{1}{9}$ 还少3米，第二天又修了第一天余下的 $\frac{1}{4}$，这条路还乘下多少千米没有修？　　(　　)

A. $\left[a-\frac{1}{9}a-3-\frac{1}{4}\left(a-\frac{1}{9}a-3\right)\right]$

B. $\left[a-\left(\frac{1}{9}a-3\right)\right]-\frac{1}{4}\left[-a\left(\frac{1}{9}a+3\right)\right]$

C. $\left[a-\frac{1}{9}a+3-\frac{1}{4}\left(\frac{1}{9}a+3\right)\right]$

D. $\left[a-\frac{1}{4}\left(\frac{1}{9}a-3\right)\right]$

三、解答题

17. 用语言叙述下列代数式的意义

(1) x^2+2x；　　(2) $\frac{a-b}{ab}$；

(3) $(a+b)^2-4ab$；　　(4) $(3a+b)^3\left(a^2-\frac{1}{b}\right)$.

18. 一枝铅笔0.5元，一本作业0.3元，如果买 a 枝铅笔，买 b 本作业本，共需多少钱？

19. 修一条长1 800米的水渠，甲队先挖，每天挖 a 米，两天后改为乙队挖，乙队每天挖 b 米，用代数式表示乙队挖的天数.

20. 在下面的日历中，任意圈出一竖列相邻的三个数，设中间一个数为 a，则这三个数之和为多少？(用含 a 的代数式表示)

日	一	二	三	四	五	六
		1	2	3	4	5
6	7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26
27	28	29	30	31		

21. 如图 1-1-1 所示,正方形的边长为 a,小圆直径是 b,S 表示正方形面积与大圆面积的差,A 是小圆面积,设圆周率为 π,则 $\frac{S}{A}$ 如何用代数式表示?

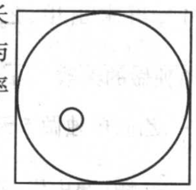


图 1-1-1

22. 某商场向顾客发放 9 999 张购物券,每张购物券上印有一个 4 位数字的号码,从 0 001 到 9 999 号,如果号码的前面两位数字之和等于后面两位数字之和,则称这张购物券为"幸运券".试说明这个商场所发行的购物券中,所有"幸运券"的号码的和能被 101 整除.

1.2 列　代　数　式

知识要点

1. 能把简单的与数量有关的词语用代数式表示出来,弄清各数量的意义以及相互关系.

2. 能将实际应用问题中的数量关系用代数式表示.

探究例题

例 1　设甲数为 a,乙数为 b,用代数式表示:

(1) 甲数的 2 倍与乙数的 $\frac{1}{3}$ 的和;

(2) 甲、乙两数的平方差;

(3) 甲、乙两数的和与甲、乙两数的差的积的 2 倍;

(4) 甲、乙两数的和与甲、乙两数的积的一半的差.

思路指导

解决此类问题,一般采用分步完成.题(1)中先把甲数的 2 倍表示为 $2a$,乙数的 $\frac{1}{3}$ 表示为 $\frac{1}{3}b$ 再表示它们的和为 $2a+\frac{1}{3}b$;题(2)是指两数先平方再差,即 a^2-b^2;题(3)中先表示两数的和与差为 $(a+b)$、$(a-b)$,它们之积为 $(a+b)(a-b)$,然后再求积的 2 倍为 $2(a+b)(a-b)$;题(4)中先表示两数的和 $a+b$,再表示两数之积的一半 $\frac{1}{2}ab$,最后表示和与积的差为 $(a+b)-\frac{1}{2}ab$.

解: (1) $2a+\frac{1}{3}b$;　　(2) a^2-b^2;

(3) $2(a+b)(a-b)$;　　(4) $(a+b)-\frac{1}{2}ab$.

借题发挥

列代数式时,要抓住关键性的词语.比如"大""小""多""少""和""差""积""商""倍""分""平方""比""除""除以"等.题(1)中关键的词语是"倍""和".解与题(3)、(4)相类似的题目要注意:(1) 明确运算顺序,对一些与数量有关的运算顺序,一般先说的运算在前,后说的运算在后.(2) 浓缩原题,分段处理,最后综合,并能正确使用括号.如"x 的 3 倍与 y 的立方和与 x 的平方与 y 的倒数之差"的乘积,此题可以浓缩为两数的和与两数的差的积,若进行分段处理,第一段为"$3x+y^3$",第二段为"$x^2-\frac{1}{y}$",故原题代数式为:$(3x+y)^3\cdot(x^2-\frac{1}{y})$.

例 2　甲、乙两地之间的公路全长为 s 千米,小明从甲地到乙地每小时行 a 千米,用代数式表示:

(1) 小明从甲地到乙地需要多少时间?

(2) 如果每小时多走 2 千米,小明从甲地到乙地需走多少小时?

(3) 速度变化后,小明从甲地到乙地少用了多少小时?

思路指导

第一个小题属于行程问题,它的基本数量关系是:时间 $=\frac{\text{路程}}{\text{速度}}$.本题求从甲地到乙地的时间,应该用甲乙两地的路程除以小明的速度求得.第二小题如果每小时多走 2 千米,则小明的速度为 $(a+2)$ 千米/时,所以从甲地到乙地的时间为:$\frac{s}{a+2}$ 千米/时,第三小题速度变化后小明用的时间比原来用的时间少,所以用原来所需时间减去速度变化后的时间即为所求.

解: (1) $\frac{s}{a}$ 小时;(2) $\frac{s}{a+2}$ 小时;(3) $\frac{s}{a}-\frac{s}{a+2}$ 小时.

借题发挥

解决此类问题要能弄清题中的数量关系,根据数量关系列出代数式.

例 3　某建筑公司要挖土做屋基,将此工程交给甲、乙两队去完成,甲队单独做需 a 天,乙队单独做需 b 天.(其中 $a>10, b>10$)

(1) 甲队单独做了 3 天后,因另有任务,由乙队再做 5 天,这项工程完成了多少?

(2) 若甲、乙合做 x 天后,因甲另有任务,由乙队再做 y 天,这项工程完成了多少?(其中 $x\leqslant 2, y\geqslant 5$)

思路指导

本题属于工作量问题,它的基本数量关系是:工作量 = 工作时间 × 工作效率,工程问题一般将整个工作量看做单位

"1",再求出甲、乙队的工作效率,如甲队工作效率 $=\frac{1}{\text{单独做的天数}}=\frac{1}{a}$.题(1)中甲队单独先做 3 天的工作量为 $\frac{3}{a}$,乙队单独做 5 天的工作量为 $\frac{5}{b}$,所以这项工程完成了 $\frac{3}{a}+\frac{5}{b}$.题(2)中甲、乙队先合作 x 天,后乙队又做了 y 天,相当于甲队做 x 天,乙队做 $(x+y)$ 天,完成工作量为: $\frac{x}{a}+\frac{x+y}{b}$.

解:设工程总工作量为 1,那么甲队工作效率为 $\frac{1}{a}$,乙队工作效率为 $\frac{1}{b}$.

(1) $\frac{3}{a}+\frac{5}{b}$;　　(2) $\frac{x}{a}+\frac{x+y}{b}$.

借题发挥

解决此类问题需要灵活运用公式及其变形,弄清题中的数量关系,运用数量关系列出代数式.

活题巧解

例 4　甲、乙两家公司准备向社会招聘人才,两家公司招聘条件基本相同,只有工资待遇有如下差异:

甲公司:年薪 10 000 元,每年加工资 200 元.

乙公司:半年薪 5 000 元,每半年加工龄工资 50 元.

从经济收入的角度考虑选择哪家公司有利?

思路指导

本题的关键是列出两家公司付给招聘者第一年、第二年、第 n 年的实际工资,然后比较大小,选择公司.

解:

	第一年	第二年	第 n 年
甲公司	10 000 元	10 200 元	$10\,000+(n-1)\times 200$ 元
乙公司	$5\,000+5\,050=10\,050$ 元	$5\,100+5\,150=10\,250$ 元	$[5\,000+(n-1)\times 100]+[5\,000+(n-1)\times 100+50]=10\,050+(n-1)\times 200$ 元

从以上可知,在甲公司工作与在乙公司工作相比,甲公司付给的工资永远比乙公司付给工资少 50 元,从而选择乙公司有利.

借题发挥

本题是一个实际应用问题,解决此类问题很多学生往往会产生一种误导思想.即:甲公司 n 年后付给的工资是 $10\,000+(n-1)\times 200$ 元,乙公司 n 年后付给的工资是 $5\,000\times 2+(2n-1)\times 50$ 元,从而将本题解错而选出甲公司.通过本题可以培养学生思维连续性.本题关键是要考虑到乙公司每半年加薪 50 元,而每往后一年的工资是由前一年的基础上往上涨的从而列出甲、乙两公司付给工资的代数式.

拓展训练

一、填空题

1. 设甲数为 a,用代数式表示乙数.

(1) 乙数比甲数的 $\frac{1}{2}$ 小 3 ________.

(2) 乙数与 $a+2$ 的和是 15 ________.

(3) 乙数除以甲数的平方的商是 15 ________.

(4) 乙数是甲数与 1 平方和的 $\frac{1}{3}$ ________.

2. 某项工程,甲单独做需 m 天完成,乙单独做需 n 天完成.

(1) 甲每天完成工程为________.

(2) 乙每天完成工程的________.

(3) 甲、乙合作每天完成工程的________.

(4) 甲、乙合作 4 天完成工程的________.

(5) 甲做 3 天,乙做 5 天完成工程的________.

(6) 甲、乙合作______天,才能完成全部工程.

3. 用代数式表示下列问题的答案:

甲、乙两人从同一地点出发,甲每小时走 m 千米,乙每小时走 n 千米 $(n<m)$,用代数式表示:

(1) 反方向行走 t 小时,两人相距________千米.

(2) 同向行走 t 小时,两人相距________千米.

(3) 反向行走,甲比乙早出发 x 小时,乙走 y 小时,两人相距______千米.

(4) 同向行走,甲比乙早出发 x 小时,乙走 y 小时,两人相距________千米.

4. 某种商品原价 a 元,若七五折出售,现在的售价是______元.

5. 托运行李 p 千克(p 为整数)的费用为 c,已知托运第一个 1 千克需付 2 元,以后每增加 1 千克需付费用 5 角,则计算托运行李费用 c 的公式是________.

6. 如果 a 名同学在 b 小时内共搬运 c 块砖,那么 c 名同学以同样的速度搬运 a 块砖所需的小时数是________.

7. 如图 1-2-1 在长方形 $ABCD$ 中, M 是 CD 边的中点, $\overset{\frown}{DN}$ 是以 A 为圆心的一段圆弧, $\overset{\frown}{NK}$ 是以 B 为圆心的一段圆弧, $AN=a$, $BN=b$,则图中阴影部分的面积是________.

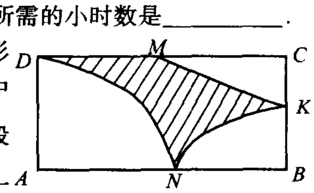


图 1-2-1

8. 商场为了促销,常用打折的方法,某种商品原零售价为 m 元,先后两次打折,第一次打八折,第二次又打七折,两次打折后的零售价为______元,比原价便宜______元.

9. 有一列数:1、2、3、4、5、6…,当按顺序从第 2 个数数到第 6 个数时,共数了________个数,当按顺序从第 m 个数数到第 n 个数时,共数了________个数.

10. 某种储蓄,月利率是 0.6%,存入 100 元本金,则本息和 y 元与所存月数 x 之间的关系是________.

二、选择题

11. 一个分数,分子是 a,分母比分子的 3 倍小 2,则这个分数是　　(　　)

A. $\frac{2}{3a-2}$　　B. $\frac{a}{3a+2}$

C. $\frac{a}{3(a-2)}$　　D. $\frac{a}{a-2}$

12. 下面各题后面的代数式中错误的是　(　　)

A. a 与 b 的和的 $\frac{1}{4}$ 为 $a+\frac{1}{4}b$

B. a 除以 b 的商与 2 的差的平方为 $(\frac{a}{b}-2)^2$

C. a 的 3 倍与 b 的 2 倍的和为 $3a+2b$

D. a、b 两数的和，乘以 a、b 两数的差为 $(a+b)(a-b)$

13. 一次考试中，某班 28 名男生的平均分数为 a，32 名女生的平均分数为 b，这个班全体同学平均分数为　(　　)

A. $\frac{a+b}{32+28}$　B. $\frac{28a+32b}{28+32}$　C. $\frac{a+b}{2}$　D. $\frac{30(a+b)}{28+32}$

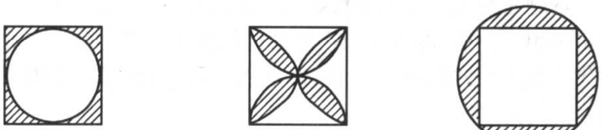
14. 为了处理积压商品，商场将一种商品 A 按标价的 9 折出售，仍可获利 10%，若将商品标价为 66 元，那么商品 A 的进货价为　(　　)

A. 60 元　B. 60.4 元　C. 59.4 元　D. 54 元

15. 如图 1-2-2 所示，它们都是边长为 a 的正方形，每幅图阴影部分的面积依次为 S_1、S_2、S_3，那么下列关系中正确的是　(　　)

A. $S_1<S_2<S_3$　　B. $S_3<S_2<S_1$

C. $S_1=S_2<S_3$　　D. $S_1<S_2=S_3$



S_1　　S_2　　S_3

图 1-2-2

16. 在含盐 30% 的 x 千克盐水中，加入含盐 20% 的盐水 y 千克，此时盐水中的盐的重量是　(　　)

A. $(x+y)$千克　　B. $(x-y)$千克

C. $(0.3x+0.2y)$千克　　D. $\frac{0.3x+0.2y}{x+y}$千克

三、解答题

17. 用代数式表示

(1) x 的平方的 $\frac{1}{7}$ 与它的立方的 7 倍的和.

(2) a、b 两数的倒数的平方和加上 a、b 两数的和的平方的倒数.

(3) m、n 两数的和的 $\frac{3}{4}$ 与 m、n 两数的差的差.

(4) 比 m 与它的倒数和少 2 的数除以 m 与 n 平方的差的商.

(5) x 的平方的 2 倍的立方与 y 的 $\frac{1}{2}$ 的平方的和.

(6) 被 5 整除得 m 的数.

(7) 被 7 除商 m 余 3 的数.

(8) 除以 $(x+3)$ 的商是 y 的数.

18. 一个三位数的百位数字为 p，十位数字是百位数字的 3 倍，个位数字是百位数字的 2 倍少 3，用代数式表示这个三位数.

19. 剧院里座位的排数是 m，用代数式表示：

(1) 若每排的座位数是它所在排数的 2 倍，则剧院里共有多少个座位？

(2) 若第一排的座位数是 a，并且后一排总比前一排的座位数多 1 个，则剧院里共有多少个座位？

20. 某公司购进西瓜 50 000 千克，每千克的进价为 a 元，付运费开支 500 元，预计损耗为 4%，如果希望销售后获利 15%，那么每千克西瓜零售价应定为多少元？

21. 一个游泳池有甲、乙两根进水管和一根排水管丙，单独打开甲进水管需 m 小时注满全池，单独打开乙进水管需 n 小时注满水池，只打开丙排水管 2 小时便可将水放完，如果将甲、乙两管同时打开 3 小时后，又将丙管打开 1 小时(此时未关进水管)试写出这时池中所蓄水量的代数式(m、n 均大于 5 且小于 16).

1.3　代数式的值

知识要点

1. 能用具体数值代替代数式中的字母，求出代数式的值.
2. 会用整体代入法求代数式的值.
3. 掌握求代数式的值的方法.

探究例题

例 1　当 $a=0,\frac{1}{2},3\frac{1}{2}$ 时，求代数式 $\frac{1}{2}a^2-a+1$ 的值.

思路指导

解答本题只需将 $a=0,\frac{1}{2},3\frac{1}{2}$ 分别代入代数式中即可.

解：当 $a=0$ 时，原式 $=\frac{1}{2}\times(0)^2-0+1=1$；

当 $a=\frac{1}{2}$ 时，原式 $=\frac{1}{2}\times(\frac{1}{2})^2-\frac{1}{2}+1=\frac{5}{8}$；

当 $a=\frac{7}{2}$ 时，原式 $=\frac{1}{2}\times(\frac{7}{2})^2-\frac{7}{2}+1=3\frac{5}{8}$.

借题发挥

(1) 求代数式的值，第一步是代入不计算，第二步计算，求出代数式的值，同时要注意书写格式. (2) 由此题可以看出，一个代数式的值是由代数式中的字母所取的值决定的，字母所取值不同，代数式的值一般也不同. (3) 当字母的取值是分数时，代入时，注意将分数添括号.

例 2　当 $\frac{a+b}{2a-b}=5$ 时，求代数式 $\frac{2(a+b)}{2a-b}+\frac{3(2a-b)}{a+b}$ 的值.

思路指导

按照常规思路解本题可将 a、b 的值求出直接代入代数

式中求值.但根据已知条件$\frac{a+b}{2a-b}=5$,无法确定 a、b 的值,所以按此方法不能确定代数式的值,但观察到$\frac{a+b}{2a-b}$与$\frac{2a-b}{a+b}$互为倒数关系,当$\frac{a+b}{2a-b}=5$时,$\frac{2a-b}{a+b}=\frac{1}{5}$,所以将$\frac{a+b}{2a-b}$与$\frac{2a-b}{a+b}$作为一个整体代入时就可求出该代数式的值.

解:因为$\frac{a+b}{2a-b}=5$,所以$\frac{2a-b}{a+b}=\frac{1}{5}$,所以当$\frac{a+b}{2a-b}=5$,$\frac{2a-b}{a+b}=\frac{1}{5}$时,原式$=2\times5+3\times\frac{1}{5}=10\frac{3}{5}$.

借题发挥

这种代入方法叫"整体代入法","整体代入法"是一个重要的数学方法,在解题中经常运用到此种方法.如"当 $x=3$ 时,ax^2+bx+2 的值是 14,求当 $x=3$ 时,ax^2+bx-5 的值"这道题也可以用整体代入法,将 $ax^2+bx=12$ 看做一个整体,也可以求出代数式的值.

例 3 用代数式表示前 n 个自然数的和,并计算前 40 个自然数的和是多少?前 100 个自然数的和是多少?

思路指导

本题运用加法交换律、结合律探索前 n 个自然数的和的代数式,再将 $n=40$,$n=100$ 分别代入即可求出.

解:前 n 个自然数为 1、2、3、…、$(n-2)(n-1)$、n

将第一项与最后一项相加得:$1+n=n+1$

将第二项与倒数第二项相加得:$2+(n-1)=n+1$

将第三项与倒数第三项相加得:$3+(n-2)=n+1$

如此类推,一共可得$\frac{n}{2}$个$(n+1)$.

所以前 n 个自然数的和用代数式表示为:$\frac{n(n+1)}{2}$

当 $n=40$ 时,$\frac{n(n+1)}{2}=\frac{40(40+1)}{2}=820$;

当 $n=100$ 时,$\frac{n(n+1)}{2}=\frac{100(100+1)}{2}=5\,050$.

借题发挥

此题属于探索规律性题目,目的是培养学生的观察、分析、归纳能力,是目前各类试题中的热门题型.

活题巧解

例 4 为节约能源,某单位按以下规定收每月的电费,用电不超过 140 度,按每度 0.43 元收费,如果超过 140 度,超过部分按每度 0.57 元收费.(1) 若某用电户六月份用电 50 度,他应缴电费多少元?(2) 因七月份该用户买了一台空调并安装使用,结果用电 200 度,则他该月缴电费多少元?

思路指导

题(1)中该月用电 50 度,由于未超过 140 度应按每度 0.43元收费.

题(2)中该月用电超过 140 度,应按两种方法收费,其一是 140 度电的电费,其二是(200－140)度电的电费.

解:(1) 六月份应缴电费为:$50\times0.43=21.5$ 元

(2) 七月份应缴电费为:$140\times0.43+(200-140)\times0.57=94.4$ 元.

答:六月份应缴电费 21.5 元;七月份应缴电费 94.4 元.

借题发挥

本题是一个实际应用题.其关键是分清缴费的方式,如题(2)中按两种方式收费,先求 140 度电的电费,再计算超过 140 度的电费,像这种形式的问题在一些考题中经常出现.如:收水费等.

例 5 已知:$\frac{x}{2}=\frac{y}{3}=\frac{z}{4}$,求:代数式$\frac{x+2y-z}{3x-y+z}$的值.

思路指导

由已知条件可知,只可能是得出 x、y、z 之间的比例关系,而不能求出字母的值,这种连比(或连等)的题目必须化一(即化为一个未知量的一个字母表示).

解法 1:令$\frac{x}{2}=\frac{y}{3}=\frac{z}{4}=k$,则 $x=2k$,$y=3k$,$z=4k$.

∴当 $x=2k$,$y=3k$,$z=4k$ 时

原式$=\frac{2k+6k-4k}{6k-3k+4k}=\frac{4k}{7k}=\frac{4}{7}$

解法 2:因为$\frac{x}{2}=\frac{y}{3}=\frac{z}{4}$,所以 $x=\frac{2}{3}y$,$z=\frac{4}{3}y$,

所以原式$=\frac{\frac{2}{3}y+2y-\frac{4}{3}y}{3\cdot\frac{2}{3}y-y+\frac{4}{3}y}=\frac{\frac{4}{3}y}{\frac{7}{3}y}=\frac{4}{7}$.

借题发挥

本题是代数式变形与代数式求值的综合题,解决本题通常可采用代一法,即用一个字母的代数式表示其他字母的形式代入数式中转化为同一字母,从而消去字母,转化为常数值.

拓展训练

一、填空题

1. 当 $x=0.3$ 时,代数式$\frac{3x}{x-0.2}=$________.

2. 当 $a=1$,$b=\frac{1}{2}$,$c=\frac{1}{3}$时,则代数式 $a(a+b+c)-3abc^2=$________.

3. 小华在计算 $41+a$ 时,误将"+"看成"×",结果得 1 189,若小华在计算时没有发生错误,则 $41+a=$________.

4. 若 $a+b=3ab$,则代数式$\frac{2a+2b-ab}{a+b+2ab}$的值是________.

5. 若代数式 $3a$ 的值是 6,则代数式 a^3-3a^2+3a+3 的值是________.

6. 已知 $x=11$,$y=\frac{1}{11}$,则代数式 $x+2x+3x+\cdots+9x+10x+10y+9y+\cdots+3y+2y+y=$________.

7. 某工厂在一个月内生产彩色电视机 a 台,经检验其中 b 台不合格,这个厂该月内生产正品(合格的)$c=$________台,正品率 $P=$________,如果 $a=1\,000$,$b=15$,则 $P=$________.

8. 1 千瓦时(即通常说的一度电)电量可供一个 40 瓦的电灯使用 25 时,(即$\frac{40\times25}{1\,000}$千瓦时),那么 1 千瓦可供一个 n 瓦的电灯使用________时,N 瓦的电灯使用 t 时,需电量

此为试读,需要完整PDF请访问: www.ertongbook.com