

全国高等医学院校配套教材

医学基础课程学习指导与强化训练

供临床、预防、基础、口腔、麻醉、影像、药学、检验、  
护理、中西医结合等专业用

# 医学物理学学习指导

马远新 樊孝喜 主编



科学出版社  
[www.sciencep.com](http://www.sciencep.com)

全国高等医学院校配套教材  
医学基础课程学习指导与强化训练

供临床、预防、基础、口腔、麻醉、影像、药学、检验、护理、中西医结合等专业用

# 医学物理学学习指导

主编 马远新 樊孝喜

编委 (按姓氏笔画为序)

马远新 木拉提·哈米提 阿力木江·乌斯曼

赵兵文 樊孝喜

科学出版社

北京

## 内 容 简 介

本书是医学本科教材的配套教材,是根据本科《医学物理学教学大纲》和《执业医师考试大纲》基本要求、结合医学学生教学培养特点而编写的。全书内容分18章,每章内容分目的要求、内容提要、学习思路、典型题例、学习思考、强化训练及参考答案七个部分。涵盖五、七年制临床类各专业大纲要求的学习内容,目的是强化学习内容。特点是:内容全面、实用性强。

本书可供全国高等医学院校基础、临床、预防、口腔、护理等医学类专业本科生使用。

### 图书在版编目(CIP)数据

医学物理学学习指导/马远新,樊孝喜主编.一北京:科学出版社,2006

全国高等医学院校配套教材·医学基础课程学习指导与强化训练

ISBN 7-03-017925-0

I. 医… II. ①马…②樊… III. 医用物理学—医学院校—教学参考资料 IV. R312

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2006)第 100870 号

责任编辑:郭海燕 夏 宇 / 责任校对:宋玲玲

责任印制:刘士平 / 封面设计:黄 超

版权所有,违者必究。未经本社许可,数字图书馆不得使用

科 学 出 版 社 出 版

北京东黄城根北街16号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

新 蕉 印 刷 厂 印 刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

\*

2006年8月第 一 版 开本:787×1092 1/16

2006年8月第一次印刷 印张:10

印数:1—4 000 字数:234 000

定 价:19.00 元

(如有印装质量问题,我社负责调换(环伟))

## 前　　言

《医学物理学》是高等医学院校的一门重要的基础理论课程。由于医学类院校的特点，本课程学时数一般较少。在较少的教学时间内让学生掌握较多的现代医学所需的物理知识，培养学生基本科学素养，需要学生在课后巩固所学内容。为培养学生自学能力，提高学生分析问题、解决问题的能力，我们根据医学物理学课程的基本要求和学生培养任务的实际需要，编写了这本教材。

本教材是医学本科教材的配套教材，是结合医学院校学生教学培养特点而编写的。作为教学辅导用书，在内容编写上尽可能满足教学需要，方便学生自学及教师教学参考。本学习指导共十八章，内容涵盖五、七年制临床类各专业大纲要求的学习内容，对于五年制临床类各专业，第一章、第二章、第六章、第八章、第十二章、第十五章不在大纲要求之内，但可作为学生自学拓展内容。

本书分章编写，每章均由以下部分组成：目的要求——以教学大纲为主，使学生了解本章的内容要求；内容提要——提示教学内容的要点，引导学生复习理解本章的基本内容和重点内容；学习思路——指出本章所讨论的物理现象的思想方法，引导学生分析理解问题的思路，便于学生掌握学习内容；典型题例——帮助学生学习总结解题方法；学习思考——以思考题的形式，通过对问题的讨论研究，加深对内容的掌握理解，也可以作为教师课堂教学的思考题；强化训练——通过选择题、填空题、判断题和计算题练习，强化学生对所学知识的掌握；参考答案——供学生自学和教师教学参考使用。

本书第一章、第二章、第六章、第八章由樊孝喜编写，第三章、第四章、第五章由赵兵文编写，第七章、第九章、第十章由木拉提·哈米提编写，第十一章、第十三章、第十四章由阿力木江·乌斯曼编写，第十二章、第十五章、第十六章、第十七章、第十八章由马远新编写，马远新、樊孝喜对所有章节进行了统稿、审稿工作。

由于编写时间仓促，编者水平有限，不妥之处在所难免，敬请读者批评指正。

编　　者

2006年5月

# 目 录

## 前言

第一章 力学基本定律(刚体的转动部分) .....	(1)
第二章 物体的弹性 .....	(9)
第三章 流体的运动 .....	(13)
第四章 振动 .....	(24)
第五章 波动 .....	(34)
第六章 相对论基础 .....	(44)
第七章 分子动理论 .....	(51)
第八章 热力学基础 .....	(61)
第九章 静电场 .....	(69)
第十章 直流电 .....	(82)
第十一章 稳恒磁场 .....	(90)
第十二章 电磁感应与电磁波 .....	(98)
第十三章 波动光学 .....	(106)
第十四章 几何光学 .....	(118)
第十五章 量子力学基础 .....	(128)
第十六章 X 射线 .....	(136)
第十七章 原子核和放射性 .....	(143)
第十八章 激光及其医学应用 .....	(152)

# 第一章 力学基本定律

(刚体的转动部分)

## 一、目的要求

1. 熟悉角速度、角加速度、转动惯量的概念。
2. 掌握转动定律、角动量守恒定律及其应用。
3. 了解旋进原理及其应用。

## 二、内容提要

### 1. 刚体(了解内容)

任何力的作用下不改变形状和大小的物体称为刚体。

### 2. 定轴转动(了解内容)

转动物体的各质点做圆周运动，圆心都在一条固定不动的直线上。

### 3. 角加速度(熟悉内容)

$\alpha = \frac{d\omega}{dt}$ ，是角速度随时间的变化率。

### 4. 转动惯量(熟悉内容)

质量不连续分布

$$J = \sum_{i=1}^n m_i r_i^2,$$

质量连续分布

$$J = \int r^2 dm = \int r^2 \rho dV.$$

### 5. 转动定律(掌握内容)

$$M = J\alpha.$$

### 6. 角动量(熟悉内容)

$$\vec{L} = \vec{r} \times m\vec{v}; \vec{L} = J\vec{\omega}.$$

### 7. 角动量守恒定律(掌握内容)

条件：合外力矩为零，即

$$\sum \vec{M}_i = 0;$$

结论：

$$\sum L_i = \text{恒矢量}.$$

## 8. 旋转(了解内容)

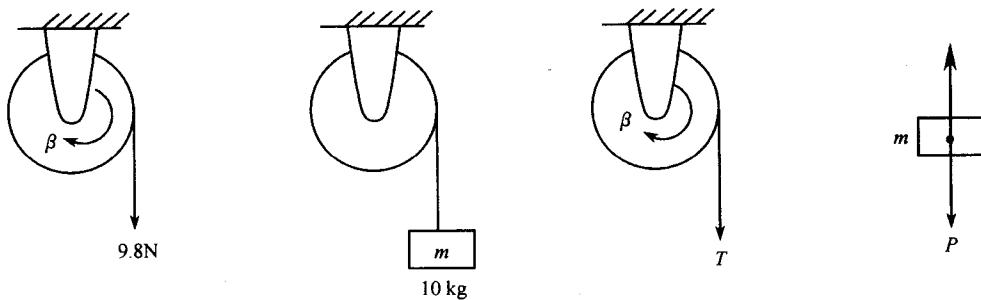
自转轴以角速度  $\omega$  绕竖直轴转动的现象。

## 三、学习思路

在所学质点运动学的基础上,掌握角位移、角速度及相应线量之间的关系。刚体做转动的运动方程与质点运动学的有关方程在形式上是类似的,在质点运动的方程中,用角位移代替位移,用角速度代替速度,用角加速度代替加速度,这样就可得到描述刚体转动的运动方程。刚体转动定律与动力学中牛顿第二定律相当,它们都是最重要的力学定律。在牛顿第二定律的基础上,导出了动量定理和动量守恒定律,同样,在刚体转动定律的基础上,可推导出角动量(动量矩)定理和角动量守恒定律。

## 四、典型题例

**例 1** 如图所示,用细线绕在半径为 1m,质量为 100kg 的圆盘上,假设此圆盘可围绕过盘心且垂直盘面的光滑轴转动。(1)若在线的一端施以 9.8N 的拉力,求圆盘的角加速度;当线拉下 5m 时,圆盘所获得的动能是多少? (2)若在线的下端挂上质量为 10kg 的物体,圆盘的角加速度为多少? 物体下落 4s 后圆盘转过的角度为多少?



解 (1) 根据转动定律

$$M = J\beta, M = fR, J = \frac{1}{2}m_1R^2,$$

则

$$\alpha = \frac{2fR}{m_1R^2} = \frac{2 \times 9.8}{100 \times 1} = 1.96 \text{ s}^{-2}.$$

根据功能原理,圆盘所获得的转动动能为  $E_k = fs = 9.8 \times 5 = 49 \text{ J}$ .

(2) 受力分析如图所示,根据转动定律以及角量与线量的关系,可得下列方程:

$$\alpha = \frac{2T}{m_1R}, \quad ①$$

$$P - T = m_2\alpha, \quad ②$$

$$\alpha = R\beta \quad ③$$

将③式代入②式,再代入①式得

$$\alpha = \frac{P}{\frac{1}{2}m_1R \pm m_2R} = \frac{10 \times 9.8}{0.5 \times 100 \times 1 \pm 10 \times 1} = 1.63 \text{ s}^{-2}.$$

根据转动的运动方程,圆盘转过的角度为

$$\theta = \frac{1}{2}\alpha t^2 = \frac{1}{2} \times 1.63 \times 4^2 = 13.04 \text{ rad}.$$

**例 2** 假设地球为一匀质的球体,其质量  $m = 6 \times 10^{24} \text{ kg}$ ,半径  $r = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$ ,求其自转时绕自身转轴的角动量和转动动能。

**解 地球自转的转动惯量**

$$J = \frac{2}{5}mr^2 = \frac{2}{5} \times (6 \times 10^{24}) \times (6.4 \times 10^6)^2 = 9.83 \times 10^{37} \text{ kg} \cdot \text{m}^2,$$

**自转的角速度**

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{24 \times 60 \times 60} = 7.3 \times 10^{-5} \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1},$$

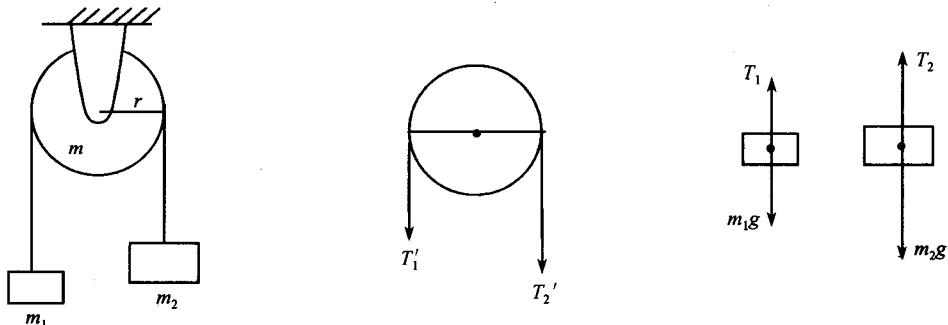
**地球自转的角动量**

$$L = J\omega = 9.83 \times 10^{37} \times 7.3 \times 10^{-5} = 7.15 \times 10^{33} \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1},$$

**地球自转的转动动能**

$$E_k = \frac{1}{2}J\omega^2 = \frac{1}{2} \times 9.83 \times 10^{37} \times (7.3 \times 10^{-5})^2 = 2.6 \times 10^{29} \text{ J}.$$

**例 3** 如图所示,一轻绳跨过一轴承光滑的定滑轮,绳的两端分别悬有质量为  $m_1$  和  $m_2$  的物体( $m_1 < m_2$ )。滑轮可视为质量均匀的圆盘,质量为  $m$ ,半径为  $r$ 。绳与滑轮之间无相对滑动。求物体的加速度和绳子的张力。



**解** 根据题意,滑轮的质量不能忽略,必须考虑滑轮的定轴转动,分别取滑轮和  $m_1, m_2$  为研究对象,它们的受力情形如图所示。考虑滑轮在转动时,轮两边绳子的张力  $T'_1$  和  $T'_2$  的大小不一定相等,因  $m_1 < m_2$ ,  $m_1$  的加速度  $a_1$  方向上,  $m_2$  的加速度  $a_2$  方向下,且  $a_1 = a_2 = a$ ,滑轮做顺时针旋转。设滑轮的角加速度为  $\alpha$ ,对  $m_1$  和  $m_2$  应用牛顿第二定律,对滑轮应用转动定律,可列出下列方程:

$$T_1 - m_1g = m_1a, \quad ①$$

$$m_2g - T_2 = m_2a, \quad ②$$

$$T'_2r - T'_1r = J\alpha. \quad ③$$

由于绳子和轮之间无相对滑动,故滑轮边缘质点的切向加速度  $a$  和  $m_1, m_2$  的加速度大

小相等,与角加速度的关系是

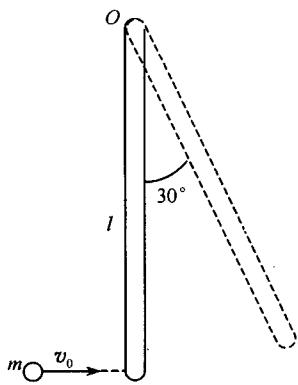
$$a = r\alpha. \quad (4)$$

又:  $T'_1 = T_1$ ,  $T'_2 = T_2$ ,  $I = \frac{1}{2}mr^2$ , 代入①~③式, 将 4 个方程联立求解得

$$a = \frac{(m_2 - m_1)g}{m_1 + m_2 + \frac{1}{2}m}, \quad \alpha = \frac{(m_2 - m_1)g}{\left(m_1 + m_2 + \frac{1}{2}m\right)r},$$

$$T_1 = \frac{m_1(2m_2 + \frac{1}{2}m)g}{m_1 + m_2 + \frac{1}{2}m}, \quad T_2 = \frac{m_2(2m_1 + \frac{1}{2}m)g}{m_1 + m_2 + \frac{1}{2}m}.$$

**例 4** 质量为  $M$ 、长为  $l$  的均匀直棒, 可绕棒的一端且垂直于棒的水平轴  $O$  无摩擦地转动, 它原来静止在平衡位置上, 现有一质量为  $m$  的弹性小球飞来, 正好在棒的下端与棒垂直相撞。相撞后, 棒从平衡位置摆动到  $\theta = 30^\circ$  处, 如图所示。(1) 设碰撞为弹性碰撞, 试计算小球初速度  $v_0$  的值; (2) 相撞时, 小球受到多大的冲量?



**解** (1) 设小球的初速度为  $v_0$ , 棒与小球碰撞后得到的初角速度为  $\omega$ , 而小球的速度变为  $v$ , 按题意, 小球和棒弹性碰撞, 所以碰撞时遵从角动量守恒定律和机械能守恒定律, 可列方程如下:

$$mv_0l = J\omega + mv_l, \quad (1)$$

$$\frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}J\omega^2 + \frac{1}{2}mv^2. \quad (2)$$

上两式中  $J = \frac{1}{3}Ml^2$ , 碰撞过程极为短暂, 可认为棒没有显著的角位移; 碰撞后, 棒上摆到最大角度  $\theta = 30^\circ$ , 按机械能守恒定律可列式:

$$\frac{1}{2}J\omega^2 = \frac{1}{2}Mg(1 - \cos 30^\circ), \quad (3)$$

由③式可得

$$\omega = \left[ \frac{Mgl}{J}(1 - \cos 30^\circ) \right]^{\frac{1}{2}} = \left[ \frac{3g}{l} \left( 1 - \frac{\sqrt{3}}{2} \right) \right]^{\frac{1}{2}},$$

由①式

$$v = v_0 - \frac{J\omega}{ml}, \quad (4)$$

由②式

$$v^2 = v_0^2 - \frac{J\omega^2}{m}, \quad (5)$$

所以

$$\left( v_0 - \frac{J\omega}{ml} \right)^2 = v_0^2 - \frac{J}{m}\omega^2.$$

求得

$$v_0 = \frac{l\omega}{2} \left( 1 + \frac{J}{ml^2} \right) = \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{1}{3} \cdot \frac{M}{m} \right) \omega = \frac{\sqrt{6(2-\sqrt{3})}}{12} \cdot \frac{3m+M}{m} \sqrt{gl}$$

(2) 相碰时小球受到的冲量为

$$\int F dt = \Delta mv = mv - mv_0,$$

由①式求得

$$\int F dt = mv - mv_0 = - \frac{J\omega}{l} = - \frac{1}{3} M l \omega = - \frac{\sqrt{6(2-\sqrt{3})}}{6} M \sqrt{gl}.$$

负号说明所受冲量的方向和初速度的方向相反。

## 五、学习思考

1. 描述刚体转动的基本物理量有哪些?
2. 何为角量? 哪些量为线量? 两者之间有何关系?
3. 刚体转动方程和质点运动方程有何差异?
4. 刚体转动动能的本质是什么?
5. 转动惯量的定义是什么? 它与哪些因素有关?
6. 如何理解刚体转动定律?
7. 角动量的物理含义是什么?
8. 角动量守恒定律的内容及其守恒条件是什么? 在实际生活中它有哪些应用?

## 六、强化训练

### (一) 选择题

1. 以下平动与转动的概念中,单位相同的是( )  
 A. 速度与角速度      B. 加速度与角加速度  
 C. 平动动能与转动动能      D. 动量与角动量
2. 刚体的转动惯量取决于( )  
 A. 刚体的质量、刚体受的力及转动角速度  
 B. 刚体所受力的大小、角速度和力矩  
 C. 转轴的位置、刚体的质量及其分布情况  
 D. 刚体受力大小、加速度及其质量分布情况
3. 两物体的转动动能相等,转动惯量之比为4:1,则两物体的角速度之比为( )  
 A. 4:1      B. 1:2  
 C.  $\sqrt{2}:1$       D.  $1:\sqrt{2}$
4. 两物体的转动动量相等,转动惯量之比为2:1,则两物体的角速度之比为( )  
 A. 2:1      B. 1:2  
 C.  $\sqrt{2}:1$       D.  $1:\sqrt{2}$

5. 一根轻而硬的细棒,长度为  $l$ ,在棒的两端各固定一质量为  $m$  的小球。欲使其转动惯量最大,则垂直于细棒的转轴应取在( )
- A. 棒的中点      B. 距棒端  $\frac{1}{4}$  处  
 C. 距棒端  $\frac{1}{8}$  处      D. 棒的任何一端点
6. 一根长为  $l$ ,质量为  $m$  的均匀细棒,其转动惯量为( )
- A.  $\frac{1}{2}ml^2$       B.  $\frac{1}{3}ml^2$   
 C.  $\frac{1}{12}ml^2$       D. 不能确定
7. 质量和半径均相同的球壳、圆盘和圆环,球壳转动时的转轴过球心。圆盘和圆环转动时的转轴过其圆面的圆心且垂直于圆面,三者的转动惯量分别为  $J_1$ , $J_2$  和  $J_3$ ,则( )
- A.  $J_1 > J_2 > J_3$       B.  $J_1 < J_2 < J_3$   
 C.  $J_2 < J_1 < J_3$       D.  $J_1 > J_2 < J_3$
8. 一力作用在能够定轴转动的静止物体上,则该物体( )
- A. 一定转动      B. 一定静止  
 C. 不一定转动      D. 随着力的增大角加速度增大
9. 某人站在静止的水平圆转台边缘,转台转动惯量为  $J_1$ ,相对平台转轴的转动惯量为  $J_2$ ,转动摩擦忽略不计。若人相对地面以角速度  $\omega$  绕轴运动,则转台的角速度大小为( )
- A.  $\frac{J_1}{J_2}\omega$       B.  $\frac{J_2}{J_1}\omega$   
 C.  $(J_1 - J_2)\omega$       D.  $(J_1 + J_2)\omega$
10. 飞轮以转速  $n = 1500 \text{ rad} \cdot \text{min}^{-1}$  转动,受制动后均匀减速,经  $t = 50\text{s}$  后静止,其角加速度和从制动开始到停转这段时间内飞轮转过的转数为( )
- A.  $-3.14 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-2}$ , 625      B.  $-2.95 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-2}$ , 558  
 C.  $-5.42 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-2}$ , 725      D.  $2.95 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-2}$ , 612

## (二) 填空题

1. \_\_\_\_\_是描述刚体转动惯性大小的物理量,与刚体转动角速度\_\_\_\_\_关。
2. 刚体做定轴转动,其角位移为  $\theta = (3t^2 + 4t) \text{ rad}$ ,则其角速度为\_\_\_\_\_,角加速度为\_\_\_\_\_.  
 3. 已知细长杆的转轴与杆垂直,转轴过杆端点处的转动惯量比转轴过杆中心处的转动惯量\_\_\_\_\_。  
 4. 某刚体受合力矩  $M = 8.0 \text{ N} \cdot \text{m}$  的作用下做定轴转动,已知转动惯量  $J = 20 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ ,则刚体的角加速度为\_\_\_\_\_。  
 5. 刚体在合力矩  $M = 30 \text{ N} \cdot \text{m}$  的作用下转过两周,角位移为\_\_\_\_\_,力矩做功为\_\_\_\_\_.  
 6. 刚体做定轴转动,角加速度为  $3 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-2}$ ,转动惯量  $20 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ ,该刚体所受合力矩为\_\_\_\_\_。

7. 刚体的初角速度为零,受恒力矩作用,角加速度为  $3\text{ rad} \cdot \text{s}^{-2}$ , 4s 后其角速度为 \_\_\_\_\_, 角位移为 \_\_\_\_\_。
8. 刚体做定轴转动, 转动惯量  $J = 20\text{ kg} \cdot \text{m}^2$ , 角速度由 0 增为  $5\text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$ , 合力矩做功为 \_\_\_\_\_, 转动能增加为 \_\_\_\_\_。
9. 刚体对转轴的转动惯量的大小决定于刚体的质量、形状、质量分布和 \_\_\_\_\_。
10. 以角速度为  $\omega = 12\text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$  转动的飞轮, 受到一恒定制动力矩的作用, 经 3s 停下来, 角加速度为 \_\_\_\_\_。

**(三) 判断题**

1. 转动惯量由刚体本身及转轴决定,与转速及其他因素无关。( )
2. 刚体绕转轴的转速越大,其转动的惯性越大。( )
3. 刚体的转动,必须有力矩的作用才能维持。( )
4. 力矩、角速度、角加速度、角动量都是矢量。( )
5. 角动量和动量具有相同的单位。( )

**(四) 计算题**

1. 一质点做半径  $R$  的圆周运动, 其速率  $V = b - ct$ ,  $b$  和  $c$  均为正的常数, 试求:(1)任意时刻质点的加速度的大小和方向。(2)速度为零时质点运动了多少圈?
2. 在生物物理实验中用来分离不同种类的分子的超级离心机的转速是  $60 \times 10^4 \text{ rad} \cdot \text{min}^{-1}$ 。在这种离心机的转子内, 离轴 10cm 远的一个大分子的向心加速度是重力的几倍?
3. 求质量为  $m$ , 半径为  $R$  的均匀薄圆盘的转动惯量, 轴与圆环平面垂直并且通过圆心。
4. 一根长  $l$ , 质量为  $M$  的均匀直棒, 其一端挂在一个水平光滑轴上且静止在竖直位置。今有一子弹, 质量为  $m$ , 以水平速度  $v_0$  射入棒的下端且不复出。求棒和子弹开始一起运动时的角速度。

**七、参考答案****(一) 选择题**

1. C 2. C 3. B 4. B 5. D      6. D 7. B 8. C 9. B 10. A

**(二) 填空题**

1. 转动惯量, 无    2.  $(6t + 4)\text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}, 6\text{ rad} \cdot \text{s}^{-2}$     3. 大    4.  $0.4\text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$   
 5.  $4\pi$ ,  $120\pi J$     6.  $60\text{ N} \cdot \text{m}$     7.  $12\text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}, 24\text{ rad}$     8.  $250\text{ J}, 250\text{ J}$     9. 转轴位置  
 10.  $4\text{ rad} \cdot \text{s}^{-2}$

**(三) 判断题**

1. T 2. F 3. F 4. T 5. F

#### (四) 计算题

1. 解:(1) 切向加速度  $a_t = \frac{dv}{dt} = -c$ ,

$$\text{法向加速度 } a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{(b-ct)^2}{R},$$

$$\text{加速度 } a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2} = \sqrt{c^2 + \frac{(b-ct)^4}{R^2}}.$$

设加速度的方向与速度方向夹角  $\theta$ ,

$$\tan\theta = \frac{a_n}{a_t} = -\frac{(b-ct)^2}{Rc},$$

$$\theta = \pi - \arctan \frac{(b-ct)^2}{Rc}.$$

(2) 速度为0时,即  $b-ct=0$ ,  $t=\frac{b}{c}$ ,

路程

$$s = \int_0^{\frac{b}{c}} (b-ct) dt = bt - \frac{1}{2}ct^2 \Big|_0^{\frac{b}{c}} = \frac{b^2}{2c},$$

转过的圈数

$$N = \frac{s}{2\pi R} = \frac{b^2}{4\pi R c}.$$

2. 解:  $\omega = 60 \times 10^4 \text{ r} \cdot \text{min}^{-1} = 2\pi \times 10^4 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$ ,  $R = 10 \text{ cm} = 0.1 \text{ m}$ .

向心加速度  $a = \omega^2 R = (2\pi \times 10^4)^2 \times 0.1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} = 3.95 \times 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ ,

$$\frac{a}{g} = \frac{3.95 \times 10^8}{9.8} \approx 4.0 \times 10^7,$$

即该大分子的向心加速度约为重力的  $4.0 \times 10^7$  倍。

3. 解: 如图所示半径为  $r$  的质量微元  $dm = \sigma 2\pi r dr$ ,

质量面密度  $\sigma = \frac{m}{\pi R^2}$ ,

$$J = \int_m r^2 dm = \int_0^R 2\pi \sigma r^3 dr = \frac{1}{2} \pi \sigma r^4 \Big|_0^R = \frac{1}{2} \pi \sigma R^4 = \frac{1}{2} m R^2.$$

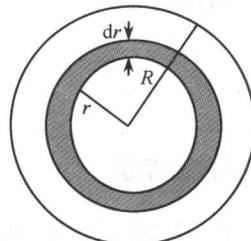
4. 解: 该棒对于固定端点的转动惯量为

$$J_1 = \int_0^l r^2 \lambda dr = \frac{1}{3} \lambda l^3 = \frac{1}{3} M l^2,$$

子弹在射入棒的前后瞬间, 相对于棒的固定端点的转动惯量为  $J_2 = ml^2$ ,  
根据角动量守恒定律得

$$mv_0 l = (J_1 + J_2) \omega,$$

$$\omega = \frac{3mv_0}{(3m+M)l}.$$



第2题图

# 第二章 物体的弹性

## 一、目的要求

- 熟悉应力与应变的关系以及生物组织的力学特性。
- 熟悉肌肉与骨骼的弹性。
- 了解应力分析与应力测量。

## 二、内容提要

### 1. 应变(熟悉内容)

#### (1) 张应变

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0},$$

#### (2) 体应变

$$\theta = \frac{\Delta V}{V_0},$$

#### (3) 切应变

$$\gamma = \frac{\Delta x}{d} = \operatorname{tg}\varphi.$$

### 2. 应力(熟悉内容)

#### (1) 张应力

$$\sigma = \frac{F}{S},$$

#### (2) 体应力 $P$ (内部压强)

#### (3) 切应力

$$\tau = \frac{F}{S}.$$

### 3. 弹性、塑性(了解内容)

### 4. 弹性模量(熟悉内容)

#### (1) 杨氏模量

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon} = \frac{l_0 F}{S \Delta l},$$

#### (2) 体变模量

$$K = -\frac{P}{\theta} = -V_0 \frac{P}{\Delta V},$$

### (3) 切变模量

$$G = \frac{\tau}{\gamma} = \frac{Fd}{S\Delta x}$$

## 三、学习思路

物体受力之后，在形状和大小上的改变称为形变。形变又有弹性形变和塑性形变之分。为了表示形变的程度，引入应变概念，应变分张应变、体应变和切应变。单位面积上的弹性力叫做应力，用以衡量材料恢复趋势的能力，应力有张应力、体应力和切应力三种。对于不同的材料，应力应变之间存在的函数关系不同。某种材料的应力与应变之比，称为该材料的弹性模量，这是描述材料力学特性的一个重要的物理参量。本章所介绍的内容是进一步学习生物力学、血液流变学等生物医学的基础。

## 四、典型题例

**例 1** 如果某人的一条腿骨长 0.6m，平均横截面积为  $3\text{m}^2$ 。站立时，两腿支持的人体重力为 800N。问此人每条腿骨要缩短多少？骨的杨氏模量为  $10^{10}\text{N} \cdot \text{m}^{-2}$ 。

解 根据杨氏模量的定义

$$E = \frac{l_0 F}{S \Delta l},$$

得

$$\Delta l = \frac{l_0 F}{SE} = \frac{0.6 \times 400}{3 \times 10^{-4} \times 10^{10}} = 8 \times 10^{-5} \text{ m}.$$

即每条腿骨要缩短  $8 \times 10^{-5} \text{ m}$ 。

**例 2** 松弛的二头肌，伸长 5cm 时，所需要的力为 25N，而这条肌肉处于紧张状态时，产生同样伸长量则需 500N 的力。如果把二头肌看作一条长为 0.2m，横截面积为  $50\text{cm}^2$  的圆柱体，求其在上述两种情形下的杨氏模量。

解 根据杨氏模量的定义

$$E_1 = \frac{F_1 l_0}{S \Delta l} = \frac{25 \times 0.2}{50 \times 10^{-4} \times 0.05} = 2 \times 10^4 \text{ N} \cdot \text{m}^{-2},$$

$$E_2 = \frac{F_2 l_0}{S \Delta l_2} = \frac{500 \times 0.2}{50 \times 10^{-4} \times 0.05} = 4 \times 10^5 \text{ N} \cdot \text{m}^{-2}.$$

**例 3** 弹跳蛋白是一种存在于跳蚤的弹跳机构中和昆虫的飞翔机构中的弹性蛋白，其杨氏模量接近于橡皮。今有一截面积为  $30\text{cm}^2$  的弹跳蛋白，在 270N 力的拉伸下，长度变为原长的 1.5 倍，求其杨氏模量。

解 设这条弹跳蛋白的长度为  $l_0$ ，由题意给出的条件，拉长后的长度为

$$l_0 + \Delta l = 1.5 l_0,$$

故得拉伸应变

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0} = 0.5.$$

再根据拉伸应力的定义

$$\sigma = \frac{F}{S},$$

得这条弹跳蛋白的拉伸应力的定义

$$\sigma = \frac{F}{S} = \frac{270}{0.003} = 9 \times 10^4 \text{ N} \cdot \text{m}^{-2},$$

所以,其杨氏模量为

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon} = \frac{9 \times 10^4}{0.5} = 1.8 \times 10^5 \text{ N} \cdot \text{m}^{-2}.$$

## 五、学习思考

1. 形变是怎样定义的? 它有哪些形式?
2. 什么是应力? 其物理含义是什么?
3. 张应力和体应力有什么关系?
4. 切应力和张应力、体应力有什么不同?
5. 应力和应变之间的函数关系如何?
6. 杨氏模量的物理含义是什么?
7. 动物骨头有些是空心的,从力学角度来看它有什么科学意义?
8. 如何定量描述物体的弹性势能?

## 六、强化训练

### (一) 选择题

1. 边长为  $l$  的正方体,在切应力的作用下,在受力作用的面上各偏移  $\Delta l$ ,则此正方体的切应变为( )  
 A.  $\frac{2\Delta l}{l}$       B.  $\frac{\Delta l}{l}$   
 C.  $\frac{\Delta l}{2l}$       D.  $\operatorname{tg} \frac{\Delta l}{l}$
2. 弹性模量是( )  
 A. 作用在物体单位截面上的弹性力      B. 物体恢复形变的能力  
 C. 应变与相应应力之比      D. 应力与相应应变之比
3. 要制作一种截面面积相等、省料而抗弯强度大的材料,则需( )  
 A. 做成空心体      B. 做成均匀实心体  
 C. 做成中间密度大的实心体      D. 做成中间密度小而外边密度大的实心体
4. 物体在应力作用下的变形,应变按变化量的不同分为( )  
 A. 线应变、切应变      B. 切应变、体应变

C. 线应变、体应变

D. 线应变、切应变、体应变

(二) 填空题

1. 与作用面垂直的应力称为\_\_\_\_\_应力,与作用面平行的应力称为\_\_\_\_\_应力。
2. 应力的单位为\_\_\_\_\_。物体的变形程度可用应变描述,应变是\_\_\_\_\_单位的物理量。
3. 物体在应力作用下变形,应变按变化量的不同分为\_\_\_\_\_、\_\_\_\_\_、\_\_\_\_\_。
4. 长度为0.060m的细长物体,受一拉力作用,线应变为0.2,物体拉伸后的长度为\_\_\_\_\_。
5. 物体所受外力除去后,物体能够恢复变形的特性称为\_\_\_\_\_,物体不能够恢复变形的特性称为\_\_\_\_\_。
6. 物体所受外力过大,外力除去后,有一部分变形将不能恢复,这种物体称为\_\_\_\_\_。
7. 材料应力与应变的比值称为该材料的\_\_\_\_\_,其单位为\_\_\_\_\_。
8. 物体单纯受张应力或压应力作用时,其应力与应变的比值称为\_\_\_\_\_。
9. 切应力与切应变的比值称为\_\_\_\_\_。
10. 压强与体应变的负比值称为\_\_\_\_\_。
11. 弹性模量表示物体变形的难易程度,弹性模量越\_\_\_\_\_,物体越不容易变形。
12. 骨骼a、刚体b、肌肉c三者的杨氏模量由小到大的顺序为\_\_\_\_\_ (用字母表示)。

(三) 判断题

1. 在物体的弹性限度内,物体的弹性模量由物体本身决定,与应力无关。( )
2. 应力是指物体受到外力后,物体对外界的反作用力,单位为牛顿。( )
3. 完全弹性体是指没有塑性的物体。( )
4. 完全弹性体只有当外力在一定的范围内才没有塑性。( )
5. 弹性模量表示物体变形的难易程度,弹性模量越大,物体越容易变形。( )
6. 肌肉、刚体、骨骼三者的杨氏模量由大到小的顺序为刚体、骨骼、肌肉。( )

## 七、参考答案

(一) 选择题

1. B 2. D 3. A 4. D

(二) 填空题

1. 正,切 2.  $N \cdot m^{-2}$ ,无 3. 线应变,切应变,体应变 4. 0.012m 5. 弹性形变,塑性形变 6. 弹塑性体 7. 弹性模量,  $N \cdot m^{-2}$  8. 杨氏模量 9. 切变模量  
10. 体积模量 11. 大 12. cab

(三) 判断题

1. T 2. F 3. T 4. T 5. F 6. T