总主编／蔡上鹤

特别合作 sina新浪网 中学生学习报

Magic

魔力！高效！经典！权威！

魔法数学

Magic Math

专题突破

相似形与解直角三角形

初中版

体验征服学习考试精彩感觉！

丛书主编／严文科

请认准此防伪标识

补上你知识木桶上最短的那一块

- 最全面、最创新的素质教育
- 最科学、最优化的学习流程
- 最新颖、最独到的情境设置

著名节目主持人
魔法书精品形象代言人 何炅

长征出版社
CHANGZHENG PRESS

总主编/蔡上鹤

Magic

魔力！高效！经典！权威！

MAGIC MATH

魔法数学

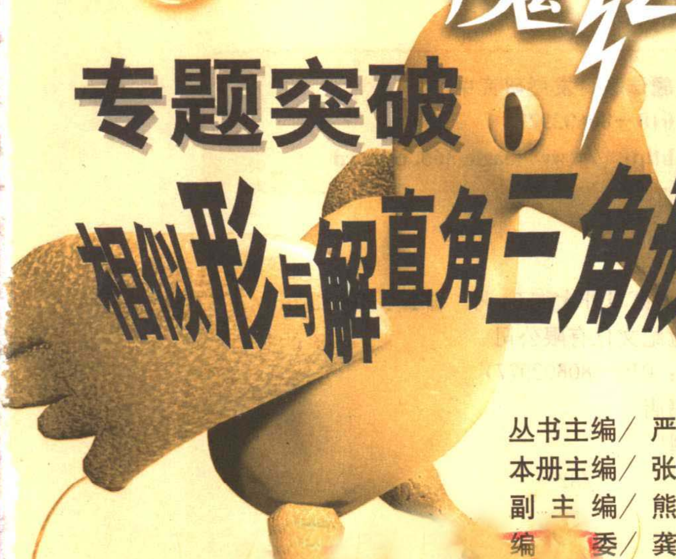
魔法数学

Magic Math

专题突破

相似形与解直角三角形

初中版



丛书主编/ 严文科

本册主编/ 张四平　张扩军

副 主 编/ 熊正兰

编　　委/ 龚天荣　姜建华　胡光华

张胜言　龚天青

长征出版社

CHANGZHENG PRESS

图书在版编目（CIP）数据

魔法数学专题突破．初中：相似形与解直角三角形/张四平，张扩军主编．—北京：长征出版社，2004

ISBN 7-80015-814-4

Ⅰ．魔…　Ⅱ．①张…②张…　Ⅲ．数学课—初中—教学参考资料
Ⅳ．G634.603

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2004）第 044333 号

魔法数学专题突破初中版

主创设计／魔法教育发展研究中心
电　　话／010－80602977
网　　址／http：//www.magic 365.com.cn

出　　版／长征出版社
（北京市西城区阜外大街 34 号　邮编：100832）
行销企划／北京九恒世纪文化有限公司
（服务热线：010－80602977）
经　　销／全国新华书店
印　　刷／保定市印刷厂
开　　本／880×1230　　1/32
字　　数／4160 千字
印　　张／130 印张
版　　次／2004 年 6 月第 1 版
印　　次／2004 年 6 月第 1 次印刷
书　　号／ISBN 7-80015-814-4/G・313
全套定价／192.00 元

Magic

魔法系列丛书

Magic

致读者

在新的世纪，国内基础教育正发生着日新月异的变化，广大教师和学生对中学教辅读物出版创新的呼声也此起彼伏：中学教辅需要精品，需要品牌，需要从更远、更新的角度重新打造！在这一大背景下，魔法英语以其独特的品质和魅力赢得了读者的尊重和认可，应接不暇的咨询电话和雪片般的订单让我们更加深刻地体会到：中国的基础教育太需要"魔法"这样卓越的图书了！

数以万计的中学教师和学生问我们：你们何时出版"魔法语文""魔法数学""魔法物理""魔法化学"等其他学科的图书？

肩负着社会的责任，带着广大中学师生的期盼，我们联合了美国蒙登戈国际语言研究中心、英国剑桥国际语言研究院等国内外数十所教育研究机构，邀请了张定远、蔡上鹤、薄冰、张同恂、程耀尧、刘真、杨启楠、臧嵘、刘淑梅等十余名基础教育界权威、国内顶级教材专家，在北京四中、黄冈中学、华东师大附中、清华大学附中、北大附中等国内百余所重点中学的鼎力协助下，隆重推出了以《魔法英语》为龙头的《魔法语文》《魔法数学》《魔法物理》《魔法化学》《魔法生物》《魔法政治》《魔法历史》《魔法地理》系列魔法图书。

"享受学习每一刻！"是魔法系列图书最基本的理念，我们希望把魔法系列图书这一成功的理念推广到中学教育的每一个学科、每一个年级、每一个领域。

一千多位教育专家及知名特高级教师联手缔造的魔法系列图书，已经走在中学教辅图书的最前沿，成为一个全新的中学教辅品牌！一个真正由专家打造的具有国际品质的中学教辅品牌！

我们希望给中学生提供一个崭新的学习平台，为每位读者付出的时间和殷切的期待提供丰厚的回报。我们力求通过不懈的努力，让魔法系列图书解放中学生的学习，解放中学生的考试，让学习变得"轻松、快乐、高效"的思想光芒照耀每位读者！

我们与读者的心是相通的，同广大一线教师的心是相通的。现在，我们付出的每一份努力，都得到了广大教师和读者的支持和肯定。面对这些勉励和关怀，我们将会以百倍的努力来报答。未来我们会做得更好，这是我们的目标，也是我们不变的承诺。

魔法系列图书愿做中学生学习的最佳助手，最贴心的朋友！让魔法系列图书伴随着我们的幸福、快乐和回忆，一起成长！

魔法教育发展研究中心

2004.6

前言

Preface

根据教育专家多年的研究发现，几乎每位学生在学习过程当中都有薄弱的学科，每一学科中都有薄弱的专题，而正是这些薄弱学科、薄弱的专题阻碍了学生的成功。“亡羊补牢，未为迟也。”为了帮助更多中学生在中考走向成功，我们组织了全国数十名有多年教学和研究经验的特高级教师、教研员，在张定远、薄冰、蔡上鹤、张同恂、程耀尧、刘真、杨启楠、臧嵘、刘淑梅等中学教育界权威、教材专家的悉心指导下，在北京四中、黄冈中学、华东师大附中、清华大学附中、北大附中等国内百余所重点中学的鼎力协助下，精心编写了本系列图书。

我们在丛书编写过程中，秉承“科学划分、高效实用”的编写理念，尊重现行教材体系，依据教学大纲与考试说明，将初中数学专题科学地设置为：《实数与代数式》《方程(组)与不等式(组)》《圆》《三角形与四边形》《相似形与解直角三角形》《综合性问题》《创新型问题》《函数及其图像》八个分册。

本书具备以下特点：

细分专题，针对性强：适合初中不同年级的学生对自己的薄弱学科、薄弱专题集中学习，不受年级、教材的限制。

内容详尽，重点突出：以大纲为面，考纲为线，所有该专题的内容全面详尽，重点难点突出。

表述灵活，直观高效：本书灵活使用图、表、眉批、旁注等多种表达方式进行内容阐述，使平常枯燥的学习过程变得直观、具体、高效。

信息敏锐，材料新颖：本书采用了大量的前沿性、趣味性、现实性资料，结合最新的中考信息和命题趋势，从最新的角度组织学习和复习，具有很强的实用性和超前性。

Magic

前　言

Preface

本丛书分为以下几个栏目：

【教考资讯】紧扣教学大纲，总结分析中学教学、教材改革的新趋势、新动向，突出最新考试信息和对未来中考命题走向的预测，增强针对性。

【知识精讲】这是本套丛书最具特色的栏目。专题在这个栏目中，下大气力，对所涉及的知识点，高度集中地作全面、详尽地分析，以利学生在有限的时间里，集中补差、补弱，系统有效地提高自己知识能力，补上自己知识木桶上最短的那一块。

【典题探究】此栏目针对综合性强的拓展题进行解析，结合最新的《考试说明》，评价每道题的命题角度和能力层级要求，分析解题过程，点拨解题技巧。

【思维跨越】对重点、难点和热点进行延伸和拓展。以提高学生综合解决问题的能力。

【中考链接】收集了与本节内容相关的近几年各省市的中考题进行详细解析，以使学生学以致用，了解中考，感受中考，为决胜中考做准备。

【魔法训练】魔法训练由三个层次组成，第一层次的基本训练，重在基础；第二层次的拓展训练，重在提高；第三层次的综合创新，重在应用。从而使知识的训练由浅入深，阶梯形提高，最终达到把握基础知识，培养和提高学生综合素质和应考能力。

本套丛书既适应应考学生的中考需要，也适合初一、初二学生的学习需要。

我们在编写过程中，本着对学生高度负责的态度，处处把关，如还有疏漏，诚请读者指正。

编　者

2004 年 6 月于北京

Magic

魔法数学

目　录

Contents

第一章　比例线段

教考资讯

知识性目标

1.理解比与比例的概念,能够说出比例关系式中比例的内项、外项,第四比例项或比例中项.

2.掌握比例的基本性质、定理、合比性质和等比性质,会用它们进行简单的比例变形.

3.理解线段比、成比例线段的概念,会判断线段是否成比例,了解黄金分割.

过程性目标

1.能够体会比例线段是研究相似三角形的必须准备.

2.能够体会从研究线段相等到研究线段之间成比例是数学学习过程的深入,是思想方法上的飞跃.

3.通过面积比与线段比的转换进一步渗透面积法解题方法.

知识精讲

在现实生活中，我们经常会看到形状相同的图形,例如,同一张底片洗出来的照片,尽管这些照片可以大小不一样,但它们的形状却是相同的.你想过没有，为什么它们的形状是相同的呢？或许你猜到了：这是因为照片之间的各个对应部分都是成比例的.可为什么各个对应部分成比例,形状就不变呢?为什么照片上的角度没有被成比例放大或缩小呢？也许,你还有更多的问题,学完本章内容之后,你就会弄明白.下面我们先说一说比例.

名师导学

我们把形状相同的图形说成是相似的图形.显然,全等是相似的特例.

这个生活中的例子启示我们相似形离不开比例,要研究相似形,就得先研究一下比例.

1.比例的广泛性.

当我们要度量一张桌面的长度时，我们怎么办呢？先要选定一个长度作为单位，然后看桌面的长等于多少个单位长，即桌面长与单位长的比值就是我们度量得出的数值.显然这个数值是不固定的，它取决于我们选定的单位长.

例如对于一米长的桌面，我们对它进行度量时，若选1米作为单位长，我们得到的数值是1；选1厘米作为单位长时，我们得到的数值是100；选1尺作为单位长时，我们得到的数值是3.

事实上，从比的角度来看，任何量的大小，都是其与某个相应的单位的比值，因此，从这个意义上说比无处不在.此外，对于度量单位相同的两个量，我们都可以用它们的商来定义它们之间的比，所以比例问题是十分广泛的.

2.两条线段的比.

如果选用同一长度单位量得两条线段a、b的长度分别是m、n，那么就说这两条线段的比是 $a:b=m:n$，或写成$\dfrac{a}{b}=\dfrac{m}{n}$.

注意：两条线段的比与所采用的长度单位没有关系，因此，讨论线段的比时不必指明长度单位.

3.比例线段.

在四条线段a、b、c、d中，如果a和b的比等于c和d的比，那么这四条线段a、b、c、d叫做成比例的线段，简称比例线段.

四条线段成比例是有顺序的，a、b、c、d是成比例线段，是指$\dfrac{a}{b}=\dfrac{c}{d}$，不能写成$\dfrac{a}{d}=\dfrac{b}{c}$.在说四条线段成比例时，一定要将这四条线段按顺序列出.

4.比例的有关概念.

(1)项、比例外项、比例内项

若$\dfrac{a}{b}=\dfrac{c}{d}$，则$a$、$b$、$c$、$d$叫做组成比例的项，线段$a$、$d$叫做比例外项，线段$b$、$c$叫做比例内项.

(2)第四比例项、比例中项

若$a:b=c:d$，则 d 叫做 a、b、c 的第四比例项；

若 $a:b=b:c$，则 b 叫做 a、c 的比例中项.

第四比例项要注意顺序.例如：a、b、c 的第四比例项与 b、a、c 的第四比例项不同，前者由$\dfrac{a}{b}=\dfrac{c}{x}$确定，后者由$\dfrac{b}{a}=\dfrac{c}{x}$确定.

5.比例的性质.

(1)比例的基本性质

$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}\Leftrightarrow ad=bc$

推论：$\frac{a}{b}=\frac{b}{c}\Leftrightarrow b^2=ac$

(2)合比性质

$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}\Leftrightarrow \frac{a\pm b}{b}=\frac{c\pm d}{d}$

推论：$\frac{a+b}{a-b}=\frac{c+d}{c-d}$ $\begin{pmatrix} a\neq b \\ c\neq d \end{pmatrix}$

(3)等比性质

若$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}=\frac{e}{f}=\frac{m}{n}$，

则$\frac{a+c+e+m}{b+d+f+n}=\frac{a}{b}$ $(b+d+f+n\neq 0)$

注意：①比例是一种特殊的等式.以上比例的性质均可由等式的性质推出.

②比例的基本性质是核心，它除了可以用来作“等比式”与“等积式”的互化外，我们还常用它来检验我们所作的比例变形是否正确.

试着用下面的问题理解等比性质.

下表是若干杯盐水的情况：

盐水 杯数	盐的质量	盐水的质量
第一杯	a	b
第二杯	c	d
第三杯	e	f
第四杯	m	n

问题：

①把上面的四杯盐水倒在一起，盐水的质量分数是多少？

②若上面四杯盐水的质量分数相同，即$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}=\frac{e}{f}=\frac{m}{n}$，把它们倒在一起后，盐水的质量分数会发生改变吗？

6.黄金分割.

如图1-1，线段AB上的一点C把线段

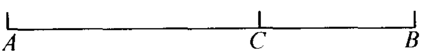


图 1-1

分成了AC、BC两部分$(AC>BC)$，若AC是AB与BC的比例中项，即$AC^2=AB\cdot BC$则这种分割就叫做把线段AB黄金分割，点C叫做线段AB的黄金分割点.

①线段AB有两个黄金分割点，一个靠近B一些，还有一个靠近A一些.

②较长的线段：

$AC=\frac{\sqrt{5}-1}{2}AB\approx 0.618AB.$

点 C 在 AB 上时，$AC^2=AB\cdot BC$

$$\Leftrightarrow AC=\frac{\sqrt{5}-1}{2}AB \Leftrightarrow BC=\frac{3-\sqrt{5}}{2}AB$$

$$\Leftrightarrow \frac{BC}{AC}=\frac{3-\sqrt{5}}{\sqrt{5}-1} \Leftrightarrow AB=\frac{\sqrt{5}+1}{2}AC.$$

考考你：

点 C 在 AB 上，若 $\frac{AB}{BC}=\frac{3+\sqrt{5}}{2}$.

问：C 是否为 AB 的黄金分割点？

典题探究

1.求线段之间的比.

例 1 如图1–2，$\triangle ABC$ 中，已知 $\angle B=30°$，$\angle C=45°$.

(1)求 $\frac{AB}{AC}$；

(2)求 $AB:AC:BC$.

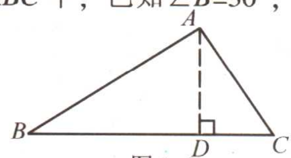


图 1–2

解析 设法构造含特殊角的直角三角形.

解 过点 A 作 $AD\perp BC$，垂足为 D，设 $AD=t$，在Rt$\triangle ABD$ 中，$\because \angle B=30°$，$\therefore AB=2t$.

由勾股定理得：$BD=\sqrt{AB^2-AD^2}=\sqrt{3}t$

在Rt$\triangle ADC$ 中，$\because \angle C=45°$，

$\therefore CD=t$，$AC=\sqrt{AD^2+DC^2}=\sqrt{2}t$

$\therefore BC=BD+DC=\sqrt{3}t+t=(\sqrt{3}+1)t$.

$\therefore (1)\frac{AB}{AC}=\frac{2t}{\sqrt{2}t}=\sqrt{2}$

(2)$AB:AC:BC=2t:\sqrt{2}t:(\sqrt{3}+1)t=2:\sqrt{2}:(\sqrt{3}+1)$

点拨与发散

尝试记住下面的结论：

(1) 在含30°角的直角三角形中长直角边是短直角边 $\sqrt{3}$ 倍.

(2)等腰直角三角形的斜边是直角边的 $\sqrt{2}$ 倍.

练一练：

(1)等边三角形的边长与高线长的比为______.

(2)正方形的边长与对角线的长的比为______.

注意：设元引参的方法，值得借鉴.(例如：设 $AD=t$).

例 2 一个三角形三边的比为2:3:4，则这个三角形三条边上的高的比为 (　　)

A 2:3:4　　B 6:4:3　　C 4:3:2　　D 4:9:6

解析 若三角形三条边长为 a、b、c，三边上的高分别为 h_a、h_b、h_c，则 $ah_a=bh_b=ch_c=2S$.

解 作为选择题，我们可以采用直接验证法，经验证由于$2\times6=3\times4=4\times3$.所以本题选B.

另解：设三边分别为$2t$、$3t$、$4t$，则

$2th_a=3th_b=4th_c$.

$\therefore h_a=2h_c, h_b=\frac{4}{3}h_c$.

$\therefore h_a:h_b:h_c=2h_c:\frac{4}{3}h_c:h_c=2:\frac{4}{3}:1=6:4:3$

注意：本题容易选成C.
事实上：$h_a:h_b:h_c$
$=\frac{2s}{a}:\frac{2s}{b}:\frac{2s}{c}$
$=\frac{1}{a}:\frac{1}{b}:\frac{1}{c}$
$=bc:ac:ab$
其中S是三角形的面积.

2.比例的基本概念的应用举例.

例3 线段a、b、c、d的长度如下：

①a=12cm，b=8cm，c=15cm，d=10cm

②a=7cm，b=14cm，c=19.6cm，d=5cm

③a=12cm，b=4cm，c=9dm，d=0.3m

以上三组数据中能使a、b、c、d构成比例线段的有（　　）

A 一组　　B 两组　　C 三组　　D 零组

解析 本题就是要检验$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$是否成立.

经检验①、③可行，故本题选B.

注意：①必须先把单位化成统一；②用$bc=ad$是否成立进行检验要简便些.

例4 老师出了一道题：“已知线段a=4cm，……，求b、c、a的第四比例项”.小张误求成了c、b、a的第四比例项，结果为2cm，且知他的运算过程没有其它错误，求正确答案.

解 设正确答案为x，由题意得：

$\frac{b}{c}=\frac{a}{x}$　①

$\frac{c}{b}=\frac{a}{2}$　②

①×②，得$1=\frac{a^2}{2x}$.

把$a=4$代入上式，可得$x=8$. ∴ 正确答案是8cm.

考考你：
求证：c是a、b、c的第四比例项与b、a、c的第四比例项的比例中项.
提示：可依照例4证明.

3.比例的基本性质与合比性质的应用.

例5 已知$3a=5b$，则下列各式的值在2与3

之间的是　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　(　　)

A $\frac{a}{b}$　　B $\frac{a+b}{b}$

C $\frac{a-b}{b}$　　D $\frac{a+b}{a-b}$

解析 $\because 3a=5b$，由基本性质得 $\frac{a}{b}=\frac{5}{3}$　①

再由合比性质得 $\frac{a+b}{b}=\frac{5+3}{3}=\frac{8}{3}$　②

$\frac{a-b}{b}=\frac{5-3}{3}=\frac{2}{3}$　③

②÷③得 $\frac{a+b}{a-b}=4$　$\therefore$ 本题选B.

练一练：

(1)若 $\frac{a-3b}{a+b}=\frac{2}{5}$ 则 $\frac{a}{b}=$______.

(2)已知线段 AB 的长为 a，P 为 AB 上的一点，且 $\frac{AP}{PB}=\frac{m}{n}$，求 AP、PB 的长．

提示：

(1)变形为 $5(a-3b)=2(a+b)$ 再化简得 $3a=17b$.

(2) $AP=\frac{m}{m+n}a$，$PB=\frac{n}{m+n}a$

4.等比性质的活用.

例6 已知 $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}=\frac{2}{3}$，则 $\frac{4a-c}{4b-d}=$______.

$(4b-d\neq 0)$

解析 $\because \frac{a}{b}=\frac{4a}{4b}$，$\frac{c}{d}=\frac{-c}{-d}$ $\therefore$ 由 $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}=\frac{2}{3}$ 可得

$\frac{4a}{4b}=\frac{-c}{-d}=\frac{2}{3}$.　因为 $4b-d\neq 0$

由等比性质得 $\frac{4a-c}{4b-d}=\frac{2}{3}$.

这里有一个对已知比例式进行改造的过程，值得体会．

想一想：

在例6中若 $3b-5d+15\neq 0$，你能求 $\frac{3a-5c+10}{3b-5d+15}$ 的值吗？

例7 已知 $\frac{x}{2}=\frac{y}{3}=\frac{z}{4}$ 则 $\frac{2x-y+3z}{x}=$______.$(x\neq 0)$

解法1 $\frac{x}{2}=\frac{y}{3}=\frac{z}{4}\Leftrightarrow\frac{2x}{4}=\frac{-y}{-3}=\frac{3z}{12}$

(由等比性质) $\Rightarrow\frac{2x-y+3z}{4-3+12}=\frac{x}{2}$.

(由基本性质) $\Rightarrow\frac{2x-y+3z}{x}=\frac{13}{2}$

解法2 设 $\frac{x}{2}=\frac{y}{3}=\frac{z}{4}=k$，则 $x=2k$，

解法1有一个对已知比例式进行改造的过程，解法2采用了证明等比性质的方法即设出比值的方法，十分简练．事实上，这种设元引参的方法是解决比例问题的通法，值得学习．

下面是小强同学利用等比性质得出的一个结论：$\frac{0}{0}=2$，想一想他的证法对吗？

$y=3k, z=4k$,

$\therefore \dfrac{2x-y+3z}{x}=\dfrac{4k-3k+12k}{2k}=\dfrac{13}{2}$.

5.等比性质的慎用.

例 8 若$\dfrac{x}{y+z}=\dfrac{y}{x+z}=\dfrac{z}{x+y}=k$,求 k 的值.

错解:由等比性质得:

$$\frac{x+y+z}{(y+z)+(x+z)+(x+y)}=k$$

即:$\dfrac{x+y+z}{2(x+y+z)}=k \quad \therefore \quad k=\dfrac{1}{2}$

解析 以上解法忽视了等比性质的适用条件.

正解:(1)当$(y+z)+(x+z)+(x+y)\neq 0$

即 $x+y+z\neq 0$时,由等比性质可得 $k=\dfrac{1}{2}$;

(2)当 $x+y+z=0$时,此时 $y+z=-x$

$\therefore k=\dfrac{x}{y+z}=\dfrac{x}{-x}=-1$.

综上所述,$k=\dfrac{1}{2}$或-1.

证明:$\dfrac{6}{3}=\dfrac{-4}{-2}=\dfrac{-2}{-1}=2$

由等比性质得

$\dfrac{6-4-2}{3-2-1}=2$

即$\dfrac{0}{0}=2$.

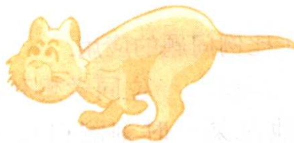
练一练:

若$\dfrac{a}{b+c-a}=\dfrac{b}{a+c-b}=\dfrac{c}{a+b-c}$

求$\dfrac{abc}{(a+b)(b+c)(c+a)}$的值.

提示:分两种情况.

答案:-1或$\dfrac{1}{8}$.



6.比例线段的应用.

例 9 在比例尺是1∶38000的南京交通游览图上,玄武湖隧道长约7cm,它的实际长度为 ( )

A 0.266km　　B 2.66km

C 26.6km　　D 266km

比例尺$=\dfrac{\text{图上距离}}{\text{实际距离}}$

注意比例式中的单位统一.厘米化成千米时,先除以100化成米,再除以1000化成千米.

解 设隧道的实际长度为 x 厘米,则$\dfrac{7}{x}=\dfrac{1}{38000}$

$\therefore x=7\times 38000=266000(\text{cm})=2.66(\text{km})$

∴ 本题选B.

同时、同地物高与影长成比例.

例10 某天同时同地,甲同学测得1m的测竿在地面上的影长为0.8m,乙同学测得国旗旗杆在地面上的

影长为9.6m，则国旗旗杆的长为 （ ）

A 10m B 12m C 13m D 15m

解 设国旗旗杆的长为 xm，则

$\frac{1}{0.8}=\frac{x}{9.6}$ 解得 $x=12$. 所以本题选B.

以上是比例问题的一些基本用法，事实上，如果我们能够用好比例，就可以解决更多更复杂的问题.

思维跨越

1.比例问题的应用.

例1 一位同学想利用树影测量树高；他在某一时刻测得长为1m的竹竿影长0.9m，但当他马上测量树影时，因树靠近一幢建筑物，影子不全落在地面上，有一部分影子在墙上，如图1-3，他先测得在墙

名师指路

注意：

①解本题时，不能误认为影长为 1.2+2.7=3.9(m)；

②作出辅助线 DE 是关键，不难发现 BE 的影长是 BD；

③学习平行线分线段成比例之后，我们还可以延长 AC 交 BD 于 F，则 AB 的实际影长应等 BF，利用平行线获得比例式，亦可轻松求解.

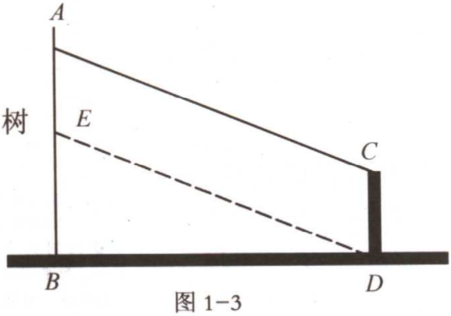


图 1－3

上的影高为1.2m，又测得地面部分的影长为2.7m.他求得树高是多少？

解 过 D 作 $DE//AC$ 交 AB 于 E，

$\because AB//CD$，

$\therefore AEDC$ 是平行四边形.

$\therefore AE=CD=1.2$m.

$\therefore$ 依题意得 $\frac{1}{0.9}=\frac{BE}{2.7}$.

$\therefore BE=3(\mathrm{m}).\therefore AB=AE+BE=4.2(\mathrm{m}).$

答：树高4.2m.

2.面积比与线段比的转换.

例2　如图1-4，O 是$\triangle ABC$ 内的一点，AO 的延长线交 BC 于 D，BO 的延长线交 AC 于 E，CO 的延长线交 AB 于 F.

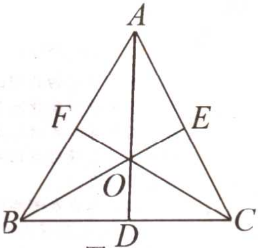


图 1-4

(1)求证$\dfrac{S_{\triangle AOB}}{S_{\triangle AOC}}=\dfrac{BD}{DC}$；

(2)求证$\dfrac{BD}{DC}\cdot\dfrac{CE}{EA}\cdot\dfrac{AF}{FB}=1$.

等高三角形的面积比等于底之比，如下图1-5：

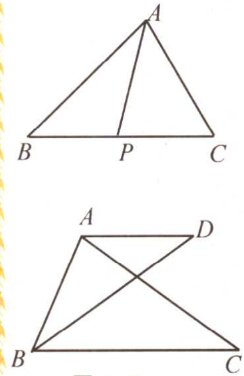


图 1-5

$\dfrac{S_{\triangle ABP}}{S_{\triangle ACP}}=\dfrac{BP}{CP}$

$\dfrac{S_{\triangle ABP}}{S_{\triangle ABC}}=\dfrac{BP}{BC}$

等等.

$\dfrac{S_{\triangle ABD}}{S_{\triangle ABC}}=\dfrac{AD}{BC}$

(其中$AD/\!/BC$)

解析　(1)注意到$\dfrac{S_{\triangle ABD}}{S_{\triangle ACD}}=\dfrac{BD}{DC}$，$\dfrac{S_{\triangle BOD}}{S_{\triangle COD}}=\dfrac{BD}{DC}$，

$\therefore \dfrac{S_{\triangle ABD}}{S_{\triangle ACD}}=\dfrac{-S_{\triangle BOD}}{-S_{\triangle COD}}=\dfrac{BD}{DC}.$

由等比性质得$\dfrac{S_{\triangle ABD}-S_{\triangle BOD}}{S_{\triangle ACD}-S_{\triangle COD}}=\dfrac{BD}{DC}$，

即$\dfrac{S_{\triangle AOB}}{S_{\triangle AOC}}=\dfrac{BD}{DC}.$　①

(2)的证明如下：

同理$\dfrac{CE}{EA}=\dfrac{S_{\triangle BOC}}{S_{\triangle AOB}}$　②

$\dfrac{AF}{BF}=\dfrac{S_{\triangle AOC}}{S_{\triangle BOC}}$　③

由①②③得，

$\dfrac{BD}{DC}\cdot\dfrac{CE}{EA}\cdot\dfrac{AF}{FB}=\dfrac{S_{\triangle AOB}}{S_{\triangle AOC}}\cdot\dfrac{S_{\triangle AOC}}{S_{\triangle BOC}}\cdot\dfrac{S_{\triangle BOC}}{S_{\triangle AOB}}=1$

其中第2问的结论就是著名的塞瓦(Cave)定理.我们看到利用面积比与线段比之间的转换，可轻松求证.