

半导体器件的数值分析

**Numerical Analysis
for
Semiconductor
Devices**

Mamoru Kurata

电子工业出版社

半导体器件的数值分析

[日] 仓田 衡 著
张 光 华 译

电子工业出版社

内 容 简 介

本书主要介绍了半导体器件数值分析的基本概念，从原始方程导出分立形式方程的方法，根据一维、二维和混合二维模型，利用计算机语言程序进行二极管、晶体管、晶闸管等双极半导体器件的直流稳态和瞬态的数值分析。

本书可作为从事半导体器件和集成电路设计、制造方面工作的科研和工程技术人员的参考书，亦可供大专院校有关专业师生使用。

半导体器件的数值分析

Numerical Analysis for Semiconductor Devices

〔日〕仓田 衡 著

张光华 译

责任编辑：边际

*

电子工业出版社（北京市万寿路）

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

北京科技印刷厂印刷

*

开本：850×1168 1/32 印张：9 字数：240千字

1985年10月第1版 1985年12月第1次印刷

印数：3500册 定价：2.50元

统一书号：15290·141

译 者 的 话

众所周知，自从肖克莱及其同事们发表第一篇晶体管的基本理论以来，已经发表了有关半导体器件方面的成千上万篇论文，出版了数百种关于半导体方面的书籍，这些资料所阐述的半导体器件今天已被广泛地应用。尤其是在计算机方面，半导体器件构成了各种类型计算机的核心。由于计算机性能的不断提高，反过来又促进了半导体器件分析工作的进一步发展，使得对于半导体器件的分析由前期在某些简化假定下求严格解发展到近期的数值解。

有关本书的内容，作者在绪言中已做了说明，无需译者再加累述。应当肯定，本书比较系统地介绍了半导体器件模型化的概念和数值分析方法，对于进行设计和实际工作的科研、工程技术人员是很有启发的。本书翻译过程中，得到黄永宝教授的热心指导，译者在此致以谢意。由于译者水平有限，译文中不妥和错误之处，希望读者批评指正。

绪 言

自从半导体器件问世以来，已经过去了三十多年。肖克莱于1949年发表的论文中，建立了器件分析的严密的理论基础，文中以精确的形式所阐述的基本方程现今已被采用。

此后，根据这个理论基础发表了大量的技术性论文，以各种各样的工作模型对不同的器件进行了分析。开始的十五年，采用在某些简化的假定下从基本方程推导严格解的方式进行了大量的分析。

然而，当时认为这种方法论只具有有限的应用性，特别是当要求统一的器件模型时，尤其是如此。这种认识便导致了数值分析的引入，並取名为器件模型化，同时，由于计算机性能的迅速提高，后十五年内器件模型化工作有了显著的发展。

结果，至少是在专家们中间，当代的器件模型化工作已达到这样高的水平。即采用高性能的计算机甚至对二维晶体管的直流稳态和与时间有关的问题进行分析，也可在适当的时间内求得解。

鉴于这种情况，预计数值分析将变得普及起来，虽然未必象专家们那样潜心研究，但也将会有大量的研究人员和工程师们关注它。事实上，随着计算机性能的稳步提高，今天看来是相当困难的问题（例如精确的一维模型化），不久也将被许多人（包括电子学领域的专业研究人员）普遍地研究和实地应用。

依据上述的背景，本书一般地叙述双极器件的数值分析，打算从几方面来叙述它。首先，在每个有关的章节中具体地叙述了从原来的微分方程导出分立形式的方程，以便读者根据自己的理解能够容易地写出计算程序。这本书与技术性期刊上发表的有关器件模型化的许多论文不同，在发表的那些论文中，由于篇幅所限或者其它的原因，始终没有给出具体的公式。

其次，在计算机算法基本未变的情况下，以普遍可用于多种不同器件（例如二极管、晶体管和晶体闸流管*）和多种工作模型（例如直流稳态和非稳定瞬态）的方式建立了数值方法。经过对器件设计和对性能描述的许多实践证明，这种数值方法特别适用于第四~六章中叙述的一维模型。根据牛顿-SLOR方法，这些一维模型中共同的概念扩充到了第七章中的二维分析，其中，把一维的线段当作单元块处理。

第三，根据各章中列举的一些真实的计算结果叙述了模型化在工程技术方面的状况，读者通过阅读这些内容可以了解作为器件设计常用方法的数值分析的意义和适用范围。

最后，第八和九两章是另加的补充内容。在第八章中，叙述了二维分析的一种特殊情形，估算反向偏置 $p-n$ 二极管的击穿电压，作为唯一的例外，其中用了有限元法求出了泊松方程的解。第九章专门叙述了混合二维模型，这种模型在现实的许多问题中均可找到各种应用，因为该模型在特点上包括二维效应，而又不需要象精确的二维分析那样长的计算时间。

作者希望乐于研究数值器件分析程序和在进行研究、发展及器件设计方面乐于实践的同事们采用本书。同时，也希望未来能够发表某些有关器件预期特性的数值分析知识。

* 本书简称晶闸管——译者。

符 号

q	电子电荷 $1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$.
ε ($= \varepsilon_s \varepsilon_0$)	介电常数 $\varepsilon_0 = 8.86 \times 10^{-14} \text{ F/cm}$ 硅的 $\varepsilon_s = 12$
m_e, m_h	电子和空穴的有效质量
h	普朗克常数 $6.63 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$ (第二章); 分割点 间距 (第三~九章)
k	玻尔兹曼常数 $1.38 \times 10^{-23} \text{ J/K}$ (第二章); 时间步 长 (第四~九章)
$\varepsilon, \varepsilon_G$	能量, 禁带能量
T	温度
Θ	玻尔兹曼因子 [$q/(KT)$]
h	本征自由电子密度
n, p	电子和空穴密度
N_d, N_a	施主和受主浓度
Γ	有效掺杂浓度 ($N_d - N_a$)
ψ	势
ϕ_n, ϕ_p	电子和空穴的准费米势
E, E	矢量和标量形式的电场 $E = -\text{grad}\psi$
μ_n, μ_p	电子和空穴的迁移率
D_n, D_p	电子和空穴的扩散常数
J_n, J_p, J_n, J_p	矢量和标量形式的电子和空穴电流密度
t	时间
G, U	产生率和复合率
α_n, α_p	电子和空穴的电离率
τ_n, τ_p	电子和空穴的寿命

目 录

第一章 一般概念

- 1.1 器件模型化的定义 1
- 1.2 器件分析中局部法的历史 3
- 1.3 当代器件模型化的发展 4

第二章 器件模型化的物理基础

- 2.1 本征和非本征半导体 8
- 2.2 载流子迁移率 9
- 2.3 载流子输运方程 10
- 2.4 连续性方程 载流子复合和产生 12
- 2.5 泊松 (Poisson) 方程 14
- 2.6 半导体器件的基本方程 14
- 2.7 过量载流子密度及其积分 15

第三章 数值分析引论

- 3.1 $p-n$ 结的基本分析 18
- 3.2 线性缓变 $p-n$ 结的数值解 22

第四章 $p-n$ 二极管

- 4.1 基本考虑 31
- 4.2 直流稳态分析 35
- 4.3 瞬态计算 46
- 4.4 简化型的瞬态计算 50
- 4.5 计算举例 1: 基本的二极管恢复过程 54
- 4.6 计算举例 2: 功率限幅二极管特性 63

第五章 晶体管

- 5.1 基本考虑 74
- 5.2 基本方程和边界条件 75

5.3	矩阵-矢量方程	77
5.4	大信号瞬态计算	81
5.5	$p-n-p$ 晶体管的程序转换	82
5.6	计算用的输入数据	84
5.7	计算结果的输出数据表	88
5.8	计算结果: 器件内部的现象	101
5.9	计算结果: 端特性	110
5.10	晶体管的大信号等效电路	113

第六章 晶闸管

6.1	基本考虑	117
6.2	按照电压控制型模型进行晶闸管计算	119
6.3	计算结果	122
6.4	二极管/晶闸管模型化中电流控制型公式	127
6.5	矢量模数限制法	133
6.6	计算结果	135

第七章 二维模型

7.1	基本公式	141
7.2	边界条件	145
7.3	牛顿方法和方程的线性化	147
7.4	边界条件的线性化	150
7.5	牛顿-SLOR 法	152
7.6	几何结构、掺杂函数和网格点方案	153
7.7	SLOR 单元和线性方程的确定	156
7.8	开始进行牛顿迭代的试探性值	158
7.9	关于计算程序的几点注释	160
7.10	晶体管分析的实际计算时间	164
7.11	快速求解法	166
7.12	检验计算结果的方法	166
7.13	计算结果	172

第八章 反向偏置 $p-n$ 结的二维场分析

8.1	近似形式的泊松方程	193
8.2	边界条件	195
8.3	方程的线性化和牛顿迭代	197
8.4	有限元公式	198
8.5	线性矩阵-矢量方程组的解: Choleski-波前法	202
8.6	计算结果	207
第九章 混合二维模型		
9.1	晶闸管模型的基本公式	213
9.2	非线性电路元件和线性化形式之间的函数关系	216
9.3	节点方程的线性化	219
9.4	依据一维晶体管/晶闸管分析决定电路元件方程	226
9.5	计算结果	241
附录 A	与电流方程有关的矩阵非奇异性问题	248
附录 B	矩阵和矢量元素表	251
附录 C	偏导数	254
附录 D	解三角块矩阵方程的递归法	259
附录 E	用于电流控制型矩阵-矢量元素表的公式	261
附录 F	解电流控制型矩阵-矢量方程的递归法	263
附录 G	二维问题中的矩阵和矢量元素表	266
附录 H	SOR、SBOR和SLOR法	271

图 序

1 1	器件模型化的概念	2
1 2	晶体管中各分区的杂质分布	3
3 1	线性缓变结	19
3 2	ψ 、 ϕ_p 和 ϕ_n 的分布	20
3 3	计算得到的几个迭代次数的势	25
3 4	三对角矩阵的解算法	29
4 1	$p-n$ 二极管的基本结构	31
4 2	用于直流分析的分割点	36
4 3	数值解程序的流程图	45
4 4	基于前步解之上的试探性势	46
4 5	瞬态分析的分割点	47
4 6	考虑中的二极管的掺杂剖面分布	55
4 7	二极管反向恢复的基本电路	56
4 8	恢复过程中的载流子分布	60
4 9	恢复过程中的电场分布	60
4 10	直流和瞬态条件下的 Q_{exc} 对 V 作图的轨迹	62
4 11	二极管电流的波形	63
4 12	并联二极管限幅器的基本电路	64
4 13	计算的二极管电压 (a) 和电流 (b)	65
4 14	电场的瞬时分布 (a) 和过量载流子的瞬时分布 (b) $w_l = 1 \mu\text{m}$, $V_m = 100 \text{V}$	67
4 15	电场的瞬时分布 (a) 和过量载流子的瞬时分布 (b), $w_l = 1 \mu\text{m}$, $V_m = 900 \text{V}$	69
4 16	电场的瞬时分布 (a) 和过量载流子的瞬时分布 (b), $w_l =$ $2 \mu\text{m}$, $V_m = 900 \text{V}$	71

4-17	$w_J = 0.5, 1, 2 \mu\text{m}$ 的二极管的电压波形	72
4-18	$N_B = 2 \times 10^{14}, 10^{15}, 5 \times 10^{15} \text{cm}^{-3}$ 的二极管的电压波形	72
5-1	晶体管的基本结构 (a) 和掺杂剖面分布 (b)	75
5-2	基极电流的概略图: (a) 真实的情形 (b) 和一维近似	79
5-3	基于先前解之上的试探性势	81
5-4	四种不同的一维模型间的相互关系	82
5-5	晶体管的掺杂函数	86
5-6	$V_{BC} = -1 \text{V}$ 时的载流子分布	102
5-7	$V_{BC} = -1 \text{V}$ 时的电场分布, (a) 发射区、(b) 基区、 (c) 集电区	104
5-8	$V_{BC} = -10 \text{V}$ 时的载流子分布	106
5-9	$V_{BC} = -10 \text{V}$ 时的电场分布, (a) 基区 (b) 集电区	107
5-10	$V_{BE} = -1 \text{V}$ 时的载流子分布	108
5-11	$V_{BE} = -1 \text{V}$ 时的电场分布	109
5-12	正向和反向输入 I/V 特性	110
5-13	正向和反向共发射极电流放大系数	111
5-14	输出 I/V 特性	112
5-15	电容~电压特性	114
5-16	晶体管的等效电路	115
6-1	基本的晶闸管结构 (a) 和 I/V 特性 (b)	118
6-2	晶闸管 (a) 和假定的二极管 (b) 的概略的掺杂分布	122
6-3	载流子分布	123
6-4	电场分布	124
6-5	$I-V$ 特性	125
6-6	电流控制型公式的边界位置	132
6-7	均匀寿命情形的 I/V 特性	137
6-8	类似突变寿命分布的 I/V 特性	137
6-9	维持电流与寿命关系的特性 (A) 均匀的 τ , (B) 类似 突变的 τ	138

6-10	类似突变的寿命分布.....	139
7-1	二维分析的网格点和边界条件.....	142
7-2	晶体管的全部网格点方案.....	154
7-3	晶体管的掺杂函数.....	155
7-4	用于二维分析的试探性势.....	159
7-5	牛顿-SLOR方法的流程图.....	162
7-6	对 $(V_{BE}, V_{BC}) = (0.6, -5)$ V 条件计算得到的结果: 载流子分布 (a), 发射区-基区内的势分布 (b), 和集电区 区内的势分布 (c)	175
7-7	对 $(V_{BE}, V_{BC}) = (0.8, -5)$ V 条件计算得到的结果: 载流子分布 (a), 发射区-基区内的势分布 (b), 和集电区 区内的势分布 (c)	178
7-8	对 $(V_{BE}, V_{BC}) = (0.98, -5)$ V 条件计算得到的结果: 载流子分布 (a), 发射区-基区内的势分布 (b), 和集电区 区内的势分布 (c)	181
7-9	对 $(V_{BE}, V_{BC}) = (2.3, -5)$ V 条件计算得到的结果: 载 流子分布 (a), 发射区-基区内的势分布 (b), 和集电区 区内的势分布 (c)	184
7-10	各电极上的电流分布: 发射极 (a), 基极 (b), 和集电极 (c)	187
7-11	$I_E \sim V_{BE}$ 特性	188
7-12	基区丙 ϕ_{p0} 的侧向分布	189
7-13	$I_B \sim V_{BE}$ 特性	190
7-14	$h_{FE} \sim I_C$ 特性	191
8-1	负倾斜 (a) 和正倾斜 (b) 的基本结构.....	194
8-2	反向偏置 $p-n$ 结的势分布	196
8-3	用于有限元法的三角形元.....	200
8-4	矩形分成三角形元.....	204
8-5	对应于图 8-4 的矩阵 (a) 和非零元素表 (b)	204
8-6	$\theta = 20.56$ 度负倾斜情形的电场分布	209

8 7	$\theta = 59.04$ 度负倾斜情形的电场分布	210
8 8	$\theta = 45$ 度正倾斜情形的电场分布	211
8 9	最大电场相对倾斜角的特性	211
9 1	具有外部电路的晶闸管芯片	215
9 2	晶闸管五个分段的等效电路	216
9 3	五段模型的矩阵-矢量方程	222
9 4	发射区-基区内一维的势分布	227
9 5	$n-p-n$ 晶体管正常有源工作条件下 $J_E \sim V_{BE}$ 和 V_{BE}^* 特性	229
9 6	$p-n-p$ 晶体管正常有源工作条件下 $J_E \sim V_{EB}$ 和 V_{EB}^* 特性	230
9 7	晶闸管一维的势分布	231
9 8	具有模拟曲线的 $J \sim V$ 特性	233
9 9	反向有源工作的 $n-p-n$ 和 $p-n-p$ 晶体管的 $J \sim V$ 特性	234
9 10	正向有源工作的 $n-p-n$ 晶体管的电流放大系数	235
9 11	反向有源工作的 $n-p-n$ 晶体管的电流放大系数	236
9 12	正向有源工作的 $p-n-p$ 晶体管的电流放大系数	237
9 13	反向有源工作的 $p-n-p$ 晶体管的电流放大系数	237
9 14	$n-p-n$ 晶体管发射极电容 $\sim V_{BE}$ 特性	239
9 15	$p-n-p$ 晶体管发射极电容 $\sim V_{EB}$ 特性	240
9 16	晶闸管芯片分割成五段	242
9 17	栅极电压波形	242
9 18	总的阳极电流和各段阳极电流的瞬态波形	241
9 19	以段数作参数画出的阳极电流波形	245
9 20	最大电流密度与第一段宽度的关系	246
9 21	等离子扩展速度与阳极电流特性的关系	246

表 序

2-1	迁移率参数.....	10
2-2	电离率参数.....	14
3-1	起始的势梯度与迭代次数的关系.....	26
5-1	图 5-5 中所示晶体管的分割点方案.....	87
5-2	$(V_{BE}, V_{BC}) = (0.8, -1)$ V 情形下计算的结果.....	90
6-1	考虑中的晶闸管的分割点方案.....	120
6-2	晶闸管的分割点方案.....	136
7-1	晶体管尺寸的数据.....	154
7-2	x 和 y 方向网格点的间距.....	155
7-3	包括松弛参数值在内的工作条件一览表.....	165
7-4	$(V_{BE}, V_{BC}) = (0.8, -5)$ V 条件下的计算结果.....	168
7-5	端电流随牛顿-SLOR 迭代次数增加的变化.....	172
8-1	Choleski-波前法计算过程中部分和的数据.....	206
9-1	$J_E \sim V_{BE}$ 和 V_{BE}^* 特性的数据.....	228
9-2	$J \sim V$ 和 V_n -基区的数据.....	232
9-3	瞬态计算中选取的时间步长.....	243
9-4	模型随段数变化一览表.....	244

第一章 一般概念

1.1 器件模型化的定义

器件模型化是建立模型的一种技术，利用这种技术能够在理论上模拟器件的实际特性。例如图 1-1 中所示的晶体管，晶体管的制造包括许多步骤，每一步都遵循若干个预先规定的设计条件，例如原始材料和外延层的电阻率、一些杂质扩散的结深和表面电阻率、发射区和基区的侧向尺寸。这些量称为器件设计参数。一个适中的晶体管模型能够预计最终制得样品显示的电特性。这些特性包括静态电流-电压特性、电流放大系数和截止频率或开关特性。

一般，实际的器件特性是设计参数的函数。因此，对于任意一组设计参数值，模型必须产生准确的理论结果。

模型化的概念只是最近才变为器件研究者和设计工程师们考虑的一个课题。然而，模型化概念本身却是起源于肖克莱在 1949 年发表过的论文，这篇论文建立了结型二极管和晶体管的理论基础^[1]。从一组微分方程出发，肖克莱提出了一个非常清晰的关于半导体器件模型的意见。在他的研究组发明晶体管之后，他几乎立刻得到了证实。

这样的理论论述称为器件分析，而不称为器件模型化。然而，这两个概念之间的区别在这里是不重要的，只要了解为了建立模型而进行的器件分析称为器件模型化就足够了。

器件模型化用的基本微分方程包括电子和空穴的电流输运方程，电子和空穴电流由扩散电流分量和漂移电流分量组成。漂移电流分量表示成载流子密度和电场的乘积。由于电子和空穴电流

均是未知变量，故输运方程是非线性的。

正如后面将要讨论的那样，非线性包括指数型，它很强烈地偏离线性关系。这种极强的非线性正是器件模型化需要研究三十多年的主要原因。

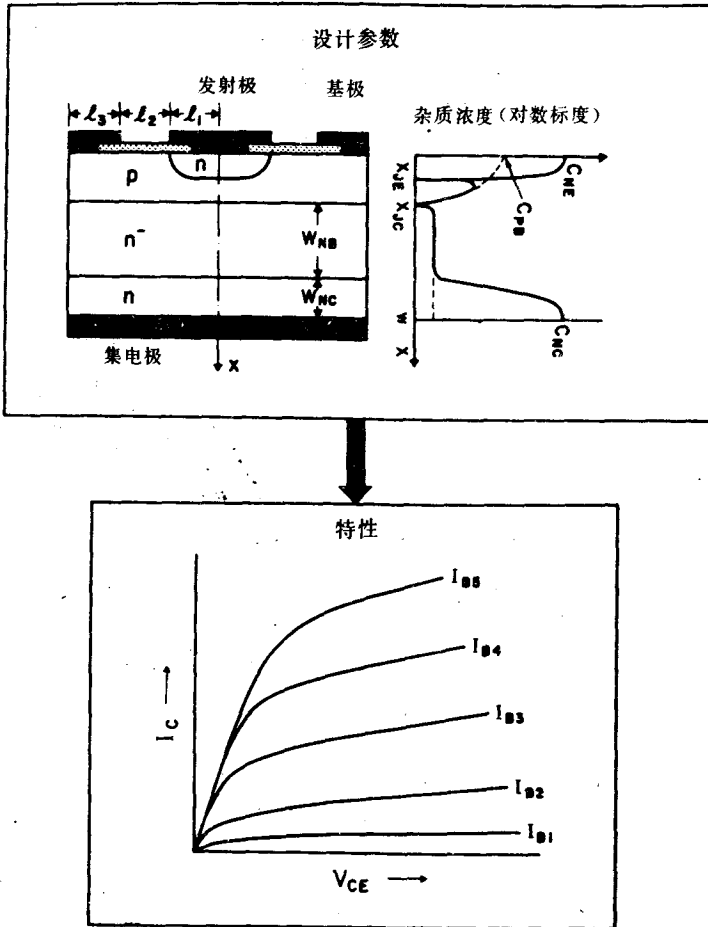


图 1 1 器件模型化的概念