

主编 赵雄辉

走近名校

.....
黄冈中学

南京师大附中

长沙一中

南开中学

天津外国语学校

上海复兴中学

福州一中

山东实验中学

安庆一中

湖南师大附中
.....

点击名师

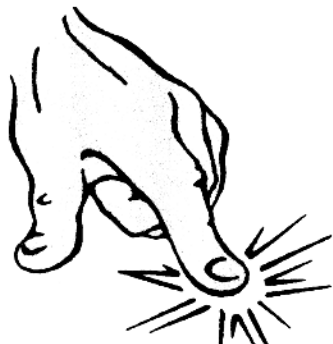
初二数学



人教版
新教材
教辅



华东师范大学出版社



点击名师

初二数学

主	编	赵雄辉	
编	者	赵雄辉	张 华
		申建春	黎书柏

华东师范大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

点击名师·初二数学/赵雄辉主编. —上海: 华东师范大学出版社, 2002. 6
ISBN 7-5617-2916-2

I. 点... II. 赵... III. 数学课-初中-教学参考资料 IV. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2002)第 021646 号

点击名师

初二数学

组 稿 倪 明
主 编 赵雄辉
特约编辑 贾 攀
封面设计 黄惠敏
版式设计 蒋 克

出版发行 华东师范大学出版社
市场部 电话 021-62865537
传真 021-62860410

<http://www.ecnupress.com.cn>

社 址 上海市中山北路 3663 号
邮编 200062

印 刷 者 江苏句容排印厂
开 本 890 × 1240 32 开
印 张 9
字 数 337 千字
版 次 2002 年 6 月第一版
印 次 2002 年 6 月第一次
书 号 ISBN 7-5617-2916-2/G · 1451
定 价 10.00 元

出 版 人 朱杰人

(如发现本版图书有印订质量问题,请寄回本社市场部调换或电话 021-62865537 联系)

主编自述

目 录

代数(第二册)

第八章	因式分解	1
8.1	提公因式法	1
8.2	运用公式法	5
8.3	分组分解法	10
	第八章自测题	14
第九章	分式	17
9.1	分式	17
9.2	分式的基本性质	20
9.3	分式的乘除法	25
9.4	分式的加减法	29
9.5	含有字母系数的一元一次方程	33
9.6	探究性活动: $a = bc$ 型数量关系	37
9.7	可化为一元一次方程的分式方程及其应用	40
	第九章自测题	46
第十章	数的开方	49
10.1	平方根	49
10.2	用计算器求平方根	53
10.3	立方根	55
10.4	用计算器求立方根	57
10.5	实数	58
	第十章自测题	62
第十一章	二次根式	65
11.1	二次根式	65
11.2	二次根式的乘法	69
11.3	二次根式的除法	73
11.4	最简二次根式	78
11.5	二次根式的加减法	83
11.6	二次根式的混合运算	87
11.7	二次根式 $\sqrt{a^2}$ 的化简	92

第十一章自测题 96

几 何(第二册)

第三章 三角形	99
3.1 关于三角形的一些概念	99
3.2 三角形三条边的关系	103
3.3 三角形的内角和	107
3.4 全等三角形	113
3.5 三角形全等的判定(一)	117
3.6 三角形全等的判定(二)	124
3.7 三角形全等的判定(三)	130
3.8 直角三角形全等的判定	136
3.9 角的平分线	142
3.10 基本作图	148
3.11 作图题举例	152
3.12 等腰三角形的性质	156
3.13 等腰三角形的判定	163
3.14 线段的垂直平分线	170
3.15 轴对称和轴对称图形	174
3.16 勾股定理	179
3.17 勾股定理的逆定理	183
第三章自测题	188
第四章 四边形	191
4.1 四边形	191
4.2 多边形的内角和	195
4.3 平行四边形及其性质	199
4.4 平行四边形的判定	204
4.5 矩形、菱形	209
4.6 正方形	215
4.7 中心对称和中心对称图形	220
4.8 实习作业	225
4.9 梯形	225
4.10 平行线等分线段定理	231
4.11 三角形、梯形的中位线	234
第四章自测题	241

第五章 相似形	243
5.1 比例线段	243
5.2 平行线分线段成比例定理	247
5.3 相似三角形	253
5.4 三角形相似的判定	257
5.5 相似三角形的性质	262
第五章自测题	267
附录 答案与提示	269

第八章

因式分解

8.1 提公因式法

一、教学目标导向

【重点难点】

本节的重点是弄清因式分解与整式乘法的关系,以及会用提公因式法把多项式进行因式分解. 难点是找出多项式各项的公因式,并在提取公因式后正确写出其分解结果.

【能力要求】

通过观察多项式找出各项的公因式,提高观察能力;在式的变形活动中培养运算能力;在提取二项式公因式的训练中,对变量代换和转化的思想有所体会.

二、课堂分层导学

【学法指导】

(1) 因式分解是多项式乘法的逆变形,学习本节前最好复习一下多项式乘法的有关知识,以便正确理解因式分解与多项式乘法的关系,弄清因式分解的含义.

(2) 公因式可能是单项式,也可以是多项式.在弄明公因式含义的基础上,要掌握找公因式的方法.

(3) 联想小学学过的因数分解.

(4) 对于要先变形后提公因式的问题,想一想应该注意哪些方面.

【精讲释疑】

(1) 因式分解是把一个多项式化成几个整式的积的形式,千万不要化成了积

的形式后又乘出结果.

(2) 当多项式中的某一项与所提的公因式相同时, 提公因式后, 括号内相应的这一项为 1, 不要漏掉了, 对此可以看看提公因式后括号内的项数是否与原多项式的项数一样.

(3) 若多项式的第一项系数为负数时, 所提公因式应带负号, 括号内各项都要变号.

(4) 注意关系式: $y - x = -(x - y)$, $(a - b)^2 = (b - a)^2$, $(a - b)^3 = -(b - a)^3$.

【例题解析】

【例 1】下列各式中, 从等号左边到等号右边的变形属于因式分解的是().

A. $(7x + 2y)(3x - 4y) = 21x^2 - 22xy - 8y^2$

B. $12x^2y^2 - 15xyz = 3xyz(4xy - 5)$

C. $x(2a + b) + 3y(b + 2a) = (2a + b)(x + 3y)$

D. $3(x - 1)^2(y + 2x) = 6x(x - 1)^2 + 3y(x - 1)^2$

【解析】 看一个等式是不是正确的因式分解, 一要看它是不是把一个多项式化成了几个整式的积的形式, 这里 A、D 是把积的形式化成多项式的形式, 属整式乘法, 而不是因式分解; 二要看左边化到右边是否正确, 本题 B 中的公因式不是 $3xyz$, 而是 $3xy$. C 是正确提取公因式 $2a + b$ 的结果.

【答案】 选 C.

【例 2】 分解因式 $-\frac{1}{3}x^3 + \frac{2}{3}x^2y - \frac{1}{3}x^2y^2 + x^3y$.

【解析】 当多项式中各项的系数不都是整数时, 提公因式后最好是使提出公因式后的每一个因式的系数都是整数. 并且一般把第一项的“-”号提出来.

【答案】 $-\frac{1}{3}x^3 + \frac{2}{3}x^2y - \frac{1}{3}x^2y^2 + x^3y$

$$= -\frac{1}{3}x^2(x - 2y + y^2 - 3xy).$$

【例 3】 分解因式 $a(a - b)^2 + 2a^2(b - a)^2 - 2ab(b - a)^2$.

【解析】 先把 $(b - a)^2$ 化为 $(a - b)^2$, 再提公因式.

【常见错误】

没有弄清整式乘法与因式分解的关系.

弄错了公因式.

【常见错误】

把“-”号提出后, 括号内各项忘记变号, 或者只把第一项变了号, 后面的项忘记了变号.

$$\begin{aligned}
 \text{【答案】} \quad & a(a-b)^3 + 2a^2(b-a)^2 - 2ab(b-a)^2 \\
 &= a(a-b)^2(a-b+2a-2b) \\
 &= a(a-b)^2(3a-3b) \\
 &= 3a(a-b)^3.
 \end{aligned}$$

【智能升级】

【例4】 对任何正整数 n , $3^{n+2} - 2^{n+2} + 3^n - 2^n$ 一定是10的倍数吗?

【解析】 先取几个具体 n 值试一试,如:

$n=1$ 时, $3^{n+2} - 2^{n+2} + 3^n - 2^n = 20$, 是10的倍数.

$n=2$ 时, $3^{n+2} - 2^{n+2} + 3^n - 2^n = 70$, 是10的倍数.

$n=3$ 时,...

通过具体尝试得出猜想,再分析式子的特点.

$$\begin{aligned}
 \text{【答案】} \quad & 3^{n+2} - 2^{n+2} + 3^n - 2^n \\
 &= 3^n(3^2 + 1) - 2^n(2^2 + 1) \\
 &= 10 \times 3^n - 10 \times 2^n.
 \end{aligned}$$

因为对任意正整数, 10×3^n 和 10×2^n 都是10的倍数,所以 $3^{n+2} - 2^{n+2} + 3^n - 2^n$ 一定是10的倍数.

三、课堂能力测试

(一) 选择题

1. 下列从左边到右边的变形,属因式分解的是().

A. $3x(7y-8) = 21xy - 24x$

B. $25(a-b)^2 - 5(a-b) + 1 = 5(a-b)(5a-5b+1)$

C. $(a-b)^2 - xy(b-a)^2 = (a-b)^2(1-xy)$

D. $a^2b + ab^2c = abc\left(\frac{a}{c} + b\right)$

【思维延伸】

$mx + mb = m(a+b)$ 中 m 可以是单项式,也可能是多项式.如 $x(a+b-c)^3 - 2y(a+b-c)^2$ 中把 $a+b-c$ 看作整体处理或令 $m = a+b-c$,进行变量代换都可以.

【弄清题意】

题意是问:对每一个正整数 n , 是否式子的结果都为10的倍数.

可先特殊再一般.

【思维点拨】

第1题按因式分解定义判定.

2. 下列变形正确的是().
- A. $-(7x-3)=-7x-3$
 B. $(x+y)^3=-(x-y)^3$
 C. $-(-y-z)=y-z$
 D. $-x^2+y^2=-(x^2-y^2)$
3. 把 $2b(a-b)^2-(b-a)^3$ 分解因式是 ().
- A. $(a-b)(2b-1)$ B. $(a-b)^2(a+b)$
 C. $(a-b)^2(2b-1)$ D. $(a-b)^3$
4. 分解因式 $p^2xy+py^2-p^3xy^2$ 时,应提公因式 ().
- A. pxy B. p^2xy C. py D. p^2xy^2

(二) 把下列各式分解因式

5. $24a^2m^2-12a^4n-18a^5m$.
6. $m(x-y)+n(y-x)-p(x-y)$.
7. $6(x-1)^3y-3(1-x)^2y^2$.
8. $45x(a^2+b^2)+15y(a^2+b^2)-5z(a^2+b^2)$.

(三) 解答题

9. 计算: $31\frac{3}{4} \times 1\frac{4}{7} + 10\frac{1}{2} \times 13\frac{6}{7} - 21\frac{1}{4} \times 1\frac{4}{7} - 10.5 \times 2\frac{6}{7}$.

第2题运用去括号或添括号法则.

第7题注意 $(1-x)^2 = (x-1)^2$.

第9题不要逐项直接算,要找窍门.

$$10. 123 \times \frac{987}{1368} + 264 \times \frac{987}{1368} + 456 \times \frac{987}{1368} + 525 \times \frac{987}{1368}$$

第10题先提出公因式.

四、创新思维火花

11. 编一个五次四项式, 可以用提公因式法分解因式, 所提的公因式为 $7xz^2$.

第11题有无数个答案.



中考链接

中考题一般有单独的因式分解题, 多为选择题或填空题, 如分解因式 $-x^2y + 6xy - 9y =$ _____, $x^2 - 2xy + y^2 - 9 =$ _____. 其方法不单纯是提公因式法.

8.2 运用公式法

一、教学目标导向

【重点难点】

本节的重点是平方差公式、完全平方公式的理解和运用. 难点是灵活运用公式进行因式分解.

【能力要求】

在运用公式分解因式的过程中, 提高观察能力和运算能力.

二、课堂分层导学

【学法指导】

在复习整式乘法中的“乘法公式”之后,理解和记住因式分解的平方差公式和完全平方公式,要弄清每个公式的结构特点和应用条件,并利用语言叙述加深对公式的理解.注意公式中的字母可以表示一个数,也可以表示一个单项式或多项式.在运用公式分解因式时,应先判断要分解的多项式是否符合公式的特点.

【精讲释疑】

(1) 用平方差公式分解因式,先要看能否将两项化为“两个数的平方差”形式,这常需变化所给式子,如 $25(a-b)^2 - 16(a+b)^2 = [5(a-b)]^2 - [4(a+b)]^2$, 于是这个式子可用平方差公式分解因式.

(2) 为了快速应用公式,最好熟记 10~20 的各个自然数的平方: $11^2 = 121$, $12^2 = 144$, $13^2 = 169$, $14^2 = 196$, $15^2 = 225$, $16^2 = 256$, $17^2 = 289$, $18^2 = 324$, $19^2 = 361$.

(3) 在完全平方公式中,左边 $a^2 \pm 2ab + b^2$ 三项中有两项是二数的平方,即 a^2 、 b^2 ,另一项是加上或减去这两个数积的 2 倍.形如 $a^2 \pm ab + b^2$, $a^2 \pm 4ab + b^2$ 不是完全平方式.

(4) 运用公式法分解因式,先将原多项式中各项的公因式提出,使各项不含公因式.

【例题解析】

【例 1】下列因式分解正确的是().

A. $4x^2 - 9y^2 = (4x - 9y)(4x - 9y)$

B. $x^2 - 2xy + 4y^2 = (x - 2y)^2$

C. $x^2 - 2x - 1 = (x - 1)^2$

D. $-a^2 + 4b^2 = (2b + a)(2b - a)$

【解析】 $4x^2 - 9y^2 = (2x)^2 - (3y)^2 = (2x + 3y)(2x - 3y)$, $x^2 - 2xy + 4y^2$ 与 $x^2 - 2x - 1$ 都不是完全平方式,不能用完全平方公式分解因式.

【答案】选 D.

【例 2】已知 $x^2 - 2(m-3)x + 16$ 是完全平方,求 m 的值.

【常见错误】

没有把握公式特点,错误套用公式.

这里 $(m-3)$ 看作常数.

【解析】形如 $a^2 + 2ab + b^2$ 及 $a^2 - 2ab + b^2$ 的式子叫完全平方式. 由已知, 一次项应为 $2 \times x \times 4$, 或 $-2 \times x \times 4$, 即 $8x$ 或 $-8x$, 由此可求出 m 的值.

【答案】 因为 $x^2 - 2(m-3)x + 16$ 是完全平方式, 所以

$$-2(m-3) = 8, \text{ 或者 } -8.$$

解得 $m = -1$, 或者 $m = 7$.

【例 3】 分解因式: $a^2(x-y)^2 + 2a(x-y)^3 + (x-y)^4$.

【解析】 有公因式可提取时, 应先提公因式.

$$\begin{aligned} \text{【答案】} \quad & a^2(x-y)^2 + 2a(x-y)^3 + (x-y)^4 \\ &= (x-y)^2[a^2 + 2a(x-y) + (x-y)^2] \\ &= (x-y)^2(a+x-y)^2. \end{aligned}$$

【智能升级】

【例 4】 甲正方形的周长比乙正方形的周长多 96 cm, 它们的面积相差 960 cm^2 , 求这两个正方形的边长.

【解析】 应先设未知数, 列出关系式, 再求出结果.

【答案】 设甲、乙两个正方形的边长分别为 x cm, y cm, 根据题意, 得

$$4x - 4y = 96, \quad ①$$

$$x^2 - y^2 = 960. \quad ②$$

由 ① 得 $x - y = 24$, ③

由 ② 得 $(x - y)(x + y) = 960$, ④

将 ③ 代入 ④ 得 $24(x + y) = 960$.

于是 $x + y = 40$, ⑤

由 ③ + ⑤ 得 $x = 32$.

故 $y = 8$.

【答案】 甲正方形边长为 32 cm, 乙正方形边长为 8 cm.

三、课堂能力测试

(一) 选择题

1. 下列各式中, 能用平方差公式分解因式的是().

不要误以为一次项只能为 $8x$, 漏掉了 $-2(m-3) = -8x$.

【信息加工】

引进未知数, 列出关系式.

通过变化已知关系式得出未知数的值.

【反思结果】

看结果与实际是否相符. 检验解是否正确.

A. $-a^2 - b^2$

B. $a^2 + b^2$

C. $-m^2 + b^2$

D. $-ma^2 + m^2b$

2. 下列多项式中,能用完全平方公式分解因式的是().

A. $x^2 - 8x + 9$

B. $-m^2 + 6m - 9$

C. $a^2 - 6a - 9$

D. $-x^2 - 4x + 9$

3. 下列因式分解正确的是().

A. $16x^2 - 9y^2 = (4x + 3y)(16x - 9y)$

B. $y^2 - 2xy + 4x^2 = (y - 2x)^2$

C. $(x+1)^2 - 2(x+1) + 2 = (x+2)^2$

D. $1 - 10x + 25x^2 = (5x - 1)^2$

(二) 填空题

4. 在括号内填上适当的数或式子,使等式成立.

(1) $\frac{9}{25}p^2 = (\quad)^2$;

(2) $6.25a^4 = (\quad)^2$;

(3) $\frac{1}{4} - (\quad) + a^2y^2 = (\quad)^2$;

(4) $x^4 - (\quad) + y^4 = (\quad)^2$;

(5) $(\quad) + 2mx + 1 = (\quad)^2$.

(三) 把下列各式分解因式

5. $(y-z)^2 - 9x^4$.

6. $4(x+y)^2 - 1$.

7. $m^2 + 25n^2 - 10mn$.

【思维点拨】

第1、2题注意公式特点.

第(3)、(4)、(5)

的结果是唯一的吗?

8. $x^3 - x^2 + \frac{1}{4}x$.

9. $ac^2(2b+3c)^2 - ab^2(3b+2c)^2$.

10. $\frac{1}{4}(x+y)^2 + 2(x+y) + 4$.

四、创新思维火花

11. 已知 $a+b = \frac{2}{3}$, $ab = -2$.

(1) 求出 $(a-b)^2$ 的值;

(2) 求 $a^3b - 2a^2b^2 + ab^3$ 的值.

第 8 题可提出

$$\frac{1}{4}$$

第 9 题要分解到底.

第 11 题将要求值的式子用 $a+b$ 与 ab 表示出来.



中考链接

本节的三个公式中考试题中常常涉及到,如曾有的省出过分解因式 $x^3 - 4x^2 + 4x$ 、 $-x^2y + 6xy - 9y^2$ 等类型的题目,主要考查灵活运用公式分解因式的能力.

8.3 分组分解法

一、教学目标导向

【重点难点】

本节的重点有：对多项式合理分组，使其具有公因式或能够运用公式法分解；能快速对形如 $x^2 + (p+q)x + pq$ 型的式子分解因式；掌握因式分解的一般步骤。

难点是对多项式进行正确的分组，分组没有固定的方法，要依据多项式的特点预见分组后的结果。对二次三项式 $x^2 + mx + n$ 的系数进行处理使其变为 $x^2 + (p+q)x + pq$ 的形式也是本节的难点。

【能力要求】

在分解因式的活动中，提高观察、分析能力和逆向思维能力。通过一题多解，发展尝试猜测和灵活运用知识解决问题的能力。

二、课堂分层导学

【学法指导】

(1) 分组分解法中的分组是为提取公因式或应用公式分解创造条件，以达到将多项式分解因式的目的，因而既要会观察分组，更要熟悉已学过的两种方法。

(2) 对形如 $x^2 + mx + n$ 式子因式分解，要勇于尝试，不害怕失败。在尝试过程中提高分解速度。

(3) 要记住分解因式的一般步骤，但更要学会灵活运用所学方法。

【精讲释疑】

(1) 在分组之前有时要利用加法交换律将多项式各项的顺序作适当调整。如把 $m^2 + 6n - nm - 6m$ 变为 $m^2 - 6m + (6n - nm)$ ，或者变为 $m^2 - nm + 6n - 6m$ ，此时，特别注意符号。

(2) 分组分解法常有多种分组方法。如 $x^3 + x^2y - xy^2 - y^3$ 有多种分组方法，但最后的结果是一样的。对四项式进行分解一般有“两个两个分组”或“三个加一个分组”两种可能，根据情况确定分组方法。

(3) 把 $x^2 + mx + n$ 型的式子化为 $x^2 + (p+q)x + pq$ ，必须同时满足 $n = pq$ ， $m = p+q$ 。这里先要根据 m 、 n 的符号确定 p 、 q 是同号还是异号，再定哪个数绝对值较大。