高考数学能力新突破

——冲刺篇

张学文 编著

（第二版）

- 新的理念
- 新的思路
- 新的题型
- 新的信息

東華大學出版社

高考数学能力新突破

（冲刺篇）

（第二版）

张学文　编著

编委　黄达兴　蒲红军　牛阿凤
魏　薇　王志和　章　薇
广德宏　马向民　王赤敏
王晓峰　邢俊民

東華大學出版社

图书在版编目(CIP)数据

高考数学能力新突破/张学文编著.—2版.—上海：东华大学出版社，2006.2

ISBN 7-81038-954-8

Ⅰ.高… Ⅱ.张… Ⅲ.数学课—高中—升学参考资料 Ⅳ.G634.603

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2005)第 056612 号

责任编辑 竺海娟

封面设计 李 剑

高考数学能力新突破(冲刺篇)

(第二版)

张学文 编著

东华大学出版社出版

上海市延安西路 1882 号

邮政编码:200051 电话:(021)62193056

新华书店上海发行所发行 常熟大宏印刷有限公司印刷

2006 年 2 月第 2 版 2006 年 2 月第 1 次印刷

开本:787×1092 1/16 印张:11.5 字数:276 千字

印数:0001—3000

ISBN 7-81038-954-8/O·49

定价:106.00 元(共 5 册) 本册 18.00 元

再版前言

同学们，如果你想摆脱“数学难”的困惑，如果你想在高考中取得理想的数学成绩，潜心阅读此书是你正确的选择。

作者凭藉多年教学、教研经验，对高考数学试题的认真分析及对“一期”、“二期”课改精神的深入理解，想学生之所想，急学生之所急，做学生之所需，从实际出发，博采众长，自成特色，撰稿成书，以期使读者摆脱“数学难”的困惑，进而从必然王国达到自由王国的境界。

本丛书体例为：一、知识点精要；二、方法指导；三、命题方向分析；四、典型题解析；五、能力训练。

本丛书以高中现行教材(一、二期)为背景，源于教材高于教材，对高中数学知识点加以梳理，对高考的重点内容、主要题型及热点问题，分别从不同的角度加以剖析，从中析取一定数量的“模型”，以不同的形式展示给读者。

本丛书分基础篇、训练篇、能力篇、综合篇、冲刺篇五个分册，每个分册既相互独立、又相互联系，供高三复习的不同阶段使用。

本丛书经修订后，难易适中，其第一个鲜明特点就是一个“新”字，即新的观点、新的理念、新的信息、新的题型、全新的解法，读后定会有一种赏心悦目的感觉。

本丛书的第二个鲜明特点就是一个“强”字，即具有较强的针对性、实用性、渐进性、科学性，是温课备考的必读之物。

本丛书的第三个鲜明特点就是一个“变”字，一是通过“变式训练”，以“跟进”的策略梳理基础知识，力求内容精要、结构简明；二是在例题的解法上，通过变换思维角度提炼方法、升华观点、凝聚思想，注重对学生数量观和逻辑性、想象力的培养，力图收到做一题得一法，会一类通一片的效果。

本丛书深受广大师生欢迎，是高中尤其是高三学生的复习理想用书；对提高学生的学习兴趣，启迪智慧，开发智力，培养良好的思维品质都是大有裨益的，同时还可以在短时间内提高读者的分析问题、解决问题的能力，进而穿过浩瀚的题海到达理想的彼岸。

至此你一定会问，此书真的会有如此之功效吗？我想，对这个问题的回答只能留给读完此书的读者。

作者：张学文

2006.2.6

明确考点　完善提高

同学们，如果把高考看作是在拍摄一部电视连续剧，那么基础复习、专题复习和综合训练就是在做镜头的采集及前期准备工作，而冲刺阶段的复习就是后期制作。一部电视剧是否精彩，收视率能否创高，后期制作十分重要。高考的成功与否，冲刺阶段的复习工作同样至关重要，要想在高考中取得理想成绩，在做好前期复习工作——基础复习、专题复习和综合训练的同时，我们必须积极探索后期制作——冲刺阶段复习的"新工艺"。

1. 研究高考 明确方向

认真深入研究《考试说明》，明确考试方向、考什么、怎么考。确保复习工作更具科学性、合理性、针对性、实效性。

2. 聚焦考题 明确考点

近几年，高考数学试题稳中有变，变中求新，其特点是：稳是以基础为主体，变是突出能力、体现综合以选拔为导向，能力寓"灵活"之中。鉴于此，冲刺复习阶段的最好素材就是近几年的高考试题，它不仅具有较强的科学性、合理性，同时还具一定的导向性，而本书就是以近几年高考数学试题为线索，结合高中数学现行教材，划分若干个考点，对每一个考点进行了深入浅出的剖析、多方位多角度的拓展与适当变形，配以**仿真训练、适应性训练和仿真模拟训练**，力图达到举一反三触类旁通的效果（从四月中旬至考前配合模拟训练使用此书效果最佳）。

3. 回归基础 明确重点

高考试题并不都是难题，低中档题是其主体部分，在冲刺复习阶段一旦解中档题的能力提高了，备考的工作便又一次落到实处，一定要克服"眼高手低"的毛病，不好高骛远。要以近几年高考试题为主，紧密联系基础知识、基本方法，强化基本训练，做到基础知识和基本训练常抓不懈。基础知识和基本训练的复习不是简单的重复和记忆，重要是深化知识，从本质上发现数学知识之间的内在联系，从而加以分类、整理、综合、构造，形成一个完整的知识结构。

正确处理好综合练习、分类练习、专题练习、自选练习的关系。综合练习（模拟练习）不易过多，过多的加密模拟题，效果不见得好，要针对自己的薄弱环节进行单项练习或小综合练习，集中时间，各个击破，同时老师指定的练习要做，自己还要有选择地做些练习，这样比天天"模"、天天"拟"更有收获，只有这样才能够在短时间内将自己调整到最佳状态。可以说综合练习是诊断，专题练习是治病，自选练习是保健。

4. 反思总结 完善提高

题目要做，但未必做得越多越好，尤其是冲刺复习阶段练习较多，一定把握好练习的"度"，每次练习后都必须及时反思总结，反思总结解题过程的来龙去脉；反思总结此题和哪些题有联系；反思总结做错题的原因与思维障碍：是知识掌握不准确，还是解题方法不好，是审题不清还是计算错误，是隐含条件没有发现还是推理不合理等等。反思过程是再思考再认识的过程，是不断完善知识结构，把感性认识上升到理性认识的过程。因此，及时反思总结，胜过做百道同类题，只有这样才能使自己的能力日臻完善。

随着高考脚步声的渐近，《高考数学能力新突破——冲刺篇》将与你携手，一路同行。伴你轻松跨过紧张、困难的四月和五月，带着高考必备的知识、必要的方法、相应的能力，去迎接六月的挑战，有备而来的你一定会笑傲高考"赛场"，迎接你的一定是——成功！鲜花！美酒！

作者：张学文

2006.2.6

目　　录

·考点1·

集合　命题　条件

集合是每年高考必考的知识点之一，主要考查集合的概念、交、补、并集的运算，也可以与其它知识点相互渗透，旨在考查基础知识、基本技能、基本思想和基本方法、逻辑思维能力、运算能力、以及综合运用的能力.

考点梳理

年份＼知识点		集合　命题　条件			
2001	考　查	交集(k)	条件(k)	命题(k)	子集(j)
	载　体	方程 不等式	直线方程	直线　平面	方程　概率
2002	考　查	集合的元素(k)	条件(k)		
	载　体	复数的模数	反函数		
2003	考　查	交集(k)	条件(k)		
	载　体	不等式	不等式		
2004	考　查	并集(k)	命题(k)		子集(j)
	载　体	对数	直线　平面		无理函数　对数函数
2005	考　查	交集(k)	充要条件(k)		
	载　体	不等式	方程的解		
2006	考　查				
	载　体				

说明：k 表示客观题，j 表示解答题

临考提醒

1. 在解答集合问题时，一定要抓住集合的代表元素，例如$\{x|y=x^2\}$与$\{(x,y)|y=x^2\}$的区别.

2. 进行集合的交、并、补运算时，不要忘了集合本身和空集的特殊情况，不要忘了借助于数轴和文氏图.

3. 要熟练掌握用补集的思想解决有关问题.

4. 命题有哪几种形式？充要条件的概念掌握了吗？如何运用？

高考真题回放

试题1　(2001S)设集合 $A=\{x|2\lg x=\lg(8x-15),x\in\mathbf{R}\}$，$B=\left\{x\left|\cos\frac{x}{2}>0\right.\right\}$，则$A\cap B$ 的

元素的个数为________个.

解 对集合 A:由 $2\lg x=\lg(8x-15)$,解得 $x=3$ 或 5. 由于 $\cos\frac{3}{2}>0,\cos\frac{5}{2}<0$,$\therefore A\cap B$ 的元素中只有一个元素.

【点 评】 本题以集合为载体,考查了对数方程、不等式的解法. 解题关键是先由集合 A 求出 x 的值,再验证是否满足 B.

仿真训练 1. 已知集合 $A=\{x|\sin x=\lg x\}$,集合 $B=\left\{x\left|\frac{\pi}{2}<x<\frac{5\pi}{2}\right.\right\}$,$A\cap B=C$,则集合 C 中元素的个数是________个.

2. 已知全集 $U=\mathbf{R}$,$A=\{x||x-2|\leqslant 1\}$,集合 $B=\{x|\lg(x^2+5)>\lg(6x)\}$,则 $(\complement_U A)\cap B$ =________________.

3. 设集合 $M=\{(x,y)|x^2+y^2=1,x\in\mathbf{R},y\in\mathbf{R}\}$,$N=\{(x,y)|x^2-y=0,x\in\mathbf{R},y\in\mathbf{R}\}$,则集合 $M\cap N$ 中元素的个数为 ( )

A. 1个　　B. 2个　　C. 3个　　D. 4个

试题2 (2003S)设集合 $A=\{x||x|<4\}$,$B=\{x|x^2-4x+3>0\}$,则集合 $\{x|x\in A$ 且 $x\notin A\cap B\}=$________________.

解 $A=(-4,4)$,$B=(-\infty,1)\cup(3,+\infty)$,如图1-1所示,易知 $\{x|x\in A$ 且 $x\notin A\cap B\}=[1,3]$.

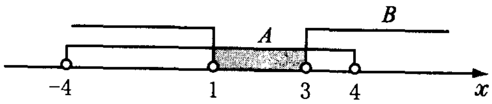

图 1-1

【点 评】 本题以不等式为载体,主要考查了元素与集合之间的关系,解题关键是正确求出不等式的解集,再灵活运用数形结合思想.

仿真训练 1. 设全集是实数集 $\mathbf{R}$,$M=\{x|-2\leqslant x\leqslant 2\}$,$N=\{x|x<1\}$,则 $(\complement_{\mathbf{R}}M)\cap N$ 等于 ( )

A. $\{x|x<-2\}$　　B. $\{x|-2<x<1\}$

C. $\{x|x<1\}$　　D. $\{x|-2\leqslant x<1\}$

2. 已知集合 $A=\{x|a-1\leqslant x\leqslant a+2\}$,$B=\{x|3<x<5\}$,则能使 $A\supseteq B$ 成立的实数 a 的取值范围是 ( )

A. $\{a|3<a\leqslant 4\}$　　B. $\{a|3\leqslant a\leqslant 4\}$　　C. $\{a|3<a<4\}$　　D. $\varnothing$

3. 设集合 $P=\{m|-1<m<0\}$,$Q=\{m|mx^2+4mx-4<0,m\in\mathbf{R}$,对任意实数 x 恒成立$\}$,则下列关系中成立的是 ( )

A. $P\subsetneqq Q$　　B. $Q\subsetneqq P$　　C. $P=Q$　　D. $P\cap Q=\varnothing$

试题3 (2004S)设集合 $A=\{5,\log_2(a+3)\}$,集合 $B=\{a,b\}$,若 $A\cap B=\{2\}$,则 $A\cup B=$________.

解 $\because A\cap B=\{2\}$，$\therefore 2\in A$，$\log_2(a+3)=2$，则 $a=1$，$b=2$，故 $A\cup B=\{1,2,5\}$.

【点 评】 本题主要考查了集合的交集、并集等概念，解题关键是确定 a 的值.

仿真训练 1. 已知集合 $A=\{a,b\}$，$B=\{b,c,d\}$，那么 $A\cup B$ 的非空真子集的个数为 ( )

A. 14　　B. 15　　C. 16　　D. 22

2. 设全集 $U=\{1,3,5,7,9\}$，集合 $A=\{1,|a-5|,9\}$，$\complement_U A=\{5,7\}$，则实数 a 的值是 ( )

A. 2　　B. 8　　C. -2 或 8　　D. 2 或 8

3. 已知集合 $A=\{x|-2\leqslant x\leqslant 5\}$，$B=\{x|p+1\leqslant x\leqslant 2p-1\}$，若 $A\cup B=A$，则实数 p 的取值范围是________.

试题4 (2005S)已知集合 $M=\{x\,||x-1|\leqslant 2,x\in\mathbf{R}\}$，$N=\left\{x\left|\frac{5}{x+1}\geqslant 1,x\in\mathbf{Z}\right.\right\}$，则 $M\cap N$ 等于 ( )

A. $\{x|0<x\leqslant 3,x\in\mathbf{Z}\}$　　B. $\{x|0\leqslant x\leqslant 3,x\in\mathbf{Z}\}$

C. $\{x|-1\leqslant x\leqslant 0,x\in\mathbf{Z}\}$　　D. $\{x|-1\leqslant x<0,x\in\mathbf{Z}\}$

解 $\because M=\{x|-1\leqslant x\leqslant 3,x\in\mathbf{R}\}$，$N=\{x|-1<x\leqslant 4,x\in\mathbf{Z}\}$，$\therefore M\cap N=\{x|0\leqslant x\leqslant 3,x\in\mathbf{Z}\}$，故选 B.

【点 评】 本题以不等式为载体，考查了交集的概念及运算，解题关键是正确求出集合 M、N.

仿真训练 1. 已知集合 $M=\{0,1,2\}$，$N=\{x|x=2a,a\in M\}$，则集合 $M\cap N=$ ( )

A. $\{0\}$　　B. $\{0,1\}$　　C. $\{1,2\}$　　D. $\{0,2\}$

2. 设集合 $A=\{x|x=\sqrt{5k+1},k=0,1,2,3,\cdots\}$，$B=\{x|x\leqslant 6,x\in\mathbf{Q}\}$，则 $A\cap B$ 等于 ( )

A. $\{1,4\}$　　B. $\{1,6\}$　　C. $\{4,6\}$　　D. $\{1,4,6\}$

3. 已知 $\mathbf{R}$ 为全集，$A=\{x|\log_{\frac{1}{2}}(3-x)\geqslant -2\}$，$B=\left\{x\left|\frac{5}{x+2}\geqslant 1\right.\right\}$，则 $(\complement_{\mathbf{R}}A)\cap B=$________.

试题5 (2001S)$a=3$ 是直线 $l_1:ax+2y+3a=0$ 和直线 $l_2:3x+(a-1)y=a-7$ 平行且不重合的 ( )

A. 充分非必要条件　　B. 必要非充分条件

C. 充要条件　　D. 既非充分也非必要条件

解 当 $a=3$ 时，$3a\neq a-7$，$\therefore l_1/\!/l_2$，但不重合，反之亦然，故选 C.

【点 评】 本题以直线方程为载体，考查了充要条件，解题关键是熟练应用两条直线平行的充要条件.

仿真训练 1. $|k|\geqslant 1$，是方程 $|x|=kx+1$ 有惟一解的 ( )

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

2. 函数 $f(x)=\frac{x+b}{x-a}$ 在 $[-1,+\infty)$ 上是增函数的一个充分不必要条件是 （　　）

A. $a<1$ 且 $b>3$　　B. $a>-1$ 且 $b>1$

C. $a<-2$ 且 $b<2$　　D. $a>1$ 且 $b>-1$

3. 对于复数 z，条件 M：z 所对应的点的轨迹为椭圆，条件 N：$|z+1|+|z-1|=6$，则 M 是 N 的________条件.

试题6 （2004S）设函数 $f(x)=\sqrt{2-\frac{x+3}{x+1}}$ 的定义域为 A，$g(x)=\lg[(x-a-1)(2a-x)](a<1)$ 的定义域为 B.

(1) 求 A；

(2) 若 $B\subseteq A$，求实数 a 的取值范围.

解(1)由 $2-\frac{x+3}{x+1}\geqslant 0$，得 $\frac{x-1}{x+1}\geqslant 0$，$\therefore x<-1$ 或 $x\geqslant 1$，即 $A=(-\infty-1)\cup[1,+\infty)$.

(2)由 $(x-a-1)(2a-x)>0$，得 $(x-a-1)(x-2a)<0$，

$\because a<1$，$\therefore a+1>2a$，$\therefore B=(2a,a+1)$.

$\because B\subseteq A$，$\therefore 2a\geqslant 1$ 或 $a+1\leqslant -1$，即 $a\geqslant\frac{1}{2}$ 或 $a\leqslant -2$，而 $a<1$，$\therefore \frac{1}{2}\leqslant a<1$ 或 $a\leqslant -2$

故当 $B\subseteq A$ 时，实数 a 的取值范围是 $(-\infty,-2]\cup\left[\frac{1}{2},1\right)$.

【点 评】 本题以函数的定义域为载体，考查了集合与集合之间的关系.其中一个集合是确定的，另一个是动态的，由其流动的位置确定参数 a 的取值范围.

仿真训练 集合 A 是由适合以下性质的函数 $f(x)$ 组成的，对于任意的 $x\geqslant 0$，$f(x)\in[-2,4)$，且 $f(x)$ 在 $[0,+\infty)$ 上是增函数.

(1)试判断 $f_1(x)=\sqrt{x}-2$ 及 $f_2(x)=4-6\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^x(x\geqslant 0)$ 是否在集合 A 中？若不在集合 A 中，请说明理由；

(2)对于(1)中你认为是集合 A 中的函数 $f(x)$，不等式 $f(x)+f(x+2)\geqslant 2f(x+1)-\frac{3}{2}$ 是否对于任意的 $x\geqslant 0$ 总成立？证明你的结论.

复习札记

值得注意的地方________________________.

涉及的知识点________________________.

用到的数学思想和数学方法________________________.

适应性训练

一、选择题

1. 设集合 $M=\{(x,y)\mid x^2+y^2=1, x\in\mathbf{R}, y\in\mathbf{R}\}$，$N=\{(x,y)\mid x^2-y^2=0, x\in\mathbf{R}, y\in\mathbf{R}\}$，则集合 $M\cap N$ 中元素的个数 （　　）

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

2. 已知集合 $U=\mathbf{R}$，集合 $M=\{y\mid y=2^{|x|}\}$，$N=\{x\mid y=\lg(3-x)\}$，则 $(\complement_U M)\cap N=$ （　　）

A. $[3,+\infty)$　　B. $(-\infty,1)$　　C. $[1,3)$　　D. $\varnothing$

3. 已知数列 $\{a_n\}$，那么"对任意的 $n\in\mathbf{N}^+$，点 $P_n(n,a_n)$ 都在直线 $y=2x+1$ 上"是"$\{a_n\}$ 为等差数列"的 （　　）

A. 必要而不充分条件　　B. 充分而不必要条件

C. 充要条件　　D. 既不充分而也不必要条件

4. 命题 p：若 a、$b\in\mathbf{R}$，则 $|a|+|b|>1$，是 $|a+b|>1$ 的充分而不必要条件.

命题 q：函数 $y=\sqrt{|x-1|-2}$ 的定义域是 $(-\infty,-1]\cup[3,+\infty)$. 则 （　　）

A. "p 或 q"为假　　B. "p 且 q"为真　　C. p 真 q 假　　D. p 假 q 真

5. 在正实数集上定义一个运算"$*$"，其规则为：当 $a\geqslant b$ 时，$a*b=b^3$，当 $a<b$ 时，$a*b=b^2$，根据这个规则，方程 $3*x=27$ 的解集是 （　　）

A. $\{3\}$　　B. $\{2\sqrt{3}\}$　　C. $\{3,3\sqrt{3}\}$　　D. $\{3,\pm3\sqrt{3}\}$

二、填空题

1. 已知集合 $P=\{(x,y)\mid y=m\}$，$Q=\{(x,y)\mid y=a^x+1, a>0, a\neq1\}$，如果 $P\cap Q$ 中有且只有一个元素，那么实数 m 的取值范围是________.

2. 含有三个实数的集合既可表示为 $\left\{a,\dfrac{b}{a},1\right\}$，也可表示为 $\{a^2,a+b,0\}$，则 $a^{2005}+b^{2006}$ $=$________.

3. 定义集合 $A-B=\{x\mid x\in A, 且\ x\notin B\}$，则 $A-(A-B)=$________（用 A、B 及交、补、并表示）

4. 点集 C_1、C_2、C_3、C_4 分别表示函数 $f_1(x)=3^x$，$f_2(x)=3^{|x|}$，$f_3(x)=3^{-x}$，$f_4(x)=3^{-|x|}$ 的图像，给出以下四个命题：

①$C_1\subseteq C_2$；　②$C_4\subseteq C_3$；　③$C_1\cup C_3=C_4\cup C_2$；　④$C_1\cap C_3=C_2\cap C_4$

其中正确的是________.

5. 设集合 $M=\left\{x\middle| m\leqslant x\leqslant m+\frac{3}{4}\right\}$，$N=\left\{x\middle| n-\frac{1}{3}\leqslant x\leqslant n\right\}$，且 M、N 都是集合 $\{x|0\leqslant x\leqslant 1\}$ 的子集，如果把 $b-a$ 叫做集合 $\{x|a\leqslant x\leqslant b\}$ 的"长度"，那么集合 $M\cap N$ 的"长度"的最小值是________.

三、解答题

1. 已知集合 $A=\{x|x^2-3x+2=0\}$，$B=\{x|ax-2=0\}$，若 $A\cup B=A$，求实数 a 的值.

2. 记函数 $f(x)=\lg(2x-3)$ 的定义域为集合 M，函数 $g(x)=\sqrt{1-\frac{2}{x-1}}$ 的定义域为集合 N，求

(1)集合 M、N；

(2)求集合 $M\cap N$，$M\cup N$.

3. 已知函数 $f(x)=x^2+px+q$，集合 $A=\{x|f(x)=x\}$，$B=\{x|f(x-1)=x+1\}$，当 $A=\{2\}$时，

(1)求函数 $f(x)$的解析式；

(2)求集合 B.

4. 集合 M 是由满足下列性质的函数 $f(x)$ 组成的：

①$f(x)$是周期为 π；②$f(x)$的最小值为 0.

(1)试判断函数 $H(x)=\cos x+|\cos x|$、$g(x)=|\sin x|\cdot\sqrt{1+\tan^2 x}$与集合 M 的关系；

(2)画出(1)中属于 M 的函数在三个周期内的图像，并指出其奇偶性与单调递增区间.

5. 已知实数集 A 满足：若 $x\in A$，且 $x\neq\pm1,0$，则$\frac{1+x}{1-x}\in A$.

(1)求证：当 $2\in A$ 时，A 中还有 3 个元素；

(2)设$\pm1,0\notin A$，问非空集合 A 中至少还有几个元素.

·考点2·

方程 不等式

不等式是高考重点考查的内容之一，主要考查综合运用知识分析问题和解决问题的能力，在客观题中主要考查不等式的性质、不等式及方程的解法等；在解答题中的主要题型为：解不等式、讨论含参数的不等式或方程的解等，常把不等式与函数、方程、数列、三角、复数、解析几何、应用题等知识综合起来考查◎.

考点梳理

知识点 / 年份		方程 不等式			
2001	考 查	不等式的解(k)			应用题(j)
	载 体	三角不等式			分式函数
2002	考 查		方程的解	应用题	不等式的解(j)
	载 体		指对数方程(k)	不等式的解(j)	指数 对数 数列
2003	考 查	充分 必要条件(k)	方程的根(k)		基本不等式(j)
	载 体	不等式的解集	奇函数		应用题
2004	考 查	不等式的解(k)		参数取值范围(j)	方程的解(j)
	载 体	奇函数		复数的模 不等式	反比例函数
2005	考 查	解方程(k)		方程的解(j)	
	载 体	指数方程		复数	
2006	考 查				
	载 体				

临考提醒

1. 求不等式(方程)的解集或求定义域时，按要求写成集合形式；

2. 不等式$|ax+b|>c$，$|ax+b|<c(c>0)$的解法掌握了吗？

3. 三个二次(二次函数，一元二次方程，一元二次不等式)的关系掌握了吗？如何应用，应注意些什么？

4. 重要不等式是指哪几个不等式？由它们推出的不等式链是怎样的？

5. 不等式证明的基本方法有哪些？你都掌握了吗？

6. 利用重要不等式求函数的最值时，是否注意到：一正、二定、三相等.

◎请参阅《高考数学能力新突破》能力篇第八、九讲

7. 不等式解集的规范格式是怎样的？

8. 如何解分式不等式$\frac{f(x)}{g(x)} \geqslant a(a \neq 0)$？应注意什么问题？

9. 如何解无理不等式，$\sqrt{f(x)} < g(x)$？应注意什么问题.

10. 解含参数的不等式是否需对参数进行讨论？怎样讨论？若进行过分类讨论，注意解完之后要进行解答的综合，也要写上："综上所述，原不等式的解集是……"

11. 在讨论诸如$(a-1)x^2+2(a-1)x-3<0$对一切实数x恒成立，求a的范围的问题时，你考虑过二次项系数为零的情形吗？

12. 如何解对数不等式？在将对数不等式转化为有理不等式时应注意哪些问题？

13. 不等式$|a|-|b| \leqslant |a \pm b| \leqslant |a|+|b|$的几何意义是什么？你会用它来证一些简单问题吗？

14. 对于不等式恒成立问题，你能举出哪几种常用的处理方式？

高考真题回放

试题1 (2002S)方程$\log_3(1-2 \cdot 3^x)=2x+1$的解为________.

解 由题意得$3^{2x+1}=1-2 \cdot 3^x$，即$3 \cdot 3^{2x}+2 \cdot 3^x-1=0$，$(3 \cdot 3^x-1)(3^x+1)=0$，$\therefore 3^x=\frac{1}{3}$，经检验$x=-1$为原方程的解.

【点 评】 本题考查了对数方程、指数方程的解法，解题关键是先由对数式转化为指数式.

仿真训练 1. (2005S)方程$4^x+2^x-2=0$的解为________.

2. 若$2^{2x}+4=5 \cdot 2^x$，则$x^2+1=$ （　　）

A. 1　　B. 5　　C. 5 或 1　　D. 3

3. 方程$\lg(4^x+2)=\lg 2^x+\lg 3$的解是________.

试题2 (2003S)a_1、b_1、c_1、a_2、b_2、c_2均为非零实数，不等式$a_1x^2+b_1x+c_1>0$和$a_2x^2+b_2x+c_2>0$的解集分别为集合M和N，那么"P：$\frac{a_1}{a_2}=\frac{b_1}{b_2}=\frac{c_1}{c_2}$"是"$Q$：$M=N$"的 （　　）

A. 充分非必要条件　　B. 必要非充分条件

C. 充要条件　　D. 既非充分又非必要条件

解 取$a_1=a_2=b_1=b_2=c_1=1$，$c_2=2$，则Q不能推出P，取$a_1=b_1=c_1=1$，$a_2=b_2=c_2=-1$，则P不能推出Q，故选 D.

【点 评】 本题以不等式为载体，考查了充要条件. 解题关键是构造反例. 一般地，要肯定一个命题需要严谨的推理、证明，而否定一个命题，只需举一反例即可.

仿真训练 1. 若a、b、c是常数，则"$a>0$，且$b^2-4ac<0$"是"对任意$x \in \mathbf{R}$，有$ax^2+bx+c>0$"的 （　　）

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

2. 已知直线 $l_1: A_1x+B_1y+C_1=0$，$l_2: A_2x+B_2y+C_2=0$，则 $l_1 \perp l_2$ 的充分不必要条件是 (　　)

A. $\dfrac{A_1A_2}{B_1B_2}=-1$　　B. $\dfrac{A_1}{A_2}=\dfrac{B_1}{B_2}$

C. $A_1A_2-B_1B_2=0$　　D. $A_1A_2+B_1B_2=0$

3. “$b^2-4ac \geqslant 0$”是一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ 有实根的____________条件.

试题3 (2004S)设奇函数 $f(x)$ 的定义域为 $[-5,5]$，若当 $x\in[0,5]$ 时，$f(x)$ 的图像如图 2—1 所示，则不等式 $f(x)<0$ 的解是________.

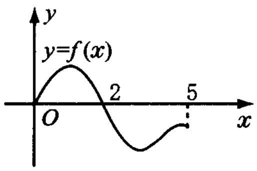

图 2-1

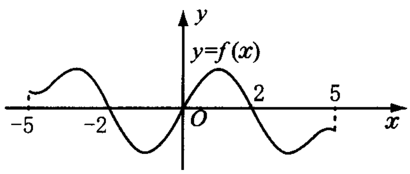

图 2-2

解　如图 2—2 所示，已知不等式 $f(x)<0$ 的解集为 $(-2,0)\cup(2,5]$.

【点 评】 本题以函数图像为载体，考查了不等式的解集. 解题关键是灵活运用函数的奇偶性和数形结合思想.

仿真训练　**1.** 关于 x 的方程 $|x-6|=\log_a x$ $(a>0$ 且 $a\neq 1)$ 的解的个数是________________.

2. 已知函数 $f(x)$ 为偶函数，$g(x)$ 为奇函数，它们的定义域都是 $[-\pi,\pi]$ 当 $x\in[0,\pi]$ 时，它们的图像如图 2—3 所示，则不等式 $\dfrac{f(x)}{g(x)}<0$ 的解集为________________.

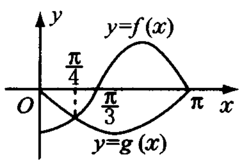

图 2-3

3. 已知函数 $y=f(x)$ $x\in\mathbf{R}$ 满足：$f(x+1)=f(x-1)$，且当 $x\in(-1,1]$，$f(x)=x^2$，则 $f(x)=\log_5 x$ 的解的个数为 (　　)

A. 2　　B. 3　　C. 4　　D. 无数多个

试题4 (2005S)设定义域为 $\mathbf{R}$ 的函数 $f(x)=\begin{cases}|\lg|x-1|| & x\neq 1,\\ 0 & x=1.\end{cases}$ 则关于 x 的方程 $f^2(x)+bf(x)+c=0$ 有 7 个不同的实数解的充要条件是 (　　)

A. $b<0$ 且 $c>0$　　B. $b<0$ 且 $c>0$

C. $b<0$ 且 $c=0$　　D. $b\geqslant 0$ 且 $c=0$

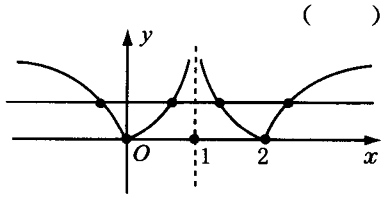

图 2-4

解　当 $c=0$ 时，有 $f^2(x)+bf(x)=0$，则 $f(x)[f(x)+b]=0$，$\therefore f(x)=0$ 或 $f(x)+b=0$.

若 $f(x)=0$,则 $x=0$ 或 1 或 2;

若 $f(x)+b=0$ 有四个解 $\Leftrightarrow f(x)>0$ 且 $b<0$,如图 2—4 所示.故选 C.

【点 评】 本题以方程的解为载体,主要考查了充要条件等知识点,解题关键是灵活运用分类讨论与数形结合等思想方法.

仿真训练 1. 设 $abc\neq 0$,“$ac>0$”是曲线 $ax^2+by^2=c$ 为椭圆”的 ( )

A. 充分非必要条件　　B. 必要非充分条件

C. 充要条件　　D. 既非充分又非必要条件

2. 设函数 $f(x)=\begin{cases} x^2+bx+c & (x\leqslant 0), \\ 2 & (x>0). \end{cases}$ 若 $f(-4)=f(0)$,$f(-2)=-2$,则关于 x 的方程 $f(x)=x$ 的解的个数为 ( )

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

3. 已知函数 $y=f(x)(x\in\mathbf{R})$ 的周期为 4,且 $x\in(-2,2]$ 时,$f(x)=|x|$,则方程 $f(x)=\left|\log_{\sqrt{7}}\frac{|x|}{2}\right|$ 解的个数 ( )

A. 10　　B. 12　　C. 14　　D. 16

试题5 某商场在促销期间规定:商场内所有商品按标价的 80%出售;同时,当顾客在该商场内消费满一定金额后按如下方案获得相应金额的奖券

消费金额(元)	[200,400)	[400,500)	[500,700)	[700,900)	……
获奖券金额(元)	30	60	100	130	……

根据上述促销方法,顾客在该商场购物可以获双重优惠,例如购买标价为 400 元的商品,则消费金额为 320 元,获得的优惠金额为:$400\times 0.2+30=110$(元).设购买商品得到的

$$优惠率=\frac{购买商品获得的优惠额}{商品的标价}.$$ 试问:

(1)购买一件标价为 1000 元的商品,顾客得到的优惠率是多少?

(2)对于标价在[500,800]元内的商品,顾客购买标价为多少元的商品,可以得到不少于 $\frac{1}{3}$ 的优惠率?

解 (1)$\frac{1000\times 0.2+130}{1000}=33\%$.

(2)设商品的标价为 x 元,则 $500\leqslant x\leqslant 800$,消费额:$400\leqslant 0.8x\leqslant 640$,

由已知得(Ⅰ)$\begin{cases} \frac{0.2x+60}{x}\geqslant\frac{1}{3}, \\ 400\leqslant 0.8x<500 \end{cases}$ 或(Ⅱ)$\begin{cases} \frac{0.2x+100}{x}\geqslant\frac{1}{3}, \\ 500\leqslant 0.8x\leqslant 640, \end{cases}$

不等式组(Ⅰ)无解,不等式组(Ⅱ)的解为 $625\leqslant x\leqslant 750$.

因此,当顾客购买标价在[625,750]元内的商品时,可得到不小于 $\frac{1}{3}$ 的优惠率.

【点 评】 本题立意既贴近生活,又富有创意,考查了数学建模能力与灵活运用知识的能力,解