第五章

机械振动和机械波

一、内容概要

振动和波动是物体运动中常常出现的运动形式。与前面已经学过的物体的平动和转动相比较，振动和波动是更加复杂的运动形式。振动中物体的速度和加速度都在不断地变化；振动在弹性媒质中传播时，引起弹性媒质中一系列质点先后参与了同一特点的振动，于是在媒质中形成了波动。

本章中我们要学习有关机械振动和机械波的基础知识。对于振动，重点分析简谐振动：从力与运动的关系研究产生简谐振动的条件；从运动学的角度认识简谐振动过程中位移、速度、加速度的变化规律；从功和能的关系认识简谐振动的特点。在此基础上对其它特点的振动（例如受迫振动）作一初步了解。对于波，要着重理解机械波形成的条件及其特点，要掌握描述波的基本物理量波长、波速及频率的关系。能够理解用图像所描述的振动或波的情况，要能够将振动图像（或波动图像）与一个物体的振动过程（或一列波的传播情况）结合起来。振动与波动既有区别，又有联系，在本章学习中，要搞清它们之间的区别与联系，这样才能更好地掌握本章的重点内容。本

章的最后还要对声学知识作一初步介绍。

本章是高中力学内容的最后一章。从运动形式看，机械振动和机械波属于机械运动，因此本章知识的学习，是对机械运动认识的扩展，是新知识的学习。但是从研究方法看，不论是研究振动还是波动，基本方法还是依据力与运动的关系或是功和能的关系去分析运动的特点和规律。从这个角度讲，本章内容是前面所学知识（力和运动的关系，功和能的关系）的应用，是对力学中所研究的基本问题：力和运动的关系及功和能的关系认识的深入，是应用已掌握的知识分析、解决问题能力的提高。因此在本章学习新知识的同时，要注意加深对已有规律的认识，要在分析新的运动形式过程中，提高分析、解决物理问题的能力。

二、概念、方法、习题指导

（一）简谐振动

通过本节学习，要理解机械振动的概念及其产生条件；要从力与运动的关系方面掌握简谐振动的动力学特点，要掌握简谐振动中物体位移、速度及加速度的特点及变化规律。本节学习中需要注意的是：

1. 机械振动及其条件

物体（或物体的一部分）在某一位置附近的往复运动，叫做机械振动。机械振动最大特点是运动具有往复性。

物体能够在较长时间内维持机械振动，应该满足的条件一是物体离开平衡位置时要受到指向平衡位置的回复力的作用，二是振动过程中物体所受的阻力足够小。如果物体在振动中只受回复力的作用而阻力为零，则物体的振动是一种理想

情况下的的振动。本节讨论的就是这种不受摩擦阻力作用的理想情况下的物体振动情况。

振动的物体都有其平衡位置。振动中物体的位移，除特别说明的以外，都是相对于平衡位置而言的。所谓平衡位置，就是振动中物体所受回复力为零的位置。研究物体的振动时要明确振动的平衡位置。

振动中物体所受到的回复力，可能是物体所受外力的合力，也可能是物体所受到的某一个力的分力。研究物体的振动时，必须明确是什么力提供回复力，回复力的特点是什么。由于回复力是变力，因此振动中物体的加速度和速度都在不断变化，振动过程是一个较复杂的运动过程。

2. 简谐振动

振动中物体所受到的回复力与位移大小成正比，方向与位移方向相反，即

$$F_{回} = -Kx$$

则物体的振动为简谐振动。

简谐振动是一种最简单、最基本的振动形式。理论研究表明，任何复杂的振动都可以看成若干个简谐振动的的合振动。因此学习简谐振动的有关知识、掌握其规律和研究方法是十分重要的。学习简谐振动时，应注意从以下几方面加深对它的认识。

(1)抓住回复力 $F_{回} = -Kx$ 的特点，结合力与运动的关系分析物体的振动情况。$F_{回} = -Kx$ 中的比例系数 K，是由振动系统本身因素所确定的。例如对于弹簧振子系统，K 是振动系统中轻弹簧的倔强系数。对于其它振动系统，则是回复力

$F_{回}$ 与位移 x 的比例系数。

〔2〕弹簧振子系统的振动，是典型的简谐振动。通过对弹簧振子系统振动情况分析，对简谐振动中力与运动的规律有具体的认识。所谓弹簧振子系统的振动，是指在一根可以不计质量的轻弹簧作用下，小球(通常也称为振子)在不受阻力条件下的振动，

如图 5－1 所示。其中 O 点为振动的平衡位置，C 和 B 为振子振动过程中在平衡位置两侧偏离 O 点最远的位置。OC 与 OB 的距离相同，它们的数值即是简谐振动的振幅。

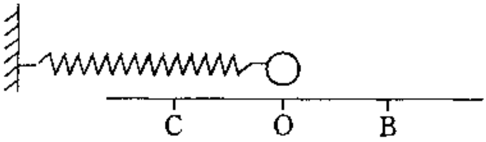

图5—1

〔3〕通过对弹簧振子系统的分析，掌握简谐振动的运动学特点。物体所受回复力 $F=-Kx$，根据牛顿第二定律，作简谐振动物体在运动中的加速度为

$$a=-\frac{K}{m}x$$

由上式可知，物体运动的加速度与位移大小成正比，方向与位移方向相反。当物体的位移等于振幅 A 时，物体的加速度达到最大值，加速度的最大值为

$$a_{max.}=\frac{K}{m}A$$

应用已有的运动学知识，结合简谐振动中位移、速度、加速度的关系可知，当物体振动远离平衡位置的过程中（如图

5－1 中振子由 O 向 B 或由 O 向 C 的过程)，其加速度增大，速度减小，物体作变减速运动；而在向平衡位置运动过程中(例如振子由 C 向 O 或由 B 向 O 的过程)，其加速度减小，速度增大，物体作变加速运动。在平衡位置时，振子的速度达到最大值；而在其位移最大时，振子的加速度达到最大值。

*〔4〕将图 5－1 所示的弹簧振子系统沿竖直方向悬挂起来，在弹性限度内，系统的振动同样是简谐振动。这时振动的平衡位置是弹簧伸长一段后，弹力恰好与小球所受重力相等的位置。可以证明，对于同一弹簧振子系统，竖直悬挂后它的振动规律与放在光滑水平面上振动规律是相同的。

例题 1 弹簧振子在振动过程中，与回复力方向能够相同的物理量有 ( )

A. 位移 B. 速度

C. 加速度 D. 动能

解：根据简谐振动中物体所受回复力的特点 $F=-KX$ 可知，位移 x 总是与回复力 F 方向相反的。而加速度 a 是由回复力 F 产生的，且加速度的方向总是与回复力的方向相同的。在物体向平衡位置运动过程中，加速度与速度方向相同，因此在此过程中速度与回复力方向也是相同的。动能是标量，不具有方向性。

由以上分析可知，本题应选 B 和 C。

***例题 2** 证明：在弹性限度内，弹簧振子沿竖直方向的振动是简谐振动。

解：将弹簧振子竖直悬挂后，平衡时弹簧由原长伸长了 x_0，振子位于 O 点处于静止。设弹簧的倔强系数为 K，振子质量为 m，由平衡条件可知

$$mg=Kx_o$$

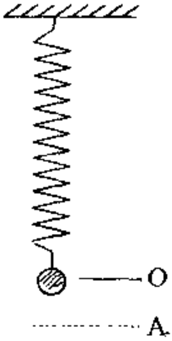

图5—2

将振子由平衡位置O点向下拉一小距离A($A<x_o$,且弹簧仍处子弹性形变),然后由静止释放,振子位于O点以下,距O点距离为$x(x\leqslant A)$时,所受合力的大小为

$$F=K(x+x_o)-mg$$

$\because$ $mg=Kx_o$

$\therefore$ $F=Kx$ 方向向上指向O点

当振子运动到O点上方,距O点距离为x时,振子所受合力大小为

$$F=mg-k(x_o-x)=kx$$

方向向下指向O点

由以上分析可知,不论振子在O点上方或是其下方,考虑方向在内,它所受合力均有

$$F=-Kx$$

因此在弹性限度内,弹簧振子沿竖直方向的振动也是简谐振动。

[illegible]

1.简谐振动的特点是 ( )

A.回复力与位移大小成正比,且方向总是相反的

B.振幅随时间作周期性变化

C. 速度与位移大小成正比,且方向总是相反的

D. 加速度和速度都随时间作周期性变化

2. 关于简谐振动的位移、速度、加速度关系的说法中正确的是 (　　)

A. 物体位移减小时,加速度必定减小,速度增大

B. 物体位移增大时,其速度可能增大

C. 物体运动加速度增大时,其速度数值必定减小

D. 物体运动速度增大的过程中,其加速度数值有可能增大

3. 作简谐振动的物体每次通过平衡位置时,具有相同的物理量是 (　　)

A. 速度　　B. 动能

C. 加速度　　D. 位移

4. 木块 B 叠放在木块 A 上,A 与轻弹簧相连接后放在光滑水平面上,如图 5－3 所示。将 A 从平衡位置拉开后由静止释放,A 将沿水平面作简谐振动。若振动中 B 始终与 A 保持相对静止,那么有关 B 所受到摩擦力的说法中正确的是 (　　)

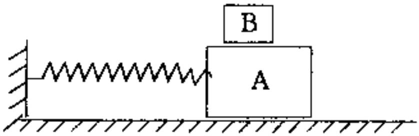

图5—3

A. 在平衡位置时木块 B 所受摩擦力最大

B. 在最大位移处木块 B 所受摩擦力最大

C. 在任何位置木块 B 所受摩擦力都相同

D. 振动中木块速度越大时，木块 B 所受摩擦力也越大

练习题一(B)组

1. 弹簧振子在光滑水平面上，以平衡位置 O 为中心作简谐振动，在图 5－4 的 A、B、C、D 四个图像中，正确反映出振子所受回复力 F 与位移 x 之间关系的是　　　　(　　)

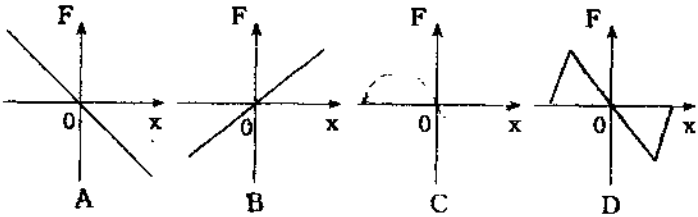

图5—4

(二)振幅、周期和频率

对于机械振动，除去用位移、速度、加速度描述其振动情况，由于机械振动具有往复性等特殊性，还要引入一些新的物理量描述这种运动的特点，这就是振动的振幅、周期和频率。在本节的学习中需要注意理解这些概念的物理意义。

1. 振幅

振动物体离开平衡位置的最大距离，叫振幅，振幅通常用 A 表示。振幅是标量。对于某一振动系统，其振幅是与振动系统的能量相联系的。振幅越大，反映该系统振动的能量越大。作简谐振动的物体，其振幅是恒定的。

振幅与振动物体的位移是不同的。振动物体的位移是由

平衡位置指向某时刻物体所在位置的矢量。振动物体的位移是随时间变化的,振动位移的最大数值等于振幅。

2. 周期和频率

周期和频率是描述物体振动快慢的物理量。物体完成一次全振动所用的时间,叫振动的周期,周期通常用 T 表示。物体在单位时间内完成全振动的次数叫频率,频率通常用 f 表示。周期与频率的关系是

$$f=\frac{1}{T} \quad 或是 \quad T=\frac{1}{f}$$

所谓完成一次"全振动",是指从某一初始时刻起,物体的振动状态(物体的位移、速度、加速度)再次恢复到与初始时刻完全相同的过程。例如物体由 C 向平衡位置 O 点运动过程中,经过 D 点时开始计时,如图 5—5 所示,那么物体由 D 到 B 点,由 B 到 C,再由 C 到 D,物体完成了一次"全振动"。

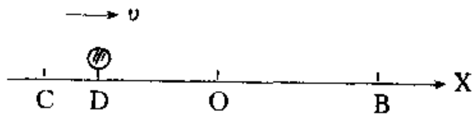

图5—5

***3. 简谐振动的振动方程和周期公式**

实验和理论都可以证明:作匀速圆周运动的质点,在这个圆的任意一条直径上投影的运动都是简谐振动。即以 O 点为平衡位置,在 x 轴上 C、B 之间作简谐振动的物体,其运动可以与以 O 点为圆心,振幅 A 为半径(A 的数值等于 OB 或 OC)的圆周上作匀速圆周运动的 P 点在 x 轴上投影 P'的运动完全同步,如图 5—6 所示。下面我们借助沿圆周作匀速圆

周运动的物体 p 在 x 轴上投影 P'的运动进一步认识简谐振动。研究问题中我们所用的圆周叫做参考圆。

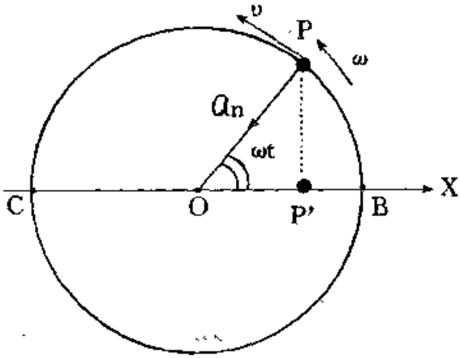

图5—6

为使问题简化，设振动物体在 t＝0 时刻由 B 点开始向平衡位置 O 运动。P 点同时从 B 点沿逆时针方向作匀速圆周运动，P 点的投影 P'沿 x 轴的运动与振动物体运动完全同步，因此以 P'代替振动物体。

〔1〕若 P 点运动的角速度为 ω，经过时间 t，质点 P 沿圆周运动到如图 5－6 所示的位置，它绕圆心 O 转过角度为 ωt，此时 P 点在 x 轴上投影 P'向平衡位置 O 运动，P'与 O 点相距 $OP' = OP \cdot \cos\omega t$，其中 OP＝A，OP'即为该时刻 P'振动的位移，因此有

$$x = A \cdot \cos\omega t$$

上式反映出作简谐振动的物体，从正方向最大位移处开始运动中位移 x 随时间 t 变化的规律，叫做简谐振动的振动方程。

〔2〕由于作简谐振动的P'的运动与P沿x轴的分运动

完全同步，因此P'的运动速度 υ 与 P 点沿 x 轴分速度相同，即P'的速度大小为 $\upsilon = \upsilon_P \cdot \text{Sin}\omega t$，如图 5－7 所示。由于 $\upsilon_P = A \cdot \omega$，同时考虑P'的运动方向，有

$\upsilon = -A\omega \cdot \text{Sin}\omega t$

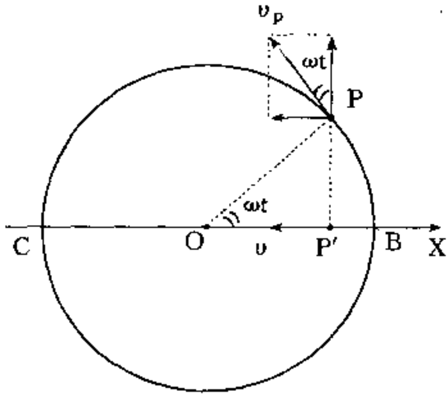

图5—7

上式反映出作简谐振动的 P'点振动速度 υ 随时间变化的规律。

〔3〕P 点作匀速圆周运动时具有向心加速度 a_n，其大小 $a_n = A \cdot \omega^2$。P'作简谐振动时也具有加速度 a，由于 P'与 P 沿 x 轴的运动完全同步，P'运动的加速度大小 $a = a_n \cdot \cos\omega t$，如图 5－8 所示，考虑方向关系，有

$a = -A\omega^2 \cdot \cos\omega t$

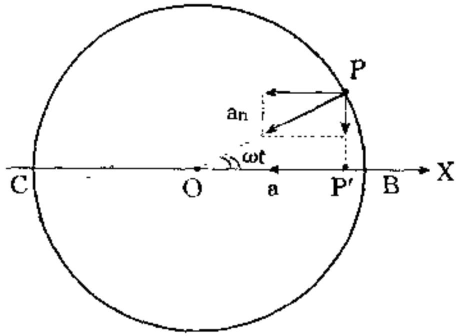

图5—8

上式反映出作简谐振动的P'点振动中加速度随时间变化的规律。

(4)由于 $x=A\cdot\cos\omega t$,上式还可以写成 $a=-\omega^2\cdot x$

根据简谐振动回复力的特点 $F=-kx$,应用牛顿第二定律 $F=ma$,可得到 $a=-\frac{k}{m}x$,对比 a 的两个表达式,有 $\frac{k}{m}=\omega^2$。由于 $\omega=\frac{2\pi}{T}$,由此可以导出

$$T=2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

这就是作简谐振动物体的周期公式。它适用于各种振动系统的简谐振动,其中 k 是简谐振动中物体所受回复力与其位移的比例系数。对于弹簧振子系统,k是弹簧的倔强系数。

由周期公式 $T=2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ 可知,物体作简谐振动的周期仅由振动系统自身因素(例如弹簧振子系统的质量 m 及弹簧倔强系数 k)决定,与其振幅无关。即对于一个确定的简谐振动系统,其周期是一恒量,因此这个周期也叫做系统的固有周期,相应的频率叫做系统的固有频率。

例题 1 某质点作简谐振动时,先后以相同速度经过 P、Q 两点,所用时间为 0.25 秒。经过 Q 点后又经过 0.25 秒,该质点以方向相反,大小相同的速度再次经过 Q 点,求质点作简谐振动的周期多大?

解:以弹簧振子为例,如图5—9所示,弹簧振子以O为平衡位置,在C、B之间作简谐振动。振子在由C向B(或由B向C)的运动过程中,当它经过对于平衡位置O点对称的任意两

点(例如P、Q点)时具有相同的速度。而沿相反方向经过同一位置(例如Q点)时,振子的速度大小相同,方向相反。依题意,振子由P到Q历时0.25秒,由Q到B再回到Q又用了0.25秒,可知振子恰好在0.5秒内完成了二分之一次全振动,因此质点作简谐振动的周期为1秒。

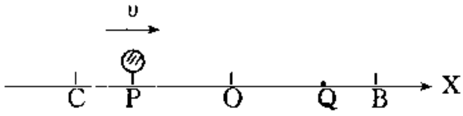

图5—9

*例题2 放在光滑水平面上的弹簧振子系统的周期为0.25π秒,振幅为10厘米,试求:(1)振子在振动中最大速度和最大加速度各多大?(2)如图5—9所示,若振子以O为平衡位置在C、B之间振动,当振子从B开始向O运动时开始计时,至少经过多长时间,振子的速度和加速度分别达到速度和加速度最大值的一半?

解:本题中利用参考圆研究简谐振动的情况。振子振动周期T与在相应的参考圆(以O为圆心,OB为半径所作的圆周)上作匀速圆周运动物体的角速度ω之间关系为$T=\frac{2\pi}{\omega}$,因此有

$$\omega=\frac{2\pi}{T}$$

(1)作简谐振动物体的最大速度v_m和最大加速度a_m分别为

$$v_m=A\cdot\omega=A\cdot\frac{2\pi}{T}=0.1\times\frac{2\pi}{0.25\pi}=0.8(米/秒)$$

$$a_m = A \cdot \omega^2 = A\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 = 0.1 \times \left(\frac{2\pi}{0.25\pi}\right)^2 = 6.4(\text{米/秒}^2)$$

(2)利用参考圆的知识可知，振子运动中某时刻速度 v 及加速度 a 的大小分别为

$$v = v_m \cdot \sin \omega t$$

$$a = a_m \cdot \cos \omega t$$

当 $v = \frac{1}{2}v_m$ 时，有 $\sin\omega t_1 = \frac{v}{v_m} = \frac{1}{2}$

得到 $\omega t_1 = \frac{2\pi}{T}t_1 = \frac{\pi}{6}$

$$\therefore \quad t_1 = \frac{1}{12}T = \frac{0.25\pi}{12} = \frac{\pi}{48} \simeq 0.065(\text{秒})$$

当 $a = \frac{1}{2}a_m$ 时，有 $\cos\omega t_2 = \frac{a}{a_m} = \frac{1}{2}$

$$\omega t_2 = \frac{2\pi}{T}t_2 = \frac{\pi}{3}$$

$$\therefore \quad t_2 = \frac{1}{6}T = \frac{\pi}{24} \simeq 0.131(\text{秒})$$

由以上分析可知：(1)振子的最大速度为 0.8 米/秒，最大加速度为 6.4 米/秒^2；(2)从 B 点开始运动，经过 0.065 秒振子速度变为最大速度值的一半，经过 0.131 秒其加速度变为最大加速度值的一半。

练习题二(A)组

1. 作简谐振动物体的振幅为 5 厘米，频率为 50 赫兹。当物体运动经过平衡位置时开始计时，经过 1 秒钟，物体的位移是________，物体运动的路程是________。

2. 接第 1 题，若 t＝0 时刻物体从平衡位置向正方向运动，那么在经过 0.005 秒物体的位移是________；经过 0.01

秒物体的位移是________；经过 0.035 秒物体的位移是________。

3. 甲、乙两个弹簧振子，甲完成 12 次全振动，在相同时间内乙恰好完成 8 次全振动，甲、乙振动周期之比 $T_{甲}:T_{乙}=$________，甲、乙振动频率之比 $f_{甲}:f_{乙}=$________。

4. 某个质点作简谐振动，从质点经过某一位置时开始计时，以下说法中正确的是　（　　）

A. 当质点再次经过此位置时，经历的时间为一个周期

B. 当质点的速度再次与零时刻的速度相同时，经历的时间为一个周期

C. 当质点的加速度再次与零时刻的加速度相同时，经历的时间为一个周期

D. 以上说法均不对

练习题二(B)组

1. 一个弹簧振子在光滑水平面上振动周期为 T_1，将它悬挂起来，使振子沿竖直方向振动，其振动周期为 T_2，关于 T_1 与 T_2 的大小关系应是　（　　）

A. $T_1>T_2$　　B. $T_1=T_2$

C. $T_1<T_2$　　D. 条件不足，无法确定

*2. 光滑水平面上放置的弹簧振子，小球质量为 100 克，系统每分钟完成 120 次振动，振幅为 5 厘米。求在振动过程中，(1)小球所受的最大回复力 Fm 多大？(2)小球运动的最大速度 vm 多大？(3)小球运动的最大加速度 a_m 多大？

(三)单摆

通过本节的学习，要知道什么是单摆，知道在摆角较小的

情况下，单摆的振动可以看成是简谐振动。要掌握单摆的周期公式，能够利用单摆测当地的重力加速度g。在本节学习中需要注意的是

1. 单摆

单摆是指在一根不可伸长的轻线下端系一质点，在竖直平面内振动的振动系统。实际选用质量较大的小球，配以较轻的长线即可构成单摆。

2. 单摆的振动特点

将摆球从其平衡位置O点拉开，然后由静止释放。单摆在竖直平面内以O点为平衡位置，在其两侧振动。振动过程中，摆球所受到悬线的拉力T及重力mg，将重力分解为沿圆周切向的分力F_1和沿圆周法向的分力F_2，如图5—10所示，其中$F_1=mg\sin\alpha$，$F_2=mg\cdot\cos\alpha$。振动中小球所受重力的切向分

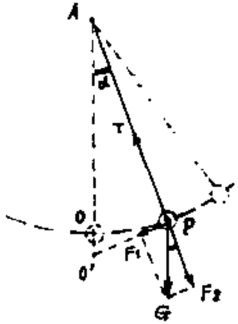

图5—10

力F_1，不论小球在平衡位置O点左侧还是其右侧，总是指向平衡位置O点正下方向某一O'点，F_1就是振动中小球所受回复力。由于$F_1=mg\sin\alpha$，F_1并不满足与位移(即图中OP)成正比的条件。但是若单摆振动中摆角较小，那么图中O'点将很靠近O点，O'P将很接近OP，在此条件下有$\sin\alpha=\frac{O'P}{O'A}\simeq\frac{x}{L}$，

其中x为摆球位移OP，L为摆长。因此有$F_1=mg\sin\alpha\simeq mg\frac{x}{L}$

$=\frac{mg}{L}x$，考虑力F与位移x之间方向关系，在摆角很小时，有

$$F_1=-\frac{mg}{L}x=-k\cdot x$$

其中 $K=\frac{mg}{L}$，因此在单摆的摆角较小条件下，单摆的振动可以看成是简谐振动。

3. 单摆的振动周期

在摆角较小时，单摆的振动可以看成是简谐振动。简谐振动的周期公式是 $T=2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$，对于单摆有 $K=\frac{mg}{L}$，因此单摆的振动周期为

$$T=2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

上式就是单摆的周期公式。由此式可以看出，单摆振动周期与摆长、当地的重力加速度有关，而与其振幅无关，这就是单摆振动的等时性。利用单摆的这种特性可以制成摆钟。

我们在摆角较小条件下证明单摆的振动可以作为简谐振动，并由此推出其周期公式，应该明确的是：摆角的大小仅是影响单摆的实际周期与理论值 $T=2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$ 之间的近似程度。由理论分析可知，当摆角小于 5°时，单摆的实际周期与其理论值相差不过万分之五，从一般的实验精确程度看，这个误差完全可以忽略，此时单摆的振动与简谐振动的规律符合得相当好，完全可以作为简谐振动处理。

4. 利用单摆测重力加速度 g

根据单摆的周期公式 $T=2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$，可以很方便地通过实