



ZHONGXUE SHUXUE JIAOXUELUN

中学数学教学论

◆ 李求来 昌国良 编著

◆ 湖南师范大学出版社

中学数学教学论

◇责任编辑/徐江涛
◇装帧版式/周基东

ZHONGXUE SHUXUE JIAOXUELUN

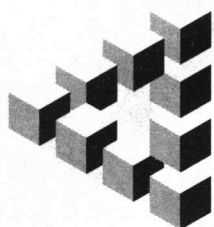
ISBN 7-81081-559-8



9 787810 815598 >

ISBN 7-81081-559-8/G · 292

定价：38.00元



中学数学教学论

ZHONGXUE SHUXUE JIAOXUELUN

◆李求来 昌国良 编著

◆湖南师范大学出版社

图书在版编目 (CIP) 数据

中学数学教学论 / 李求来, 昌国良编著. —长沙: 湖南师范大学出版社, 2006. 1

ISBN 7-81081-559-8

I. 中... II. ①李... ②昌... III. 数学课—教学研究—中学 IV. G633.602

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2005) 第 158182 号

中学数学教学论

◇编 著 李求来 昌国良

◇责任编辑: 徐江涛

◇责任校对: 蒋旭东 胡晓军

◇出版发行: 湖南师范大学出版社

地址/长沙市岳麓山 邮编/410081

电话/0731.8853867 8872751 传真/0731.8872636

网址/www.hunnu.edu.cn/press

◇经销: 湖南省新华书店

◇印刷: 长沙瑞和印务有限公司

◇开本: 670×960 1/16

◇印张: 27.75

◇字数: 426 千字

◇版次: 2006 年 1 月第 1 版 2006 年 1 月第 1 次印刷

◇印数: 1—5000 册

◇书号: ISBN 7-81081-559-8/G·292

◇定价: 38.00 元

内容简介

本书由三大板块构成:第一块是理论基础,包括数学教学所涉及到的课程论、心理学、逻辑学、教育学等相关的基础理论;第二块是分类教学,按数学教学内容的基本类型——概念、命题、演算、思想方法、解题等分章论述;第三块是教师工作,包括数学教学模式、技能、评价、教师职业素质以及教学研究等内容。

本书可作为高等师范院校数学与应用数学专业本科生教材,也可供在职中学数学教师和其他数学教学研究人员参考。

目 录

绪 论	(1)
一、中学数学教学论的研究对象与任务	(1)
二、中学数学教学论的特点和学习方法	(4)
 第一章 中学数学教学的课程论基础	(6)
§ 1.1 中学数学课程目标	(6)
1.1.1 确定中学数学课程目标的依据	(6)
1.1.2 中学数学课程目标分析	(10)
§ 1.2 中学数学课程内容	(14)
1.2.1 影响中学数学课程内容的因素	(15)
1.2.2 选择中学数学课程内容的原则	(18)
1.2.3 现行中学数学课程内容的框架	(21)
1.2.4 中学数学课程体系的编排原则与方式	(26)
§ 1.3 中学数学课程改革简介	(28)
1.3.1 古代的数学课程(19 世纪以前)	(28)
1.3.2 近代的数学课程(19 世纪—20 世纪 50 年代) ...	(30)
1.3.3 现代数学课程(20 世纪 50 年代以后)	(32)
 第二章 中学数学教学的心理学基础	(35)
§ 2.1 数学知识的学习	(35)
2.1.1 数学知识的有意义学习过程	(35)
2.1.2 获得数学概念的心理分析	(39)
2.1.3 掌握数学定理的心理分析	(43)
§ 2.2 数学技能和数学问题解决的学习	(46)
2.2.1 数学技能的形成	(46)
2.2.2 数学解题教学的心理学分析	(51)

§ 2.3 数学能力	(58)
2.3.1 数学能力结构概述	(58)
2.3.2 数学能力分述	(61)
§ 2.4 数学能力的培养	(66)

第三章 中学数学教学的逻辑基础

§ 3.1 数学概念	(79)
3.1.1 数学概念的意义	(79)
3.1.2 数学概念的定义	(82)
3.1.3 概念的分类	(84)
§ 3.2 数学命题	(85)
3.2.1 判断与命题	(85)
3.2.2 命题运算	(87)
3.2.3 命题运算在中学数学中的应用举例	(90)
§ 3.3 数学中的推理	(94)
3.3.1 逻辑规律	(94)
3.3.2 推理种类	(96)
§ 3.4 数学证明	(101)
3.4.1 证明的意义和规则	(101)
3.4.2 证明方法及其逻辑基础	(104)

第四章 中学数学教学原则

§ 4.1 数学教学的一般原则(一)	(110)
4.1.1 一般教学原则的选择	(110)
4.1.2 智力与心力发展相结合的原则	(112)
4.1.3 知识传授与能力培养相结合的原则	(115)
§ 4.2 数学教学的一般原则(二)	(118)
4.2.1 思维训练与操作训练相结合的原则	(118)
4.2.2 收敛思维训练与发散思维训练相结合的原则	(120)
4.2.3 深入与浅出相结合的原则	(122)
4.2.4 教师主导作用和学生主体作用相结合的原则	(125)

§ 4.3 数学教学的特殊原则(一)	(126)
4.3.1 数学理论与数学活动结合的原则	(126)
4.3.2 具体与抽象结合的原则	(127)
4.3.3 严谨与非严谨结合的原则	(129)
§ 4.4 数学教学的特殊原则(二)	(134)
4.4.1 形式化与非形式化结合的原则	(134)
4.4.2 基础知识与实际应用结合的原则	(138)
第五章 数学概念的教学	(142)
§ 5.1 数学概念教学概述	(142)
5.1.1 数学概念教学的一般要求	(142)
5.1.2 数学概念的教学途径	(143)
§ 5.2 数概念的教学	(151)
5.2.1 数概念的发展	(151)
5.2.2 有理数概念的教学	(155)
5.2.3 实数概念的教学	(158)
5.2.4 复数概念的教学	(159)
§ 5.3 形体概念的教学	(161)
5.3.1 平面图形	(161)
5.3.2 空间图形	(166)
§ 5.4 关系概念的教学	(169)
5.4.1 函数	(169)
5.4.2 等价关系	(174)
5.4.3 顺序关系	(176)
§ 5.5 概率统计概念的教学	(177)
5.5.1 中学数学里概率统计概念的发展	(177)
5.5.2 中学生学习概率统计概念的困难	(178)
5.5.3 随机事件及其概率概念的教学	(179)
5.5.4 基本的统计概念的教学	(181)
第六章 数学命题的教学	(183)
§ 6.1 数学命题教学概述	(183)

6.1.1	数学定理教学的一般要求	(183)
6.1.2	定理的教学方法	(184)
§ 6.2	公理的教学	(189)
6.2.1	公理和公理法	(189)
6.2.2	公理的教学	(190)
§ 6.3	几何定理的教学	(192)
6.3.1	入门阶段的定理教学	(193)
6.3.2	提高阶段的定理教学	(196)
6.3.3	题图在几何证明中的作用	(208)
§ 6.4	代数定理的教学	(214)
6.4.1	不等式证明的教学	(215)
6.4.2	函数性质的教学	(221)
第七章	数学演算的教学	(226)
§ 7.1	数和式的运算的教学	(226)
7.1.1	数的运算法则和定律	(226)
7.1.2	式的运算的教学	(230)
§ 7.2	公式及式的恒等变形的教学	(233)
7.2.1	公式的导出	(234)
7.2.2	公式的巩固与应用	(235)
7.2.3	关于恒等变形的若干问题	(239)
§ 7.3	解方程(不等式)的教学	(246)
7.3.1	方程和不等式的有关概念	(246)
7.3.2	解方程和解不等式的过程分析	(248)
7.3.3	列方程解应用题	(254)
§ 7.4	几何量计算的教学	(258)
7.4.1	几何计算的一般理论和中学教学的基本要求	(258)
7.4.2	线段的度量关系	(260)
7.4.3	面积计算	(261)
7.4.4	体积计算	(263)

第八章 数学思想方法的教学	(265)
§ 8.1 数学思想方法概述	(265)
8.1.1 数学思想方法界说	(265)
8.1.2 中学数学中涉及的数学思想方法简介	(267)
§ 8.2 中学数学中的主要数学思想方法(一)	(270)
8.2.1 关系映射反演方法	(271)
8.2.2 变形法	(276)
8.2.3 典型化方法	(278)
8.2.4 分割法	(280)
§ 8.3 中学数学中的主要数学思想方法(二)	(283)
8.3.1 数形结合思想方法	(283)
8.3.2 分类与整合思想方法	(285)
8.3.3 函数方程思想方法	(288)
8.3.4 变换思想方法	(291)
§ 8.4 数学思想方法的教学	(294)
8.4.1 数学思想方法的一般教学途径	(294)
8.4.2 数学思想方法教学中应注意的几个问题	(295)
8.4.3 数学思想方法教学举例	(296)
第九章 数学问题解决的教学	(301)
§ 9.1 数学问题解决教学概述	(301)
9.1.1 问题及数学问题解决的意义	(301)
9.1.2 数学问题解决教学的任务	(305)
§ 9.2 数学问题解决的程序与策略原则	(307)
9.2.1 波利亚的解题思想	(307)
9.2.2 数学问题解决的程序	(310)
9.2.3 数学问题解决的策略原则	(315)
§ 9.3 数学问题解决的常用方法	(318)
§ 9.4 数学建模教学	(326)
第十章 中学数学教学工作	(341)
§ 10.1 数学教学模式	(342)

10.1.1	国内主要教学模式简介	(343)
10.1.2	数学教学模式的构建	(349)
§ 10.2	备课	(353)
10.2.1	钻研教学大纲(课程标准)与教材并了解学生 ...	(354)
10.2.2	教案设计与编写	(357)
§ 10.3	说课	(361)
10.3.1	说课的意义	(361)
10.3.2	说课的内容与要求	(363)
10.3.3	典型说案 直线与平面垂直的判定	(365)
§ 10.4	数学教学技能	(368)
10.4.1	教学技能的分类	(369)
10.4.2	微格教学	(374)
§ 10.5	数学教学中的现代教育技术	(376)
10.5.1	计算机技术在数学教学中的作用	(376)
10.5.2	数学教学中使用多媒体技术的若干问题	(379)
第十一章	中学数学教学评价	(382)
§ 11.1	数学教学评价概述	(382)
§ 11.2	学生数学学习的评价	(388)
11.2.1	评价的内容	(388)
11.2.2	评价的方法	(391)
§ 11.3	教师教学工作的评价	(397)
11.3.1	数学课堂教学评价的指标体系	(397)
11.3.2	数学课堂教学评价的方法	(406)
第十二章	数学教师与数学教学研究	(411)
§ 12.1	数学教师的素质	(411)
§ 12.2	数学教育研究的方法	(417)
§ 12.3	数学教育论文的撰写	(425)
12.3.1	数学教育论文的特征与结构	(426)
12.3.2	撰写数学教育论文的一般步骤	(429)

绪 论

中学数学教学论是高等师范院校数学系的一门专业必修课,它有专门的研究对象与任务,也有自身的一些基本特征。为了学好这门课程,学习者有必要先弄清上述问题。

一、中学数学教学论的研究对象与任务

为了弄清楚中学数学教学论的研究对象和任务,不妨先回顾一下它的发展简史。

在我国,这门课程从萌生至今,还只有百余年的历史。

该课程起源于我国近代师范教育的产生。1897年清津海关道、大理寺少卿盛宣怀创办南洋公学师范院,首开“教授法”,讲授“各科教授之次序法则”。1904年1月《奏定学堂章程》颁布,中国较为系统完备的近代新学制“癸卯学制”产生并推行,其中初级和优级师范学堂分别开设“教授法”和“各科教授法”,此举可视为该课程萌生之肇始。1913年《高等师范学校课程标准》公布,“教授法”仍作为本科各部的公共学习科目,高师学堂数学系则开设“算学教授法”和“参观与实习”。这个时期该学科仍附属于教育学,并未独立,仅仅处于胚胎孕育阶段。

1918年秋,时任南京高师教务主任的陶行知先生提出以“教学法”代替“教授法”,此举被政府接受。1922年《学校系统改革令》颁发,在中等师范分设“普通教学法”、“各科教学法”和“小学各科教材研究”。

20世纪30年代起,课程建设的突出特点是把教材研究的内容引进教学法学科。1939年颁布的《师范学院分系必修及选修科目表施行要点》将课程定名为“分科教材及教法研究”,1949年颁布的《修正师范学院规程》进一步规定分科教材教法研究是专业训练项目,内容分教材选择、教科书批评、课程标准研究、教学研究、课程组织、教具设置及应用等部分。高师数学系的教学法学科,则增设“初等数学”作为其组成部分。

这段时期,“数学教学法”或“数学教材教法”已从教育学脱胎独立。

新中国成立后,上世纪50年代高师数学系开设“中学数学教学法”与“初等数学复习及研究”。60年代课程又易名为“中学数学教材教法”,这一课程名称一直延续至80年代。

1982年我国学术界有人提出“数学教材教法”应向“数学教育学”发展。1985年全国高师院校中学数学教育研究协作组学术会议纪要中明确提出:要建立中国特色的“数学教育学”。1987年,国务院学位委员会发文将教育科学的二级学科“各科教材教法研究”更名为“学科教学论”。于是,“中学数学教材教法”课程也相应更名为“中学数学教学论”。

从国内提出建立中国特色的数学教育学至今,该学科建设有了很大的发展,已陆续出版多种数学教育学的著作。“数学教育学”作为一门发展中的学科,其内涵丰富,涉及面广,可以分成若干方向。比如:数学课程论、数学教学论、数学学习论、数学教育测量与评价、数学思维和方法论、数学教育心理学、数学教育比较研究、数学教育史等。目前,它的体系并没有完全定型,内容也尚未成熟,因此,只在“课程与教学论”专业的硕士研究生教育中作为课程开设,大学本科教育中,作为数学教育专业的必修课,一般只开设“中学数学教学论”。

从以上发展简史可知,“中学数学教学论”是“中学数学教材教法”的自然发展。在20世纪50年代以前,这个课程研究的对象是数学的讲授方法,其任务主要是针对既定的数学教学内容,怎样作教学法加工,使教师讲授的数学知识易为学生接受。自20世纪50年代以后,随着教育学、心理学的发展,随着社会对合格人才需求观念的改变,数学教学早已不能满足于单纯向学生传授数学知识了,开发智力、培养数学能力提到了更为重要的地位。数学教学任务的演变,使中学数学教材教法的研究对象和任务也相应有所扩大,但总的研究对象仍然是“数学教学”,主要任务仍然是解决“教什么”和“如何教”的问题,当然也涉及“为什么教”和“教给谁”等问题,不过理论基础并不扎实,体系也不完善。近20年来,随着“数学教育学”的诞生与发展,作为其分支学科的“中学数学教学论”虽然继承了“中学数学教材教法”的研究对象,但由于“数学教学”这个对象的发展变化,因而其研究任务又有了明显变化。

“数学教学”这个对象的变化,关键在于对“数学教学”如何理解,这

属于数学教学观的范畴。传统的观点,把数学教学理解为数学理论初步的教学。现代的数学教学观,则把数学教学理解为“数学活动”的教学。所谓“数学活动”,按[苏]A·A·斯托利亚尔著《数学教育学》P108中的说法,可以把它分为三个阶段:(1)借助于观察、试验、归纳、类比、概括积累事实材料;(2)由积累的材料中抽象出原始概念和公理体系,并在这些概念和体系的基础上演绎地建立理论;(3)应用理论。第一阶段可称之为经验材料的数学组织化(数学描述,也称为具体情况的数学化)。第二阶段称为数学材料的逻辑组织化。第三阶段称为数学理论的应用。

数学活动的教学指的就是在数学教学中应该让学生经历积极的数学活动。我国新制订的数学课程标准将这一现代数学教学观作为课程的基本理念之一。譬如,在义务教育阶段数学课程标准的基本理念4中提到:“数学教学活动必须建立在学生的认知发展水平和已有的知识经验基础之上。教师应激发学生的学习积极性,向学生提供充分从事数学活动的机会,帮助他们在自主探索和合作交流的过程中真正理解和掌握基本的数学知识与技能、数学思想和方法,获得广泛的数学活动经验。学生是数学学习的主人,教师是数学学习的组织者、引导者与合作者。”在高中数学课程标准的基本理念中也提到:“学生的数学学习活动不应只限于接受、记忆、模仿和练习,高中数学课程还应倡导自主探索、动手实践、合作交流、阅读自学等学习数学的方式。这些方式有助于发挥学生学习的主动性,使学生的学习过程成为在教师引导下的再创造过程。同时,高中数学课程设立‘数学探索’、‘数学建模’等学习活动……高中数学课程应力求通过各种不同形式的自主学习探究活动,让学生体验发现和创造的历程,发展他们的创新意识。”

新数学课程标准中的上述阐述不仅充分体现了“数学活动教学”这一现代数学教学观,而且对数学教学过程中师、生这两个主要因素的相互作用有了明确的界定。这种界定,与传统的师生关系说也有了本质的区别。

数学教学过程涉及的主要因素除了师与生之外,还有教学媒体。其中主要的媒体是数学教材。这三个主要因素的相互作用过程大致如下:“教师把他从大纲、教材、数学文献和教学法文献中得到的信息以及学生水平和思维能力的信息加以加工,并且使用一定的手段把教学的信息传输给学生,学生接收从教师、从教科书和从其他来源得来的信息并且加

工,再按教师的要求用答问、练习和解问题的形式把关于掌握教材的质量和思维发展程度的信息传输给教师。”^①

中学数学教学论主要从教师的角度来研究数学教学过程。其研究任务可划分为三个大的方面:一是数学教学的理论基础。包括数学教学所涉及的数学课程论、数学教育心理学、逻辑学、教育学以及数学教育评价等相关基础理论,主要解决数学教学为什么而教,教给什么样的对象,教什么样的内容等三个问题,同时也给出如何教的理论指导意见。二是具体数学活动的教学。按数学活动涉及的主要数学知识的类型来分,可分为数学概念的教学、数学命题的教学、数学演算的教学、数学思想方法的教学以及数学问题解决的教学等。三是数学教师的日常工作。包括数学教学的模式、技能、现代教育技术、备课和说课、数学教师的职业素质和教学研究等。以上三方面任务构成一个整体,第二方面是中心任务,第一方面为其提供理论依据,第三方面为其提供措施保证。

二、中学数学教学论的特点和学习方法

中学数学教学论的特点是由该学科的性质决定的。从前面阐述的课程发展简史及研究任务,即可看出如下几点:

1. 中学数学教学论是一门具有高度综合性的独立的学科。

中学数学教学论是在唯物辩证法的指导下,综合运用教育学、教育心理学、逻辑学、计算机科学等多学科的基本观点、基本原理和基本方法,根据数学学科的特点来研究中学数学教学的基本规律和基本方法的一门学科,它的内容与以上学科及其他许多学科(如数学史、数学教育史、数学方法论等)密切相关。由此可见,它确是一门综合性的学科。

但是,中学数学教学论并不是以相关学科的基本原理简单地加上数学实例而“凑成”的,它在发展过程中已经形成了自己独立的理论体系。它的根基稳稳地扎在数学这块土壤之中,因此,又是一门独立的学科。

2. 中学数学教学论与实践的关系十分直接。

如前所述,这门学科以中学数学教学为研究对象,它的理论必须能够直接指导中学数学的实际教学和研究工作,并受到检验。另一方面,数学教学是一种创造性工作,广大中学数学教师在数学教育的改革实践

^① A·A·斯托利亚尔:《数学教育学》,中译本,人民教育出版社,第9页。

中定会不断探索和创造新的成功经验。这门学科又必须吸收这些新的实践经验并使之上升为理论。

3. 中学数学教学论永远处在发展过程之中。

这门学科的研究必然受到教育理论和心理学理论的指导,已如前述。教育理论具有社会性和时代性,这是人所共知的。心理学理论是研究人的心理活动规律的。人的心理活动太复杂了,何况人也是随着社会和时代的进步在不断改造着、进化着,因此,教育学和心理学的理论始终处在不断发展、不断完善的过程中,永无止境。自然,以其理论为指导的中学数学教学论更是如此。另一方面,上面已提到,它与实践的关系特别直接。数学教学的实践也是随着社会的发展和时代的前进而不断发展,与其共存亡的这门学科当然也处在永无止境的发展之中。

有了以上几点认识,我们来探讨学习该课程的方法就比较有“章”可循了。

第一,必须广泛地学习并运用有关学科的知识和方法。从这门学科是一门具有高度综合性的独立学科可知,要真正领会并掌握该课程的基本理论,必须以深入领会并掌握相关学科的基本观点、基本理论和基本方法为前提。因此,学习本课程就有必要广泛涉猎有关参考书和有关文献资料,多思考,并能自觉地运用于分析本课程的一些具体问题。

第二,理论联系实际。由于这门学科与实践的关系十分直接,因此,没有经过数学教学实践的高等师范院校数学系学生,单凭听课和阅读还不能真正掌握这门学科。必须通过教学观摩、模拟教学以及去中学参加数学教学实践等活动,并能自觉地、有意识地运用本学科的有关理论和方法解决实践问题,才能对本学科有较深入的领会。

深入调查,研究当前中学数学教学的现状,运用本学科的基本理论去分析教学中的问题,总结经验教训,这也是理论联系实际地学习本课程的一条必要途径。

第三,开展实验研究。中学数学教学论是处在发展中的学科,现有课程只能反映本学科已经达到的水平,因此,我们不能墨守成规,把它当作千古不变的教条看待,而应该在开展实验研究的过程中不断总结新的经验,并在此基础上进行理论上的深入探讨,以丰富和发展本学科的理论。

第一章 中学数学教学的课程论基础

绪论中提到,中学数学教学要解决“为什么而教”和“教什么”的问题,即数学课程目标和内容的问题,这既是数学教学论的基础理论问题之一,也属于数学课程论的研究范畴。

中学数学课程目标是中学数学教学的指南。它既决定中学数学课程的内容,又决定中学数学的教学模式和方法,同时也是评价中学数学教学质量的主要依据。中学数学课程的内容具体规定了课程目标的各个方面应达到的深广程度,并在一定意义上指明了实现课程目标的基本程序。因此,全面、正确、深入地理解中学数学课程目标,从全局上掌握中学数学课程内容,不仅对于教师深入钻研和处理教材,恰当地选择教学方法,从而有效地提高教学质量,全面完成教学任务至关重要,而且对于中学数学教学改革的继续深入开展,也是必需的。本章着重讨论确定中学数学课程目标的依据,课程目标的具体要求,中学数学课程内容的选定和编排原则,中学数学教学改革等问题。

§ 1.1 中学数学课程目标

为了全面、正确地理解中学数学课程目标,必须先了解中学数学课程目标是如何确定的,然后再来具体分析中学数学课程目标的方方面面。

1.1.1 确定中学数学课程目标的依据

中学数学课程目标,主要是根据国家的教育方针与基础教育的任