

冲刺



奥林匹克竞赛 小学数学 解题指导

总主编 何舟
本书主编 李富彩

精解奥赛名题

预测命题趋势

一代名师

为你的冲刺引路

为你的成功喝彩

吉林教育出版社

冲刺



奥林匹克竞赛 解题指导

小学数学

总主编 何舟
本书主编 李富彩
撰稿 郑邦达 邓海祖 许复生
 闫如成 隗智林 李富彩



吉林教育出版社

(吉)新登字 02 号

封面设计:周建明

责任编辑:王世斌 李 智

冲刺金牌奥林匹克竞赛解题指导

小学数学

总主编 何舟

本册主编 李富彩



吉林教育出版社 出版 发行

淮安市师苑印刷厂印刷 新华书店经销



开本:850×1168 毫米 1/32 印张:12.25 字数:368 千字

2003 年 1 月第 1 版第 2 次印刷

本次印数:15000 册

ISBN 7-5383-4331-8/G·3952

定价:14.80 元

凡有印装问题,可向承印厂调换

结识名教练

冲刺金牌

主编简介



李富彩

1943年生，现任安徽省合肥市庐阳区教委副主任、合肥市小学数学教学专业委员会会长、安徽省小学数学教学专业委员会副理事长，1989年被评为安徽省小学数学特级教师。多年来，他致力于小学数学的教学与研究，在课堂教学的改革、数学的课外活动等方面取得了丰富的经验；主要著作有《小学数学易错辨析手册》《小学数学奥林匹克讲与练》《小学数学精学手册》《家教》等。





主编寄语

李富彩

数学是中小学课程中的一门主要学科,其普遍采用的传授方式是老师在课堂上面向全体学生大面积地教学。这种课堂教学不可能满足一部分学有余力的学生,而数学竞赛就为这些数学爱好者发挥数学才能创造了一个舞台,让这些数学爱好者喜爱数学,体会到数学中的乐趣和奇妙,在这个舞台上表现自我、激励自我。数学竞赛及赛前的培训,作为一个生动活泼的学数学的课外形式,既能开发少年儿童智力,培养其学数学的兴趣以及创新的能力和意识,且有利于学校数学教学质量的大面积提高。这些数学爱好者能激励周围的学生重视数学,努力学习数学,积极参加数学课外活动和数学竞赛活动,从而提高广大少年儿童的数学才能。

现在中小学提出“减负”,减去过重的课业负担,减去机械、重复的作业是正确的,也是必要的。但对“减负”问题不能“一刀切”,切忌将“课外兴趣小组、数学竞赛统统砍去”。那些学有余力且对数学有兴趣的学生,有时间和精力去学习和研究自己喜爱的学科,这种学习是乐趣而不是负担。给学生一个宽松的、有更多选择的发展空间,才能培养学生的创新意识和实践能力。

“科技是第一生产力。”现代化建设需要科学技术,发展科学技术又要以数学为基础。人造地球卫星的上天、导弹的发射、工农业的革命、信息技术的发展、商贸的繁荣……都离不开数学,都需要大批的高水平的数学人才。数学竞赛是发现和培养人才的好途径。

我国是数学大国,上个世纪的80、90年代,我国小学数学竞赛活动有了较大的发展。从1986年开始的每两年一届的“华罗庚金杯少





年儿童邀请赛”，已举行过八届，参赛的有 100 多个城市，影响很大。在全国范围内有一定影响的还有 1990 年开始的每年一届小学数学奥林匹克竞赛、“祖冲之杯”数学邀请赛、“希望杯”全国数学邀请赛、《小学数学教师》编辑部举办的“从小爱数学”邀请赛、近两年《小学生数学报》编辑部举办的“《小学生数报》杯”小学数学探索与应用能力竞赛以及各省、市举办的小学数学竞赛，如北京市的“迎春杯”、吉林省的“金翅杯”、黑龙江省哈尔滨市的“未来杯”、“萌芽杯”数学竞赛等等。

参加数学竞赛取得好成绩，要有扎实的基础知识，要接受良好的思维训练。我们编写的《冲刺金牌竞赛解题指导·小学数学》一书，以近几年的小学数学竞赛为内容，以常赛的问题系列为序，设计了 43 讲。每“讲”有“规律提示”“技法精讲”“解题指导”“同步训练”等栏目，帮助读者寻找解题的规律、方法，提高解题能力，给参加数学竞赛并想取得奖牌的学生一本集学习、阅读、训练于一体的有参考价值的书，以期拓展同学们的视野，掌握科学的数学思考方法，培养灵活地应用知识和解决实际问题的能力，提高数学思维的能力。

本书为小学数学教育工作者和家长提供参考和有益的资料，助小学高年级学生在有限的时间内攀登“题山”，冲刺金牌，增强实力，获得成功！



主编寄语	李富彩
第一讲 速算与巧算(一)	<1>
第二讲 巧填运算符号	<8>
第三讲 数列求和	<15>
第四讲 按规律巧填数	<23>
第五讲 定义新运算	<30>
第六讲 智解数字谜	<36>
第七讲 估 算	<44>
第八讲 速算与巧算(二)	<50>
第九讲 数字问题	<58>
第十讲 数的进位制	<64>
第十一讲 数的整除	<68>
第十二讲 约数和倍数	<74>
第十三讲 质数和合数	<81>

精彩栏目推荐

 规律提示

 技法精讲

 解题指导

 同步训练

4大精彩栏目系名师精心打造,充分体现细节设计的优化与细节关怀意味。

4大精彩栏目内容链接,相互对应,让您立体解读每一个竞赛热点。



第十四讲	数的奇偶性	<88>
第十五讲	数的分解	<95>
第十六讲	余数问题	<101>
第十七讲	周期问题	<109>
第十八讲	和、差、倍问题	<115>
第十九讲	年龄问题	<122>
第二十讲	平均数问题	<129>
第二十一讲	植树与方阵	<136>
第二十二讲	假设、比较和还原	<142>
第二十三讲	归一和牛吃草问题	<149>
第二十四讲	行程问题(一)	<155>
第二十五讲	行程问题(二)	<166>
第二十六讲	分数、百分数 应用题	<176>
第二十七讲	工程问题	<185>
第二十八讲	比和比例应用题	<195>
第二十九讲	列方程解应用题	<202>
第三十讲	用字母表示数与 不定方程	<210>

精彩栏目推荐

● 规律提示

■ 技法精讲

● 解题指导

📖 同步训练


◎ 4大精彩栏目系名师精心打造,充分体现细节设计的优化与细节关怀意味。


◎ 4大精彩栏目内容链接,相互对应,让您立体解读每一个竞赛热点。




第三十一讲	数几何图形	<218>
第三十二讲	角度和周长	<227>
第三十三讲	平面图形的面积	<237>
第三十四讲	几何体的计算	<250>
第三十五讲	几何图形的变换	<261>
第三十六讲	幻方与数阵图	<273>
第三十七讲	包含与排除	<280>
第三十八讲	乘法原理与 加法原理	<285>
第三十九讲	最大与最小	<291>
第四十讲	统筹与优化	<298>
√ 第四十一讲	逻辑与推理	<306>
第四十二讲	对策问题	<312>
第四十三讲	抽屉原理	<316>
	小学数学竞赛模拟试卷(一)	<321>
	小学数学竞赛模拟试卷(二)	<323>
	小学数学竞赛模拟试卷(三)	<326>
	参考答案及提示	<328>

精彩栏目推荐 X

 **规律提示**

 **技法精讲**

 **解题指导**

 **同步训练**

④ 4大精彩栏目系名师精心打造,充分体现细节设计的优化与细部关怀意味。

④ 4大精彩栏目内容链接、相互对应,让您立体解读每一个竞赛热点。



第一讲 速算与巧算(一)

规律提示

本讲主要讲述整数、小数四则混合运算的方法和技巧。

1. 四则运算的定律、性质、法则等是进行速算和巧算的重要依据。

- (1) 利用运算定律使计算简化。
- (2) 利用运算顺序的改变使计算简便。
- (3) 利用运算法则使计算巧妙。

2. 转化是速算与巧算的主要技巧。

(1) 当一个数接近整十、整百、整千……的时候,将其转化为整十、整百、整千……的数,计算比较方便快捷。

(2) 利用数的分解或拆数,转化后巧算。

(3) 改变计算方法(变加为减、变减为加、变乘为除、变除为乘等)可以使计算简便。

3. 认真观察算式及数的特征,剖析数与数之间的关系,是灵活地选择和合理运用计算技巧的主要思考方法。

技法精讲

速算与巧算的解题技法很多,本讲精选近几年国内外小学数学竞赛部分整、小数四则混合运算题为例分别加以阐述。

1. 分组法

根据算式特征,找出共同规律,将算式中的数进行合理分组,使计算巧妙。

2. 公式法

运用数学中一些计算公式进行计算。

(1) 运算定律: $a + b = b + a$

$$a + b + c = a + (b + c)$$

$$a \cdot b = b \cdot a$$

$$a \cdot b \cdot c = a(b \cdot c)$$

$$a(b+c) = ab+ac$$

(2) 运算性质: $a-(b+c) = a-b-c$

$$a-(b-c) = a-b+c$$

$$a \div (b \times c) = a \div b \div c$$

$$a \div (b \div c) = a \div b \times c$$

(3) 平方差公式: $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$

(4) 等差数列求和公式:

$$a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2}$$

(其中 a_1 为首项, a_n 为末项, n 为项数)

3. 凑整法

对一些接近整十、整百、整千……的数的连加、连减或加减混合,可以用借数的转化方法凑成整十、整百、整千……的数进行速算与巧算。

4. 代数法

根据算式中数的特点,用字母代换题中的数,使复杂的计算简化,从而可以巧算。

5. 整体观察法

整体观察算式中数的特征、探寻其中的规律,从而进行巧算。

6. 转化法

运用运算法则、性质、定律,拆数、数的分解等转化方法,使计算简便。

7. 寻律法

根据算式的特征,从简单的入手,逐步探寻出解题规律,并运用这一规律巧算。

冲刺金牌
竞赛解题指导

解题
指导

1. 分组法

例题

2002年“小学数学报杯”安徽省小学生探索与应用能力竞赛……

$$A = 3 + 6 + 9 + 12 + \dots + 2001, B = 1 + 4 + 7 + 10 + \dots + 2002, B - A = \underline{\quad}。$$

精析 A 的算术表达式中共有 $2001 \div 3 = 667$ 个加数, B 的算术表达式中共有 $(2002 - 1) \div 3 + 1 = 668$ 个加数。求 $B - A$ 的值时,可以通过观察将 B 中除“1”以外的 667 个数字分别依次减去 A 中的 667 个数字,所得的差均为 1。

全解 $B - A = 1 + (4 - 3) + (7 - 6) + (10 - 9) + \dots + (2002 - 2001)$

评注 本题综合 A 、 B 两个算术表达式各



$$\begin{aligned}
 &= \underbrace{1+1+1+\cdots+1}_{668} \\
 &= 668.
 \end{aligned}$$

自的特点,合理运用分组方法巧妙解题。

题 2000·吉林省第六届小学数学夏令营

计算 $2000 + 1999 - 1998 - 1997 + 1996 + 1995 - 1994 - 1993 + \cdots + 8 + 7 - 6 - 5 + 4 + 3 - 2 - 1$ 。

精析 算式中共有 2000 个数相加减,规律是两加两减,根据算式和数的特征,正好把这 2000 个数按每 4 个数(两加两减)分为一组,共可分为 $2000 \div 4 = 500$ 组,每组的得数都是 4,所以,原题的结果为 500 个 4 之和。

全解 原式 $= (2000 + 1999 - 1998 - 1997) + (1996 + 1995 - 1994 - 1993) + \cdots + (4 + 3 - 2 - 1)$

$$\begin{aligned}
 &= 4 \times 500 \\
 &= 2000.
 \end{aligned}$$

评注 此题与题 1 相似,除了上述分组巧算的方法外,还可以仿照题 1 的方法分组配对。

2. 公式法

题 2000·全国小学数学奥林匹克竞赛

计算 $1^2 - 2^2 + 3^2 - 4^2 + 5^2 - 6^2 + \cdots - 100^2 + 101^2$ 。

精析 算式中共有 101 个平方数相加减,除 1^2 外,用分组法把其余的 100 个平方数,每两个分为一组: $3^2 - 2^2, 5^2 - 4^2, \cdots, 101^2 - 100^2$ 。运用平方差公式求出每组的得数,再运用等差数列求和公式求出结果。

全解 原式 $= 1^2 + (3^2 - 2^2) + (5^2 - 4^2) + \cdots + (99^2 - 98^2) + (101^2 - 100^2)$

$$\begin{aligned}
 &= 1 + (3+2) \times (3-2) + (5+4) \times (5-4) + \cdots + (99+98) \times (99-98) \\
 &\quad + (101+100) \times (101-100) \\
 &= 1 + 5 + 9 + \cdots + 197 + 201 \\
 &= (1 + 201) \times 51 \div 2 \\
 &= 5151.
 \end{aligned}$$


评注 此题经过合理分组后,运用平方差公式: $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$, 求出的 50 个数正好与 1 组成一个等差数列,再运用等差数列求和公式: $S_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2}$ 算出结果。




3. 凑整法


 **题 1** 1999·全国第七届“华罗庚金杯”少年数学邀请赛

计算 $19 + 199 + 1999 + \cdots + \underbrace{1999 \cdots 99}_{1999 \text{个} 9}$ 。

 **精析** 根据题中每个加数中9的个数,可以看出共有1999个数相加,每个加数加上1即可凑成整十、整百、整千……的数。因为有1999个加数,故一共加了1999个1,最后要减去1999个1。

 **全解**


$$\begin{aligned} \text{原式} &= (19 + 1) + (199 + 1) + (1999 + 1) + \cdots + (\underbrace{1999 \cdots 99}_{1999 \text{个} 9} + 1) - 1999 \\ &= 20 + 200 + 2000 + \cdots + \underbrace{2000 \cdots 00}_{1999 \text{个} 0} \\ &\quad - 1999 \\ &= \underbrace{222 \cdots 220}_{1999 \text{个} 2} - 1999 \\ &= \underbrace{222 \cdots 220221}_{1996 \text{个} 2} \end{aligned}$$


 **评注** 此题因加数的个数多,无法直接计算,运用凑整法后,将复杂的计算简化。

4. 代数法


 **题 1** 1999·天津市小学数学学科竞赛

计算 $\frac{9876543210}{9876543211^2 - 9876543212 \times 9876543210}$ 。

 **精析** 算式中的数都是十位数,而且前八位数字相同,后两位数相差1或2。可用代数法巧算。设 $a = 9876543211$, 则 $9876543212 = a + 1$, $9876543210 = a - 1$ 。原式中的十位数用字母代换后,使算式简化,再运用公式法可使计算巧妙而又快捷。

 **全解** 设 $a = 9876543211$, 则


$$\begin{aligned} \text{原式} &= \frac{a-1}{a^2 - (a+1)(a-1)} \\ &= \frac{a-1}{a^2 - (a^2 - 1)} \\ &= \frac{a-1}{a^2 - a^2 + 1} \\ &= a-1 \\ &= 9876543210. \end{aligned}$$


 **评注** 此题可直接运用平方差公式化简,但由于题中数较大,化简起来比较难,而运用代数法,就可使化简变得简单,一目了然。


5. 整体观察法

 题 1998·“我爱数学”少年夏令营


计算 $(123456 + 234561 + 345612 + 456123 + 561234 + 612345) \div 7$ 。

 **精析** 算式中括号内共有六个加数,每个加数都是六位数,且都是由 1,2,3,4,5,6 这六个数字按一定顺序排列。整体观察算式,发现规律是这六个数的和的各个数位上都是由 1~6 这六个数字相加。每个数位上有 $1+2+3+4+5+6=21$ 个计数单位。求括号内的和除以 7 所得的商,可用各个数位上的计算单位 21 除以 7 得 3,即每个数位上的计数单位是 3,且仍是六位数,所以,结果是 333333。


 **全解** 原式 $= 111111 \times (1+2+3+4+5+6) \div 7$
 $= 111111 \times (21 \div 7)$
 $= 111111 \times 3$
 $= 333333$ 。


 **评注** 此题运用整体观察法,抓住数字特征及其规律,将繁杂的计算转化为巧算。


6. 转化法

 题 1998·武汉市小学数学竞赛


计算 $9.72 \times 0.72 + 0.915 \times 1.2 + 0.1487 \times 28$ 。

 **精析** 此题数字特征比较隐蔽,规律不明显,先要运用恒等变换和拆数进行转化。 0.1487×28 可转化为 14.87×0.28 ,再通过拆数转化为 $(9.72 + 5.15) \times 0.28 = 9.72 \times 0.28 + 5.15 \times 0.28$ 。同时 0.915×1.2 也转化为 $(5.15 + 4) \times 0.12 = 5.15 \times 0.12 + 4 \times 0.12$ 。找出规律后就可运用乘法分配律进行简算。

 **全解** 原式 $= 9.72 \times 0.72 + 9.15 \times 0.12 + 14.87 \times 0.28$
 $= 9.72 \times 0.72 + (5.15 + 4) \times 0.12 + (9.72 + 5.15) \times 0.28$
 $= 9.72 \times (0.72 + 0.28) + 5.15 \times (0.12 + 0.28) + 4 \times 0.12$
 $= 9.72 + 2.06 + 0.48$
 $= 12.26$ 。

 **评注** 此题如果按运算法则计算比较麻烦,而运用恒等变换、拆数等转化方法后,便可运用乘法分配律简算,化难为易。

7. 寻律法

 题 2000·甘肃省第八届小学数学冬令营

先教你一个计算方法:

$$1 \times 2 + 2 \times 3 = \frac{1 \times (2 \times 3)}{3} + \frac{3 \times (2 \times 3)}{3} = \frac{2 \times 3 \times 4}{3},$$

$$1 \times 2 + 2 \times 3 + 3 \times 4 = \frac{2 \times (3 \times 4)}{3} + \frac{3 \times (3 \times 4)}{3} = \frac{3 \times 4 \times 5}{3},$$

.....

请按上述规律计算:

$$\frac{1}{1999 \times 2000} \times (1 \times 2 + 2 \times 3 + 3 \times 4 + \cdots + 1999 \times 2000).$$

精析 算式给了初步的计算方法,由这一方法探寻出一个计算规律。

由 $1 \times 2 + 2 \times 3 = \frac{2 \times 3 \times 4}{3},$

$$1 \times 2 + 2 \times 3 + 3 \times 4 = \frac{3 \times 4 \times 5}{3},$$

可推出 $1 \times 2 + 2 \times 3 + 3 \times 4 + 4 \times 5 = \frac{4 \times 5 \times 6}{3},$

.....

由此,可得出计算规律

$$1 \times 2 + 2 \times 3 + 3 \times 4 + \cdots + n \times (n+1) = \frac{n(n+1)(n+2)}{3},$$

这样括号内的算式运用这一规律可转化为

$$1 \times 2 + 2 \times 3 + 3 \times 4 + \cdots + 1999 \times 2000 = \frac{1999 \times 2000 \times 2001}{3}.$$

全解 原式 = $\frac{1}{1999 \times 2000} \times \frac{1999 \times 2000 \times 2001}{3}$

$$= \frac{2001}{3}$$

$$= 667.$$

评注 由简单的入手,逐步探寻出解题规律,由此推导出计算公式,这种巧算方法在分、小数四则运算中是常用的。



1. 计算 $1996 - \underbrace{199 - 199 - 199 - \cdots - 199}_{\uparrow 199}$ 的值。

(1996·北京数学奥林匹克竞赛之窗)

2. 求 $(2+5+8+\cdots+2000) - (1+4+7+\cdots+1999)$ 的值

(1999·吉林省第五届“我爱中华”小学数学夏令营)

3. 求 $(1234567891)^2 - 1234567890 \times 1234567892$ 的值。

(1999·“我爱数学”少年夏令营)



第一讲 速算与巧算(一)



4. 求 $19981999 \times 19991998 - 19981998 \times 19991999$ 的值。
(1998·吉林省第四届小学数学邀请赛)
5. 求 $1.135 + 3.346 + 5.557 + 7.768 + 9.979$ 的值。
(1998·《小学生数学报》第九届数学竞赛)
6. 求 $1 \div (2 \div 3) \div (3 \div 4) \div (4 \div 5) \div (5 \div 6)$ 的值。
(第二届“华罗庚金杯”少年数学邀请赛)
7. 求 $\underbrace{999 \cdots 99}_{1998 \text{ 个 } 9} \times \underbrace{999 \cdots 99}_{1998 \text{ 个 } 9} + \underbrace{1999 \cdots 99}_{1998 \text{ 个 } 9}$ 的值
(1998·“我爱数学”少年夏令营)
8. 求 $1.25 \times 67.875 + 25 \times 33.9375 + 1250 \times 0.053375$ 的值。
(1999·吉林“金翅杯”小学生数学竞赛)
9. 求 $2 + 22 + 222 + 2222 + \cdots + 2222222222$ 的值。
(1996·新加坡小学数学奥林匹克竞赛)
10. 求 $11111111112222222222 \div 3333333334$ 的值。
(1999·《小学生数学报》第十届数学竞赛)
11. 求 $51.2 \times 8.1 + 11 \times 9.25 + 537 \times 0.19$ 的值。
(2000·吉林省第六届小学数学夏令营)
12. 求 $3.6 \times 31.4 + 68.9 \times 6.4$ 的值。
(2000·《小学生数学报》少年数学夏令营)
13. 求 $(12345678 + 23456781 + 34567812 + 45678123 + 56781234 + 67812345 + 78123456 + 81234567) \div 66$ 的值。
(1994·小学数学奥林匹克竞赛)
14. 求 $(3 + 5.375 + 7.75) \times (5.375 + 4.75 + 2.6) - (4.75 + 5.375) \times (3 + 2.6 + 5.375 + 7.75)$ 的值。
(1999·吉林省第五届“我爱中华”小学数学夏令营)



第二讲

巧填运算符号

规律提示

1. 我们通常所做的计算题,是给定运算数字、运算符号和括号,只需去求出运算结果。而巧填运算符号、括号和数字谜是运算的一种逆向问题。无论哪一种,都是以四则运算的定义、法则、运算顺序、运算性质等为基础的。

2. 逆推和试验相结合是巧填运算符号的主要思考方法。

3. 认真审题,把握题目的特点,选择适当的方法是巧填运算符号、快速找准突破点的重要保证。

如果同学们能联想到速算与巧算的“以加代乘”和“以乘代加”两种方法,解题将更迅速,方法更巧妙。

技法精讲

1. 凑数法

凑数法是逆推和试验的主要辅助方法。在给定的算式中,数字较多、结果较大的情况下,仅靠逆推或试验往往不能很好地解决问题,就要辅以凑数的方法。运用凑数法要注意以下几点:

(1) 找一个数(或凑一个数)与结果相接近,余下数再往上凑,这是顺推,但头绪多,全靠机智灵活。

(2) 逆推凑数,思路比较固定,容易发现,但有时计算比较繁杂。

(3) 运算符号及括号可以在相邻两数之间添加,也可以在相邻几个数之间添加。

2. 分解因数法

分解因数法是巧填运算符号的一种特殊方法。这种方法一定要在给定的运算结果是合数的情况下运用,并且这个合数在分解因数后,能与凑数法和试验法相结合,有利于解决问题。

3. 逆推法

逆推法是巧填运算符号的主要思考方法。因为这一类问题通常给定运算结果,即使没有给定结果,也要给定运算结果的范围(如要求运算结果最大或