小学六年级 奥数训练100类

徐彪 主编

举一反三

南京大学出版社

组稿策划 高锦明 / 责任编辑 潘琳宁 / 责任校对 王 浜 / 装帧设计 熳 晓

做一题，解一类；
轻松搞定100招！

ISBN 7-305-04734-1/G·942
定价:8.50元
ISBN 7-305-04734-1
9 787305 047343 >

小学六年级

潘小云
徐　伟　总主编

奥数训练100类

举一反三

南京大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

小学六年级奥数训练100类举一反三./徐彪主编.
南京:南京大学出版社,2006.5
ISBN 7-305-04734-1

Ⅰ.小… Ⅱ.徐… Ⅲ.数学课-小学-教学参考
资料 Ⅳ.G624.503

中国版本图书馆CIP数据核字(2006)第042424号

书　　名	小学六年级奥数训练100类举一反三
编　　者	王学金
出版发行	南京大学出版社
社　　址	南京市汉口路22号　邮编210093
发行电话	025-83596923　025-83592317　传真 025-83328362
网　　址	http://press.nju.edu.cn
电子邮件	nupress1@public1.ptt.js.cn
	sales@press.nju.edu.cn(销售部)
印　　刷	南京京新印刷厂
开　　本	787×1092　1/16　印张7.75　字数190千
版　　次	2006年5月第1版　2006年7月第3次印刷
ISBN 7-305-04734-1/G·942	
定　　价	8.50元

编 者 的 话

提高学生综合素质，发展学生的个性特长，不能靠突击速成，更不能脱离实际，拔苗助长。学生智力的发展和能力的提高是一个循序渐进、长期训练、螺旋上升的过程。

为了配合小学数学课外活动的开展，对学生进行长期、系统的奥林匹克数学内容的训练，我们组织一批有丰富经验的骨干教师编写了这套丛书，通过独特的一例三练的形式，帮助学生系统地、有效地掌握奥林匹克数学的经典内容，拓宽学生的知识视野，掌握解题方法和技巧，提高应试和参赛能力。

本丛书编写力求体现以下特点：

内容全面，螺旋上升。丛书按年级分解，每个年级设置100个专题，每个专题作为一个单元训练。100个专题基本概括了各年级奥林匹克数学的重要内容，并进行详细的归类。同时注意各个年级间的衔接，体现层次和梯度。

源于基础，着眼提高。各年级紧扣大纲，贴近教材。按照教学内容的编排顺序，从学生的知识结构和思维发展水平的实际出发设置专题，便于学生在掌握课本单元基础知识的前提下自学，进行拓展训练。

一例三练，举一反三。每个专题从浩翰的题海中精选【典型题例】，“思路”给出分析和点拨；“详解”给出详细的或不同的解法；“诀窍”对本专题有关的知识、方法、技巧进行归纳和深化。【好题精练】配合本专题的知识点，设置三道练习题，让学生独立完成，培养学生触类旁通、举一反三的能力。

与时俱进，紧跟时代。全书编写体现了新课标精神，例题和练习题的内容吸收了近几年来各地数学竞赛出现的典型题，反映出新课标精神，体现时代性、趣味性、开放性、探索性、实践性，并注意密切联系生活实际，引导学生在生活中学数学、用数学。

本丛书在编写过程中参考了同类书籍中的精华，谨表诚挚谢意。由于时间和编者水平的限制，书中错误和不足之处在所难免，恳望批评和建议。

编 者

目　　录

举一反三

分数等差数列求和 1

计算有规律排列的分数等差数列的和时，我们可以依据已学的等差数列求和的有关知识进行计算，这样可以使计算简便，迅速。

举一 典型题例

【例题】 计算：$\frac{1}{1998}+\frac{2}{1998}+\frac{3}{1998}+\frac{4}{1998}+\cdots+\frac{1998}{1998}$

【思路】 这是一道分母相同，分子为连续自然数的等差分数数列。计算时，可运用同分母分数加法的计算方法进行计算。分子相加即要计算 $1+2+3+4+\cdots+1998$，可运用等差数列求和公式计算。

【详解】 $\frac{1}{1998}+\frac{2}{1998}+\frac{3}{1998}+\frac{4}{1998}+\cdots+\frac{1998}{1998}$

$=\frac{1+2+3+4+\cdots+1998}{1998}$

$=\frac{(1+1998)\times 1998\div 2}{1998}$

$=999.5$

【诀窍】 对于分数等差数列求和，计算时首先要明确这个数列是不是等差数列，再确定数列首项、末项和项数，最后依据等差数列求和公式 $S=\frac{(a_1+a_n)\times n}{2}$ 进行计算。

反三 好题精练

❶ 计算：$\frac{1}{1997}+\frac{2}{1997}+\frac{3}{1997}+\frac{4}{1997}+\cdots+\frac{1996}{1997}$

❷ 计算：$\frac{1}{49}+\frac{2}{49}+\frac{3}{49}+\frac{4}{49}+\cdots+\frac{47}{49}+\frac{48}{49}+\frac{47}{49}+\frac{46}{49}+\cdots+\frac{1}{49}$

❸ 计算：$(1+\frac{1}{97})+(2+\frac{1}{97}\times 2)+(3+\frac{1}{97}\times 3)+\cdots+(96+\frac{1}{97}\times 96)+(97+\frac{1}{97}\times 97)$

2 分数等比数列求和

像$\frac{1}{3}$、$\frac{1}{3^2}$、$\frac{1}{3^3}$、$\frac{1}{3^4}$、…、$\frac{1}{3^{10}}$这样后项与前项的比都相等的数列称为等比数列。这个数列的首项为$\frac{1}{3}$，末项为$\frac{1}{3^{10}}$，项数为10项，公比为$\frac{1}{3}$。计算和时可依据等比数列求和公式求得和。a为首项，n为项数，q为公比。$S_n=\frac{a(1-q^n)}{1-q}(q\neq1)$

举一 典型题例

【例题】 计算：$2\frac{1}{3}+4\frac{1}{9}+6\frac{1}{27}+8\frac{1}{81}+10\frac{1}{243}+12\frac{1}{729}$

【思路】 求和式中每一项都可分拆成整数与真分数的和。$2\frac{1}{3}=2+\frac{1}{3}$，$4\frac{1}{9}=4+\frac{1}{9}$，…这样可把整数相加用等差数列求和的方法求得和，分数相加用等比数列求和的方法求得，最后把它们合起来。

【详解】 原式$=(2+\frac{1}{3})+(4+\frac{1}{9})+(6+\frac{1}{27})+\cdots+(12+\frac{1}{729})$

$$=(2+4+6+\cdots+12)+(\frac{1}{3}+\frac{1}{9}+\frac{1}{27}+\cdots+\frac{1}{729})$$

$$=(2+12)\times6\div2+\frac{\frac{1}{3}\times(1-\frac{1}{729})}{1-\frac{1}{3}}=42+\frac{364}{729}=42\frac{364}{729}$$

【诀窍】 等比数列求和有时会与等差数列混淆，计算时要认真观察数列特点，计算出是公差相等，还是公比相等？再选择相应的公式正确计算。

反三 好题精练

❶ 计算：$\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{16}+\frac{1}{32}+\frac{1}{64}+\frac{1}{128}+\frac{1}{256}+\frac{1}{512}+\frac{1}{1024}$

❷ 计算：$1+\frac{1}{3}+\frac{1}{9}+\frac{1}{27}+\frac{1}{81}+\frac{1}{243}+\frac{1}{729}$

❸ 计算：$2\frac{1}{2}+5\frac{1}{4}+8\frac{1}{8}+11\frac{1}{16}+14\frac{1}{32}+17\frac{1}{64}+20\frac{1}{128}+23\frac{1}{256}$

运用定律简算分数 3

[分数四则混合运算中，既要按照四则运算的顺序进行计算，同时又要依据数据的特点，灵活运用加法、乘法的运算定律使计算简便合理。]

举一 典型题例

【例题】 计算：$(4.85\div\frac{5}{18}-3.6+6.15\times3\frac{3}{5})\times(1-\frac{8}{9})$

【思路】 观察发现，$4.85\div\frac{5}{18}$可转化为$4.85\times3\frac{3}{5}$，于是把前面括号里的式子除法转化为乘法，分数转化为小数，我们就可以发现其中有一个因数3.6是相同的，这样可以运用乘法分配律进行简便计算。

【详解】 原式$=(4.85\times3.6-3.6+6.15\times3.6)\times\frac{1}{9}$

$=[3.6\times(4.85-1+6.15)]\times\frac{1}{9}$

$=36\times\frac{1}{9}$

$=4$

【诀窍】 在进行分数四则运算时，对于乘法中有一个因数相等(或通过变形相等)时，一定要认真观察另一个因数特点，看能否运用乘法分配律进行简便计算，从而提高计算的速度。

反三 好题精练

❶ 计算：$\frac{1}{4}\times(3.73\div1.75+6.27\times\frac{4}{7})$

❷ 计算：$1\frac{4}{17}\times(2\frac{2}{3}-\frac{3}{4})+17\frac{11}{12}\div\frac{17}{21}$

❸ 计算：(1) $139\times\frac{137}{138}+137\times1\frac{1}{138}$ (2) $14\times\frac{3}{7}+0.65\div1\frac{5}{8}-\frac{2}{7}\times14+\frac{5}{13}\times\frac{13}{20}$

4 拆数法简算分数

对于求两个乘积的和的算式，有时乍看起来似乎不可简便计算，但通过仔细观察、研究每个乘式中两个因数的数据特点，可以通过把其中一个数分拆出一个与前一算式中相同的因数来，运用乘法分配律进行简便计算。

举一 典型题例

【例题】 计算：$3\frac{3}{5}\times25\frac{2}{5}+37.9\times6\frac{2}{5}$

【思路】 我们注意观察$3\frac{3}{5}$和$6\frac{2}{5}$，因为它们的和为10。但是，只有当分别与它们相乘的另一个因数相同时，我们才能运用乘法分配律简算。因此，我们不难想到把37.9分拆成25.4（$25\frac{2}{5}$）与12.5两部分。当出现12.5与6.4相乘时，我们又可以将6.4看成8×0.8，这样计算就简便多了。

【详解】 原式$=3\frac{3}{5}\times25\frac{2}{5}+(25.4+12.5)\times6.4$

$=3.6\times25.4+25.4\times6.4+12.5\times6.4$

$=(3.6+6.4)\times25.4+12.5\times8\times0.8$

$=254+80$

$=334$

【诀窍】 拆数法简算时，通常两个乘式中有一对数正好可以凑成整十、整百数，这时可以考虑把另两个数中较大的数分拆为包含另一较小数的两个数的和，这时再运用乘法分配律进行简算。

反三 好题精练

❶ 计算：$84\frac{14}{19}\times1.375+105\frac{5}{19}\times0.9$

❷ 计算：$41.2\times8.1+11\times9\frac{1}{4}+53.7\times1.9$

❸ 计算：$455\times7\frac{3}{5}+111\div\frac{5}{96}+43.3\times76$

举一反三

约分法简算分数 5

把$\frac{48}{120}$约分同学们已很熟练了，运用约分方法对较复杂的分数计算有时可起到事半功倍的作用，对于分数的分子、分母中又含有运算的，我们可提取相同的因数进行约简，从而简便计算。

举一 典型题例

【例题】 计算：$\frac{1\times2\times3+3\times6\times9+7\times14\times21}{1\times3\times5+3\times9\times15+7\times21\times35}$

【思路】 若将分子、分母分别算出，再计算出最后结果，显得比较麻烦，但通过仔细审题发现仍有规律可循。因为$1\times2\times3=1^3\times1\times2\times3$；$3\times6\times9=3\times1\times3\times2\times3\times3=3^3\times1\times2\times3$；$7\times14\times21=7\times1\times7\times2\times7\times3=7^3\times1\times2\times3$；$1\times3\times5=1^3\times1\times3\times5$；$3\times9\times15=3^3\times1\times3\times5$；$7\times21\times35=7^3\times1\times3\times5$。这样可提取公因式进行约分来简算。

【详解】 原式$=\frac{1^3\times1\times2\times3+3^3\times1\times2\times3+7^3\times1\times2\times3}{1^3\times1\times3\times5+3^3\times1\times3\times5+7^3\times1\times3\times5}$

$=\frac{1\times2\times3\times(1^3+3^3+7^3)}{1\times3\times5\times(1^3+3^3+7^3)}$

$=\frac{1\times2\times3}{1\times3\times5}=\frac{2}{5}$

【诀窍】 约分法进行简算时，通常是观察寻找分数的分子、分母中含有哪一个相同的算式，或是通过变形得到一个相同的算式，再依据约分的方法进行约简，提高计算速度。

反三 好题精练

❶ 计算：$\frac{1\times2+2\times4+3\times6+4\times8}{2\times3+4\times6+6\times9+8\times12}$

❷ 计算：$\frac{1985+1987+1989+\cdots+1999}{1986+1988+1990+\cdots+2000}$

❸ 计算：$\frac{1991\times1992+1992\times1993+1991\times1993-2}{1+2+3+4+\cdots+1991+1992}$

奥数100类

6 设元法简算分数

在分数四则运算中，对于式子中几个分数的和多次出现参与运算的算式，我们可以运用设元法，把这几个分数的和用一个字母代替，再进行运算化简，直至达到最简捷的形式，再去求和，求结果。

举一 典型题例

【例题】 计算：$(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{5})\times(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4})-(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4})\times(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{5})$

【思路】 观察后发现，在求积运算的两个算式中，都包含有$\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}$。于是我们设 $A=\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}$来代换，并运用乘法分配律，可使计算化繁为简。若直接通分计算，显然十分繁琐。

【详解】 解：设 $A=\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}$，则

$$\begin{aligned}原式&=(A+\frac{1}{5})\times(1+A)-A\times(1+A+\frac{1}{5})\\&=A(1+A)+\frac{1}{5}(1+A)-A(1+A)-\frac{1}{5}A\\&=\frac{1}{5}+\frac{1}{5}A-\frac{1}{5}A=\frac{1}{5}\end{aligned}$$

【诀窍】 在四则运算中，多次出现连续几个分数的和，我们通常把这几个分数的和设为一个字母表示，让这个字母代替原分数进行运算化简，直至最简形式，再去求这几个分数的和(有时已消去)。

反三 好题精练

❶ 计算：$(2890+\frac{5}{6}+\frac{7}{8}+\frac{7}{10})\div(\frac{5}{6}+\frac{7}{8}+\frac{7}{10})$

❷ 计算：$(\frac{1}{5}+\frac{1}{7}+\frac{1}{9}+\frac{1}{11})\times(\frac{1}{7}+\frac{1}{9}+\frac{1}{11}+\frac{1}{13})-(\frac{1}{5}+\frac{1}{7}+\frac{1}{9}+\frac{1}{11}+\frac{1}{13})\times(\frac{1}{7}+\frac{1}{9}+\frac{1}{11})$

❸ 计算：$(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{1999})\times(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{2000})-(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{2000})\times(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{1999})$

举一反三 7
裂项法简算分数(一)

像$\frac{1}{2\times3}$、$\frac{1}{3\times4}$这样一些分数,其分子相同、分母有规律的排列的一列数求和时,我们可以把$\frac{1}{2\times3}$裂项为$\frac{1}{2}-\frac{1}{3}$,$\frac{1}{3\times4}$裂项为$\frac{1}{3}-\frac{1}{4}$。把一个分数拆成两个分数相减的形式,这就是裂项法。裂项法简算一列分数之和既简便又迅速。

举一 典型题例

【例题】 计算:$\frac{1}{1\times2}+\frac{1}{2\times3}+\frac{1}{3\times4}+\cdots+\frac{1}{49\times50}$

【思路】 这道题中加数很多,共有 49 个。如果先通分,后计算,公分母肯定非常大。这是非常麻烦且不切实际的。

因为$\frac{1}{2\times3}=\frac{1}{2}-\frac{1}{3}$,$\frac{1}{3\times4}=\frac{1}{3}-\frac{1}{4}$…这样裂项后可使其中两个数前后抵消,从而使计算过程简便。

【详解】 $\frac{1}{1\times2}+\frac{1}{2\times3}+\frac{1}{3\times4}+\cdots+\frac{1}{49\times50}$

$=(\frac{1}{1}-\frac{1}{2})+(\frac{1}{2}-\frac{1}{3})+(\frac{1}{3}-\frac{1}{4})+\cdots+(\frac{1}{49}-\frac{1}{50})$

$=1-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\cdots+\frac{1}{49}-\frac{1}{50}$

$=1-\frac{1}{50}=\frac{49}{50}$

【诀窍】 分数的分子相同,分母是两个连续的自然数的乘积,这样的一系列分数求和时,我们依据裂项的公式:$\frac{1}{a\times b}=(\frac{1}{a}-\frac{1}{b})\times\frac{1}{b-a}$。把一个数裂项为两个分数求差,然后前后抵消求得和,这就是裂项法计算的基本思路。

反三 好题精练

❶ 计算:$\frac{1}{1\times2}+\frac{1}{2\times3}+\frac{1}{3\times4}+\cdots+\frac{1}{98\times99}+\frac{1}{99\times100}$

❷ 计算:$1\frac{1}{2}+2\frac{1}{6}+3\frac{1}{12}+4\frac{1}{20}+5\frac{1}{30}+6\frac{1}{42}+7\frac{1}{56}+8\frac{1}{72}+9\frac{1}{90}$

❸ 计算:$\frac{1}{5\times8}+\frac{1}{8\times11}+\frac{1}{11\times14}+\cdots+\frac{1}{95\times98}+\frac{1}{98\times101}$

8 裂项法简算分数(二)

对于分子相同分母为三个连续自然数相乘的分数，运用裂项法计算时，首先将它们裂项分为分母是两个连续自然数相乘的形式，再依据前面所学进行简化，并计算。

举一 典型题例

【例题】 计算：$\frac{1}{1\times2\times3}+\frac{1}{2\times3\times4}+\cdots+\frac{1}{8\times9\times10}+\frac{1}{9\times10\times11}$

【思路】 这道题与前面例题有相似之处，很容易想到把题中的每个加数分解成两个分数之差，并且前一个数的减数与后一个数的被减数相同，这样可以前后抵消、化繁为简。

因为$\frac{1}{1\times2\times3}=(\frac{1}{1\times2}-\frac{1}{2\times3})\times\frac{1}{2}$　$\frac{1}{2\times3\times4}=(\frac{1}{2\times3}-\frac{1}{3\times4})\times\frac{1}{2}$　…

这样就达到了裂项简算的目的。

【详解】 $\frac{1}{1\times2\times3}+\frac{1}{2\times3\times4}+\cdots+\frac{1}{8\times9\times10}+\frac{1}{9\times10\times11}$

$=(\frac{1}{1\times2}-\frac{1}{2\times3})\times\frac{1}{2}+(\frac{1}{2\times3}-\frac{1}{3\times4})\times\frac{1}{2}+\cdots+(\frac{1}{8\times9}-\frac{1}{9\times10})\times\frac{1}{2}+(\frac{1}{9\times10}-\frac{1}{10\times11})\times\frac{1}{2}$

$=\frac{1}{2}\times(\frac{1}{1\times2}-\frac{1}{2\times3}+\frac{1}{2\times3}-\frac{1}{3\times4}+\cdots+\frac{1}{8\times9}-\frac{1}{9\times10}+\frac{1}{9\times10}-\frac{1}{10\times11})$

$=\frac{1}{2}\times(\frac{1}{1\times2}-\frac{1}{10\times11})=\frac{27}{110}$

【诀窍】 分母是三个连续自然数 a,b,c 的乘积时(且 $a<b<c$)，我们通常先把它们裂项为分母是两个连续自然数的乘积的形式：$\frac{1}{a\times b\times c}=(\frac{1}{a\times b}-\frac{1}{b\times c})\times\frac{1}{2}$。

这样前一个数的减数与后一个数的被减数相同，可以抵消，从而简算。

反三 好题精练

❶ 计算：$\frac{1}{2\times3\times4}+\frac{1}{3\times4\times5}+\cdots+\frac{1}{8\times9\times10}$

❷ 计算：$\frac{2}{1\times2\times3}+\frac{2}{2\times3\times4}+\frac{2}{3\times4\times5}+\cdots+\frac{2}{28\times29\times30}$

❸ 计算：$1+\frac{1}{1+2}+\frac{1}{1+2+3}+\frac{1}{1+2+3+4}+\cdots+\frac{1}{1+2+3+\cdots+100}$

繁分数化简 9

两个分数相除或分子与分母中又含有分数或四则混合运算的称为繁分数。它是一种特殊的分数，通常无法直接运用运算定律和运算性质进行计算，运算过程就是化简过程，即把繁分数化成最简分数。

举一 典型题例

【例题】 计算：$\dfrac{1\frac{3}{8}+\frac{2}{3}\times 1\frac{1}{14}}{(4\frac{1}{12}+3.625)\div 20\frac{5}{9}}$

【思路】 繁分数的化简需要扎实的基本功。这里可以分别对分子、分母化简，写成乘积的形式，便于约分。也可计算出分子与分母，再用分子除以分母得到结果。

【详解】 分子 $=1\frac{3}{8}+\frac{2}{3}\times\frac{15}{14}=1\frac{3}{8}+\frac{5}{7}=\frac{117}{56}$

分母 $=(4\frac{1}{12}+3\frac{5}{8})\div\frac{185}{9}=\frac{185}{24}\times\frac{9}{185}=\frac{3}{8}$

所以原式 $=\frac{117}{56}\div\frac{3}{8}=\frac{117}{56}\times\frac{8}{3}=5\frac{4}{7}$

【诀窍】 化简时，用较长的分数线分出分子部分和分母部分，再分别计算出繁分数的分子部分和分母部分的结果，然后用分子部分除以分母部分，求出结果。当然，我们还可以利用分数的基本性质，先消去分母部分分数的分母，再求出结果。

反三 好题精练

❶ 计算：$\dfrac{987\times 655-321}{666+987\times 654}$

❷ 计算：$\dfrac{2\frac{2}{3}\times(1\frac{7}{8}-\frac{5}{6})}{3\frac{1}{4}\div(\square+1\frac{5}{6})}=2\frac{17}{54}$　　$\square=?$

❸ 计算：$\dfrac{9}{\frac{1}{20}+\frac{1}{60}+\frac{1}{120}+\frac{1}{200}+\cdots+\frac{1}{900}}$