

 **牵手名校名师**

2007

高考总复习

学生用书

3+X

高考数学一本通

◆ 丛书主编 蔡建民
本册主编 施 储 马茂年

- ★ 按最新《考试大纲》《考试说明》编写
- ★ 浙江省一线特级、高级教师联袂编著审定
- ★ 分单元、按课时编撰，题量丰富，配备教师用书
- ★ 高考总复习用书，面向不同层次的考生



ZHEJIANG UNIVERSITY PRESS

浙江大學出版社

学生用书

牵手名校名师

3+X 高考数学 一本通

总主编 蔡建民

本册主编 施 储 马茂年

副主编 施雪云 蔡小雄

撰稿 (以姓氏笔画为序)

王增斌 马茂年 李学军

叶加群 孙惠华 陈 洁

余新耀 洪永铄 胡克元

柯少华 黄宗巧 施 储

闻 杰 鲁鹤鸣 楼肇庆

蔡小雄

主审 杨友淳 夏国良

副主审 叶宝华 周巧亮 李 峰

审稿 (以姓氏笔画为序)

马德尧 罗剑虹 周宝忠

祝黎明 徐为基 曹关明

浙江大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

3+X 高考数学一本通/蔡建民主编. —杭州:

浙江大学出版社, 2003. 9

ISBN 7-308-03422-4

I. 3... II. 蔡... III. 数学课—高中—升学参考资料
IV. G634. 603

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2003)第 078900 号

责任编辑 杨晓鸣 冯其华

封面设计 刘依群

出版发行 浙江大学出版社

(杭州天目山路 148 号 邮政编码 310028)

(E-mail: zupress@mail. hz. zj. cn)

(网址: <http://www.zjupress.com>)

排 版 浙江大学出版社电脑排版中心

印 刷 金华市科教彩印厂

开 本 889mm×1194mm 1/16

印 张 29.25

字 数 1000 千

版 次 2003 年 9 月第 1 版 2006 年 6 月第 3 次印刷

书 号 ISBN 7-308-03422-4/G·628

定 价 35.00 元

牵手名校名师
3+X 高考一本通
总 编 委

●丛书编委会成员：

- 蔡建民 本丛书总主编、浙江省特级教师、浙江省教育厅教研室
沈松勤 浙江大学人文学院教授
郑士明 浙江大学理学院教授
徐天琪 浙江大学法学院教授
蒋保纬 浙江大学编审、教授
施 储 《数学》主编、浙江省数学特级教师
顾 来 《生物》主编、浙江省生物特级教师
陈进前 《化学》主编、浙江省化学特级教师
韦国清 《物理》主审、浙江省物理特级教师
邱 锋 《英语》主编、浙江省英语特级教师
任关根 《英语》主编、杭州市教育局教研室
郑志湖 《物理》主编、浙江省物理功勋教师
常海东 《地理》主编、浙江省地理特级教师
张永谊 《语文》主编、浙江省语文特级教师
马茂年 《数学》主编、浙江省数学特级教师
李培明 《历史》主编、浙江省历史特级教师
陈征燕 《物理》主编、浙江省物理特级教师
李兆田 《政治》主编、浙江省政治特级教师
胡柏富 《政治》主编、浙江省政治特级教师
楼锡德 《政治》主编、浙江省政治特级教师
郑伟大 《地理》主编、浙江省地理特级教师
郭裕茂 《化学》主审、浙江省化学特级教师
杨友淳 《数学》主审、浙江省教育厅教研室

修 订 说 明

2007年版《牵手名校名师——3+X 高考一本通》系列丛书,以其鲜活的素材,准确的信息,新颖的体例,独特的风格,诗意翩翩地向我们走来。本书以最新《考试大纲》为依据,及时关注最新变化,权威预测高考趋势,全方位锁定高考考点,讲解、例释、练测三位于一体。内容全面细致,容量巨大,既抓住主干知识的重点、难点、热点,又不留知识死角。题型全面,题量充分,本例设计科学,构思奇巧。它可以带领你进入数学的殿堂,领略殿堂的美丽和奥秘,它可以使你增加更丰富的知识,掌握更熟练的方法和技巧,让它陪伴你走过高三的时时刻刻,让你在高考中取得更高的分数。

上篇 单元复习与随堂训练

【高考要求】 解读考纲,解决“考查方向”问题,读后使你学有方向,直奔目标,有的放矢,提高复习针对性。

【知识网络】 编织知识网络,凸现本讲的整体结构与考试要求,使学生形成对知识全局和整体的认识,便于最终灵活地迁移、转化和运用。

【复习建议】 简明扼要地说明本讲与考试大纲的联系,从高考层面提出本章内容的学习要求,以及复习中应达到的目标,授人以渔,事半功倍。

【链接考纲】 解读考点,解决“考查什么”的问题,知识点、能力点条分缕析,纲目分明,重点突出。读后使你知识在手,能力倍增,有胸有成竹之感。

【基础扫描】 梳理知识点,帮助学生熟练记忆、加深理解重要的基本概念、基本公式、基本规律,点技巧,点能力,点点精巧。

【范例剖析】 对高考试题中的一些新题、好题给出了巧妙的解答,对学生在基本要领基本理论知识的运用中容易迷惑、出错的内容,精选范例进行讨论,引导学生挖掘知识和习题中蕴含的思维方法和能力因素,让学生在实践分析提高,达到举一反三、触类旁通之效果。

【高点击】 解读考题,解决“怎样考查”问题,选择近年经典考题精讲细析,妙语点悟,读后使你把握高考脉搏。

【基础训练】 落实基础,解决“点点夯实”问题,低起点,重基础,灵活运用。

【能力训练】 再攀新高,精选中高难度题。通过训练,过关斩将,一路凯歌高奏,冲刺名牌高校。

下篇 考点联动测试与单元测试

这部分内容主要精心设计了每一讲的联动测试题和单元综合检测试题。主要针对高考重点内容进行考点和单元综合检测,突出了层次性、知识的网络性及能力训练的要求,便于教师进行统一测试。每道题都给出详细解答。其中:考点联动测试训练83个,单元测试14个。

考点联动测试 解决夯实基础,“扶正固本”问题,模仿真题、前沿题、创新题、热点题,题题精选,妙题争妍,梯度跟进,练习中使你如入知识画廊,乐此不疲。

单元测试 精选最新试题,突出“新、精、开放、应用、分层”五大特点,以夯实基础为重点,巩固所学知识、方法,检测复习效果。刷题海战术,荟全新思维,集方法谋略。

在本书的编写过程中,尽管各位作者尽心尽力,但难免有疏忽之处,敬请不吝批评指正。

编 者
2006年5月

前 言

普通高中的教师、学生如何领悟新高考的特点,在复习备考的冲刺阶段又如何运用正确的策略和方法,达到低耗高效,这将是把握机遇走向成功的关键。为此,我们组织浙江省对高考命题有突出研究的专家和名牌重点中学中长期担任高三教学的知名教师,按高考改革的新思路、课程改革的新理念、成功迎考的新策略的要求,在总结历年卓有成效的高复经验的基础上,编写了这套《牵手名校名师——3+X 高考一本通》丛书,以奉献给广大迎战高考的莘莘学子。

本丛书本着“一切为了学生,为了一切学生,为了学生一切”的宗旨,以教育部《考试大纲》为依据,结合浙江省高考自行命题的实际,以鲜活的素材,准确的信息,新颖的体例,独特的风格,为广大师生量身定制了这套高考第一轮复习用书。本丛书包括《语文》、《数学》、《英语》、《理科综合·物理》、《理科综合·化学》、《理科综合·生物》、《文科综合·政治》、《文科综合·历史》、《文科综合·地理》,共9个学科。丛书采用“1+1”的编写模式,每个学科原则上分上篇和下篇两部分,上篇为单元复习与随堂练习,下篇为单元测试与综合测试。同时在内容上分单元、按课时(或考点)进行编写,展示科学合理的复习过程。而且,配备教师用书,充分浓缩备课教案之精华,演绎课堂教学之神韵。这样做,有利于教师教学,也便于学生复习。

本丛书立足浙江,面向全国,适应高考的重大改革,体现了重心前移,打实基础,更新内容,调整难度,适合各校使用。其特点是:

1. 依据新教材,紧扣一个“纲”

紧扣《考试大纲》,根据教育部最新颁发的有关文件、各学科的课程标准、教学大纲和新教材,准确把握复习的要求和重点。

2. 题目新颖灵活,强调一个“精”

编者在命题设计中,根据多年追踪的高考命题走向,强调一个“精”字,即精选精析。所选题目均是高考实践中证明有针对性和实效的,具有新颖、灵活的特点。解题往往需要知识重组,能力迁移,充分体现了能力立意的要求。

3. 知能覆盖面广,突出一个“主干”

丛书内容涵盖了《考试大纲》中的全部内容。强调学生终身受用的基础知识、基本技能,以及探究性研究的要求,着重对主干知识和能力迁移作了精要的阐释,并点明考点和强化训练的关键点,以及相应的解题策略和技巧。

4. 综合科目复习,体现学科特色和融会贯通

综合能力测试的实质,在于促进学生融会贯通、综合运用所学知识,在“自主、合作、探索”的多元化学习方式中培养创新意识和实践能力。编者根据中学分科教学的实际,深入研究各学科的知识体系和学科间知识体系、能力、方法的结合点,系统地构建了理科综合和文科综合复习的内容和方法的整体框架,并

突出了“立足学科,突出特色,联系实际,开放创新”的复习策略。

5. 同步复习,强化训练,实用性强

本着贴近高考、贴近教学、贴近学生的原则,丛书从课堂教学实际出发,按课时(或考点)编写,同时配置了丰富的辅学资料与练习测试题,适应不同类型的学校 and 不同层次学生的需要,易于操作,实用高效。

参与本书编写和审稿的教师均为浙江省有影响的特级教师和高级教师。他们来自杭州高级中学、杭州二中、杭州学军中学、杭州外国语学校、杭州四中、杭州十四中、萧山中学、浙江建人(高复)专修学院、浙江春晖中学、宁波效实中学、宁波中学、镇海中学、绍兴一中、诸暨中学、金华一中、浙师大附中、东阳中学、义乌中学、嘉兴一中、湖州中学、温州一中、温州二中、天台中学、温岭中学、台州市第一中学以及浙江省教育厅教研室、杭州市教研室、宁波市教研室、温州市教研室、绍兴市教研室、嘉兴市教研室、金华市教研室、丽水市教研室等单位。对于他们的热情支持,在此表示衷心的感谢!

让丛书陪伴您走过高三的时时刻刻,祝贺您在高考中取得满意的成绩!

中国教育学会考试专业委员会副理事长

浙江省教育厅教研室特级教师 蔡建民

《牵手名校名师》总主编

2006年5月



目 录

上篇 单元复习与随堂练习

第一章 集合与简易逻辑	(1)
第1课时 集合的概念	(2)
第2课时 集合的运算	(4)
第3课时 含绝对值的不等式的解法	(6)
第4课时 一元二次不等式的解法	(8)
第5课时 简易逻辑	(11)
第6课时 充要条件	(14)
第二章 函 数	(17)
第7课时 映射与函数	(18)
第8课时 函数的定义域和值域	(20)
第9课时 函数的奇偶性	(22)
第10课时 函数的单调性	(25)
第11课时 反函数	(27)
第12课时 二次函数	(30)
第13课时 指数函数与对数函数	(32)
第14课时 函数的图像	(35)
第15课时 函数的最值	(38)
第16课时 函数的综合应用(1)	(41)
第17课时 函数的综合应用(2)	(44)
第三章 数 列	(47)
第18课时 数列的基本概念	(47)
第19课时 等差数列	(49)
第20课时 等比数列	(52)
第21课时 等差数列与等比数列的应用	(55)
第22课时 数列求和	(57)
第23课时 数列的综合应用	(60)

第四章 三角函数	(63)
第24课时 三角函数的基本概念	(64)
第25课时 同角三角函数的基本关系式及诱导公式	(66)
第26课时 两角和与差的三角函数	(69)
第27课时 三角函数的化简、求值和证明	(71)
第28课时 三角函数的图像	(74)
第29课时 三角函数的性质	(77)
第30课时 三角函数的最值问题	(79)
第五章 平面向量	(82)
第31课时 平面向量的概念	(83)
第32课时 平面向量的运算	(86)
第33课时 平面向量的坐标运算	(88)
第34课时 平面向量的数量积	(90)
第35课时 线段的定比分点和平移	(93)
第36课时 平面向量的应用	(95)
第37课时 解斜三角形	(98)
第六章 不等式	(102)
第38课时 不等式的概念和性质	(103)
第39课时 算术平均数与几何平均数	(105)
第40课时 不等式的证明(一)	(107)
第41课时 不等式的证明(二)	(109)
第42课时 不等式的解法	(112)
第43课时 含绝对值的不等式	(115)
第44课时 不等式的应用	(116)
第七章 直线和圆的方程	(120)
第45课时 直线方程	(121)
第46课时 两条直线的位置关系	(124)
第47课时 简单的线性规划	(126)



第 48 课时 曲线与方程	(129)	第 76 课时 正态分布与线性回归	(217)
第 49 课时 圆的方程	(131)	第十二章 极 限	(221)
第八章 圆锥曲线方程	(134)	第 77 课时 数学归纳法	(221)
第 50 课时 椭圆	(135)	第 78 课时 数列极限	(225)
第 51 课时 双曲线	(138)	第 79 课时 函数极限与函数连续	(227)
第 52 课时 抛物线	(143)	第 80 课时 极限的应用	(231)
第 53 课时 直线与圆锥曲线的位置关系	(146)	第十三章 导 数	(234)
第 54 课时 轨迹方程	(148)	第 81 课时 导数的概念与求导公式	(235)
第 55 课时 圆锥曲线综合应用	(151)	第 82 课时 导数的应用	(237)
第九章 直线、平面、简单几何体	(155)	第十四章 复 数	(241)
第 56 课时 平面、空间直线	(156)	第 83 课时 复数的有关概念及其运算	(241)
第 57 课时 直线与平面的平行和垂直	(159)		
第 58 课时 三垂线定理	(162)	下篇 考点联动测试与单元测试	
第 59 课时 平面与平面的平行和垂直	(166)	第一章 集合与简易逻辑	(244)
第 60 课时 空间的角	(169)	考点联动测试 1 集合的概念	(244)
第 61 课时 空间的距离	(172)	考点联动测试 2 集合的运算	(246)
第 62 课时 棱柱和棱锥	(176)	考点联动测试 3 含绝对值的不等式的解法	(248)
第 63 课时 多面体、欧拉公式与球	(179)		(248)
第 64 课时 空间向量及其运算	(182)	考点联动测试 4 一元二次不等式的解法	(250)
第 65 课时 空间问题的向量解法	(185)	考点联动测试 5 简易逻辑	(252)
第十章 排列、组合和概率	(189)	考点联动测试 6 充要条件	(254)
第 66 课时 分类计数原理与分步计数原理	(190)	单 元 测 试 一 集合与简易逻辑	(256)
.....	(190)	第二章 函 数	(258)
第 67 课时 排列与组合	(191)	考点联动测试 7 映射与函数	(258)
第 68 课时 排列与组合综合问题	(194)	考点联动测试 8 函数的定义域和值域	(260)
第 69 课时 二项式定理	(197)	考点联动测试 9 函数的奇偶性	(262)
第 70 课时 随机事件的概率	(199)	考点联动测试 10 函数的单调性	(264)
第 71 课时 互斥事件有一个发生的概率	(202)	考点联动测试 11 反函数	(266)
第 72 课时 相互独立事件同时发生的概率	(204)	考点联动测试 12 二次函数	(268)
.....	(204)	考点联动测试 13 指数函数与对数函数	(270)
第十一章 概率与统计	(207)	考点联动测试 14 函数的图像	(272)
第 73 课时 离散型随机变量的分布列	(207)	考点联动测试 15 函数的最值	(274)
第 74 课时 离散型随机变量的期望与方差	(210)	考点联动测试 16 函数的综合应用(1)	(276)
.....	(210)	考点联动测试 17 函数的综合应用(2)	(278)
第 75 课时 抽样方法、总体分布的估计	(213)		

单元测试二 函数	(280)	考点联动测试 41 不等式的证明(二)	(334)
第三章 数 列	(282)	考点联动测试 42 不等式的解法	(336)
考点联动测试 18 数列的基本概念	(282)	考点联动测试 43 含绝对值的不等式	(338)
考点联动测试 19 等差数列	(284)	考点联动测试 44 不等式的应用	(340)
考点联动测试 20 等比数列	(286)	单元测试六 不等式	(342)
考点联动测试 21 等差数列与等比数列的应用	(288)	第七章 直线和圆的方程	(344)
考点联动测试 22 数列求和	(290)	考点联动测试 45 直线的方程	(344)
考点联动测试 23 数列的综合应用	(292)	考点联动测试 46 两条直线的位置关系	(346)
单元测试三 数列	(294)	考点联动测试 47 简单的线性规划	(348)
第四章 三角函数	(296)	考点联动测试 48 曲线与方程	(350)
考点联动测试 24 三角函数的基本概念	(296)	考点联动测试 49 圆的方程	(352)
考点联动测试 25 同角三角函数的基本关系式及诱导公式	(298)	单元测试七 直线和圆的方程	(354)
考点联动测试 26 两角和与差的三角函数	(300)	第八章 圆锥曲线方程	(356)
考点联动测试 27 三角函数的化简、求值和证明	(302)	考点联动测试 50 椭圆	(356)
考点联动测试 28 三角函数的图像	(304)	考点联动测试 51 双曲线	(358)
考点联动测试 29 三角函数的性质	(306)	考点联动测试 52 抛物线	(360)
考点联动测试 30 三角函数的最值问题	(308)	考点联动测试 53 直线与圆锥曲线的位置关系	(362)
单元测试四 三角函数	(310)	考点联动测试 54 轨迹方程	(364)
第五章 平面向量	(312)	考点联动测试 55 圆锥曲线综合应用	(366)
考点联动测试 31 平面向量的概念	(312)	单元测试八 圆锥曲线方程	(368)
考点联动测试 32 平面向量的运算	(314)	第九章 直线、平面、简单几何体	(370)
考点联动测试 33 平面向量的坐标运算	(316)	考点联动测试 56 平面、空间直线	(370)
考点联动测试 34 平面向量的数量积	(318)	考点联动测试 57 直线与平面的平行和垂直	(372)
考点联动测试 35 线段的定比分点和平移	(320)	考点联动测试 58 三垂线定理	(374)
考点联动测试 35 平面向量的应用	(322)	考点联动测试 59 平面与平面的平行和垂直	(376)
考点联动测试 37 解斜三角形	(324)	考点联动测试 60 空间的角	(378)
单元测试五 平面向量	(326)	考点联动测试 61 空间的距离	(380)
第六章 不等式	(328)	考点联动测试 62 棱柱和棱锥	(382)
考点联动测试 38 不等式的概念和性质	(328)	考点联动测试 63 多面体、欧拉公式与球	(384)
考点联动测试 39 算术平均数与几何平均数	(330)	考点联动测试 64 空间向量及其运算	(386)
考点联动测试 40 不等式的证明(一)	(332)	考点联动测试 65 空间问题的向量解法	(388)
		单元测试九 直线、平面、简单几何体	(390)



第十章 排列、组合和概率	(392)	考点联动测试 76 正态分布与线性回归	(414)
考点联动测试 66 分类计数原理与分步计数原理	(392)	单元测试十一 概率与统计	(416)
考点联动测试 67 排列与组合	(394)	第十二章 极限	(418)
考点联动测试 68 排列与组合综合问题	(396)	考点联动测试 77 数学归纳法	(418)
考点联动测试 69 二项式定理	(398)	考点联动测试 78 数列极限	(420)
考点联动测试 70 随机事件的概率	(400)	考点联动测试 79 函数极限与函数连续	(422)
考点联动测试 71 互斥事件有一个发生的概率	(402)	考点联动测试 80 极限的应用	(424)
考点联动测试 72 相互独立事件同时发生的概率	(404)	单元测试十二 极限	(426)
单元测试十 排列、组合和概率	(406)	第十三章 导数	(428)
第十一章 概率与统计	(408)	考点联动测试 81 导数的概念与求导公式	(428)
考点联动测试 73 离散型随机变量的分布列	(408)	考点联动测试 82 导数的应用	(430)
考点联动测试 74 离散型随机变量的期望与方差	(410)	单元测试十三 导数	(432)
考点联动测试 75 抽样方法、总体分布的估计	(412)	第十四章 复数	(434)
		考点联动测试 83 复数的有关概念及其运算	(434)
		单元测试十四 复数	(436)
		参考答案	(438)



上篇 单元复习与随堂练习

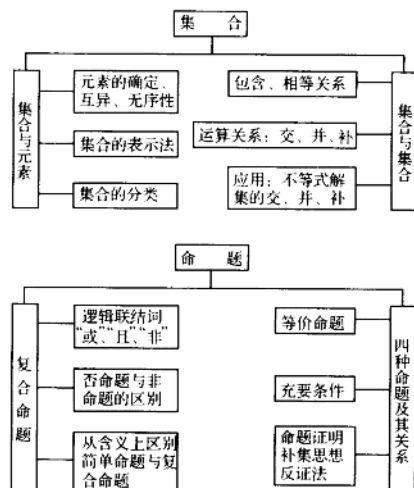


第一章 集合与简易逻辑

高考要求

1. 理解集合、子集、补集、交集、并集的概念,了解空集和全集的意义,了解属于、包含、相等关系的意义,掌握有关的术语和符号,并会用它们正确表示一些简单的集合.
2. 理解逻辑联结词“或”、“且”、“非”的含义,理解四种命题及相互关系,掌握充分条件、必要条件及充要条件的意义.

知识网络



复习建议

1. 复习集合的概念与运算,应首先掌握好集合的有关基础知识,其次,解答集合问题必须认清集合中元素的本质属性,并掌握各类集合题型的求解方法.
2. 理解逻辑联结词“或”、“且”、“非”的数学定义是应用的前提,掌握好复合命题真值表是正确判断命题的真假的关键,注意区分否命题与命题的否定二者的差异,防止思维混乱.
3. 充要条件的判定必须坚持“双向考查”的原则.
4. 重视数学思想方法的复习,本章运用的主要数学思想方法有数形结合思想、分类讨论思想、函数方程思想、等价转化思想、配方法、反证法等.



第 1 课时 集合的概念

链接考纲

1. 理解集合、子集、交集、并集、补集的概念；了解空集和全集的意义；了解属于、包含、相等关系的意义，掌握有关术语和符号，并会用它们正确地表示一些简单的集合。

2. 高考对集合概念考查有两种主要方式：一是直接考查集合概念；二是以集合为工具考查语言和集合思想的运用，小题目综合是这部分内容的一种命题趋势。

基础扫描

一、集合的有关概念

1. 由某些指定的对象集在一起就成为一个集合。

集合中的每个对象叫这个集合的元素，集合的元素常见的是数、点等。

2. 集合中元素的性质有

①确定性；②互异性；③无序性。

3. 集合的表示法有

①列举法；②描述法；③图示法（文氏图）。

4. 集合的分类

①有限集；②无限集。

5. 常见数集

$\mathbf{N}$ 自然数集、 $\mathbf{N}^+$ 正整数集、 $\mathbf{Z}$ 整数集、 $\mathbf{Q}$ 有理数集、 $\mathbf{R}$ 实数集。

二、集合的基本关系

1. 表示元素和集合之间的关系，有属于“ $\in$ ”和不属于“ $\notin$ ”两种情形。

2. 表示集合与集合之间的关系

(1) 包含关系

①子集：如果 $a \in A \Rightarrow a \in B$ ，则集合 A 是集合 B 的子集，记为 $A \subseteq B$ ，或 $B \supseteq A$ 。显然 $A \subseteq A$ ， $\emptyset \subseteq A$ 。

②全集：如果集合 S 含有我们所研究的各个集合的全部元素，这个集合就可以看作一个全集。全集通常用 U 表示。

(2) 相等关系

对于两个集合 A, B ，如果 $A \subseteq B$ ，同时 $B \subseteq A$ ，那么集合 A, B 相等，记作 $A = B$ 。

(3) 真子集关系：对于两个集合 A 与 B ，若 $A \subseteq B$ ，且 $A \neq B$ ，则集合 A 是集合 B 的真子集，记作 $A \subset B$ 或 $B \supset A$ 。

(4) 不包含关系：用 $\not\subseteq$ 表示。

三、空集的基本性质

1. 空集 $\emptyset$ 是指不含任何元素的集合，它是任何一个集合的子集，是任何一个非空集合的真子集。

2. 集合 $\{\emptyset\}$ 不是空集： $\emptyset \in \{\emptyset\}$ ， $\emptyset \subseteq \{\emptyset\}$ ， $\emptyset \subset \{\emptyset\}$ 。

三种表示法都是对的。

四、集合的基本结论

1. 若 $A \subseteq B$ ， $B \subseteq C$ ，则 $A \subseteq C$ 。

若 $A \subseteq B$ ， $B \subsetneq C$ ，则 $A \subseteq C$ 。

2. 若有限集 A 中有 n 个元素，则 A 的子集个数有 2^n 个；非空子集个数有 $2^n - 1$ 个；真子集有 $2^n - 1$ 个。

范例剖析

【例 1】若集合 $S = \{x \in \mathbf{Z} \mid \frac{8}{x-1} \in \mathbf{N}^+\}$ ，用列举法表示出集合 S 。

【解析】由题意得 $x-1$ 为 1, 2, 4, 8，

所以 $x = 2, 3, 5, 9$ ，故 $S = \{2, 3, 5, 9\}$ 。

【例 2】已知 $A = \{0, 1\}$ 且 $B = \{x \mid x \subseteq A\}$ ，求 B 。

【分析】 x 是 A 的子集，因而 A 的子集都是 B 的元素。

【解析】集合 A 的子集共有 4 个，它们分别是： $\emptyset$ ， $\{0\}$ ， $\{1\}$ ， $\{0, 1\}$ 。

由题意可知 $B = \{\emptyset, \{0\}, \{1\}, \{0, 1\}\}$ 。

【评析】集合的元素因为研究的对象不同，可以是数、式、人、物等，也可以是集合。

【例 3】已知 A, B, M, N 为非空集合， $A \cap B = \emptyset$ ， $M = \{A \text{ 的真子集}\}$ ， $N = \{B \text{ 的真子集}\}$ ，则 $M \cap N = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

【答案】 $\{\emptyset\}$ 。

【解析】 $M = \{A \text{ 的真子集}\} = \{\emptyset\} \cup \{A \text{ 的非空真子集}\}$ ， $N = \{B \text{ 的真子集}\} = \{\emptyset\} \cup \{B \text{ 的非空真子集}\}$ 。

因为 $A \cap B = \emptyset$ ， A 的非空真子集与 B 的非空真子集没有相等的，

所以 $M \cap N = \{\emptyset\}$ 。

【例 4】若集合 $\{x \in \mathbf{R} \mid x^2 + px + 1 = 0\}$ 至少含有一个元素，求实数 p 的取值范围。

【解析】集合至少含有一个元素，也就是方程 $x^2 + px + 1 = 0$ 至少有一个根，

所以 $\Delta = p^2 - 4 \geq 0$ ，解得 $p \geq 2$ 或 $p \leq -2$ 。

所以实数 p 的取值范围是 $\{p \mid p \geq 2 \text{ 或 } p \leq -2\}$ 。

【例 5】设 $A = \{a, \frac{b}{a}, 1\}$ ， $B = \{a^2, a+b, 0\}$ ，若 $A = B$ ，求 $a^{2006} + b^{2007}$ 的值。

【解析】因为 $A = B$ ，所以 $0 \in A$ 。

又 $a \neq 0$ ，所以 $\frac{b}{a} = 0$ ，得 $b = 0$ 。

将 $b = 0$ 代入 A, B 得 $\{a, 0, 1\} = \{a^2, a, 0\}$ ，

从而有 $1 \in \{a^2, a, 0\}$ 。



由集合性质知, $a \neq 1$, 所以 $a^2 = 1$.

得 $a = 1$ (舍去) 或 $a = -1$.

此时 $A = \{-1, 0, 1\}$, $B = \{1, -1, 0\}$.

满足题设, 所以 $a = -1, b = 0$.

故 $a^{2006} + b^{2007} = 1$.

【评析】 本题的突破口是根据集合中元素的性质找到特殊元素 0, 1, 从而简化问题的求解.

【例 6】 设集合 $A = \{x | x^2 - 3x + 2 = 0\}$, $B = \{x | x^2 - mx + 2 = 0\}$, 若 $B \subseteq A$, 求实数 m 的值组成的集合.

【解析】 由 $B \subseteq A$, 故 B 有三种可能: (1) $B = \emptyset$, (2) $B = A$, (3) $B \subsetneq A$, 据此三种情形利用方程的判别式求出 m .

$A = \{x | x^2 - 3x + 2 = 0\} = \{1, 2\}$.

(1) 若 $B = \emptyset$, 则 $x^2 - mx + 2 = 0, \Delta < 0$,

所以 $-2\sqrt{2} < m < 2\sqrt{2}$.

(2) 若 $B = A$, 则 1, 2 是 $x^2 - mx + 2 = 0$ 的两个解, 所以 $m = 3$.

(3) 若 $B \subsetneq A$, 则集合 B 为单元素集, 故方程

$x^2 - mx + 2 = 0$ 有相等的根.

所以 $\Delta = m^2 - 8 = 0$, 解得 $m = \pm 2\sqrt{2}$, 此时

$B = \{-\sqrt{2}\}$ 或 $B = \{\sqrt{2}\}$, 不满足 $B \subseteq A$, 舍去.

所以 m 的值组成的集合是 $\{m | -2\sqrt{2} < m < 2\sqrt{2}, \text{ 或 } m = 3\}$.

高考点击

【例 7】 设 I 为全集, S_1, S_2, S_3 是 I 的三个非空子集且 $S_1 \cup S_2 \cup S_3 = I$, 则下列论断正确的是

- ()
- A. $\complement_I S_1 \cap (S_2 \cup S_3) = \emptyset$
 B. $S_1 \subseteq (\complement_I S_2 \cap \complement_I S_3)$
 C. $\complement_I S_1 \cap \complement_I S_2 \cap \complement_I S_3 = \emptyset$
 D. $S_1 \subseteq (\complement_I S_2 \cup \complement_I S_3)$

【解析】 运用集合的运算律或文氏图, 或特值法, 均可解决本问题.

【答案】 C

【解法一】 $\because S_1 \cup S_2 \cup S_3 = I$,

$\therefore \complement_I (S_1 \cup S_2 \cup S_3) = \complement_I I = \emptyset$.

$\therefore \complement_I S_1 \cap \complement_I S_2 \cap \complement_I S_3 = \emptyset$.

故选 C.

【解法二】 利用文氏图可得到结论 C

【解法三】 (特值法) 令 $S_1 = \{0\}$, $S_2 = \{1, 3, 5\}$, $S_3 = \{2, 4, 6\}$, $I = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, 可得到结论 C.

基础自测

1. 设集合 $P = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $Q = \{x \in \mathbf{R} | 2 \leq x \leq 6\}$, 那么下列结论正确的是

- ()
- A. $P \cap Q = P$ B. $P \cap Q = Q$

C. $P \cup Q = Q$

D. $P \cap Q = P$

2. 设集合 $P = \{1, 2, 3, 4\}$, $Q = \{x | |x| \leq 2, x \in \mathbf{R}\}$, 则 $P \cap Q$ 等于

- ()
- A. $\{1, 2\}$ B. $\{3, 4\}$
 C. $\{1\}$ D. $\{-2, -1, 0, 1, 2\}$

3. 若 $U = \{1, 2, 3, 4\}$, $M = \{1, 2\}$, $N = \{2, 3\}$, 则 $\complement_U (M \cup N)$ 等于

- ()
- A. $\{1, 2, 3\}$ B. $\{2\}$ C. $\{1, 3, 4\}$ D. $\{4\}$

4. 设 $A = \{x | x = \sqrt{5k+1}, k \in \mathbf{N}\}$, $B = \{x | x \leq 6, x \in \mathbf{Q}\}$, 则 $A \cap B$ 等于

- ()
- A. $\{1, 4\}$ B. $\{1, 6\}$
 C. $\{4, 6\}$ D. $\{1, 4, 6\}$

5. 设 $A = \{x | 1 < x < 2\}$, $B = \{x | x < a\}$, 若 $A \subseteq B$, 则 a 的取值范围是

- ()
- A. $[2, +\infty)$ B. $(-\infty, 1)$
 C. $[1, +\infty)$ D. $(-\infty, 2)$

6. 集合 $M = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 的非空真子集的个数是

- ()
- A. 32 个 B. 31 个 C. 30 个 D. 16 个

7. 已知集合 $P = \{x | x = n, n \in \mathbf{Z}\}$, $Q = \{x | x = \frac{n}{2}, n \in \mathbf{Z}\}$, $R = \{x | x = \frac{1}{4}n, n \in \mathbf{Z}\}$, 则下列正确的是

- ()
- A. $Q \subsetneq P$ B. $R \subsetneq Q$
 C. $P \subsetneq Q \subsetneq R$ D. $R \subsetneq Q$

8. 设 $f(n) = 2n + 1 (n \in \mathbf{N})$, $P = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $Q = \{3, 4, 5, 6, 7\}$. 记 $\hat{P} = \{n \in \mathbf{N} | f(n) \in P\}$, $\hat{Q} = \{n \in \mathbf{N} | f(n) \in Q\}$, 则 $(\hat{P} \cap \complement_{\mathbf{N}} \hat{Q}) \cup (\complement_{\mathbf{N}} \hat{P} \cap \hat{Q})$ 等于

- ()
- A. $\{0, 3\}$ B. $\{1, 2\}$
 C. $\{3, 4, 5\}$ D. $\{1, 2, 6, 7\}$

能力训练

1. 设集合 $A = \{x | x < \sqrt{3} + \sqrt{6}\}$, $x = 2 + \sqrt{5}$, 则下列关系中正确的是

- ()
- A. $x \in A$ B. $x \notin A$
 C. $\{x\} \in A$ D. $\{x\} \subseteq A$

2. 已知集合 $A = \{x \in \mathbf{R} | ax^2 - 3x + 2 = 0, a \in \mathbf{R}\}$, 若 A 中元素至多有 1 个, 求实数 a 的取值范围.

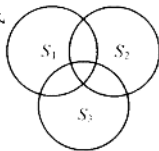
3. 设 $A = \{x | x^2 - 8x + 15 = 0\}$, $B = \{x | ax - 1 = 0\}$, 若 $B \subseteq A$, 求实数 a 组成的集合的子集有几个?

4. 已知集合 $A = \{x | y = \sqrt{15 - 2x - x^2}\}$ 与 $B = \{y | y = a - 2x - x^2\}$, 若 $A \subseteq B$, 求实数 a 的取值范围.

5. 已知集合 $M = \{a, a + d, a + 2d\}$, $N = \{a, aq, aq^2\}$, 若 $M = N$, 求 q .

6. 已知集合 $A = \{x | x^2 - 3x - 10 \geq 0\}$, $B = \{x | m + 1 \leq x \leq 2m - 1\}$. 若 $B \subseteq A$, 求实数 m 的取值范围.

7. 设 $f(x) = x^2 + px + q$, $A = \{x | x = f(x)\}$,





$$B = \{x | f[f(x)] = x\},$$

(1) 求证: $A \subseteq B$;

(2) 如果 $A = \{-1, 3\}$, 求 B .

8. 设 M 是满足下列两个条件的函数 $f(x)$ 的集合.

(1) $f(x)$ 的定义域为 $[-1, 1]$;

(2) 若 $x_1, x_2 \in [-1, 1]$, 则 $|f(x_1) - f(x_2)| \leq 4|x_1 - x_2|$.

试问: 定义在 $[-1, 1]$ 上的函数 $g(x) = x^2 + 2x - 1$ 是否属于集合 M ? 并说明理由.

第 2 课时 集合的运算

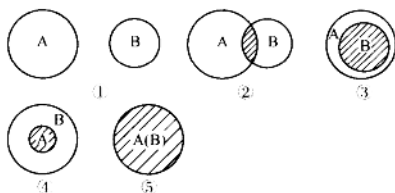
链接考纲

理解交集、并集、全集、补集的概念, 掌握集合的运算性质, 能利用数轴或文氏图进行集合的运算.

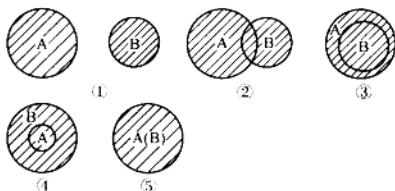
基础扫描

1. 集合运算的有关概念

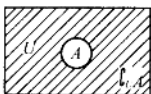
(1) 交集: $A \cap B = \{x | x \in A, \text{且 } x \in B\}$, 如图中阴影部分表示集合 A 与 B 的交集 $A \cap B$.



(2) 并集: $A \cup B = \{x | x \in A, \text{或 } x \in B\}$, 如图中阴影部分表示集合 A 与 B 的并集 $A \cup B$.



(3) 补集: 如果已知全集 U , 集合 $A \subseteq U$, 则 $\complement_U A = \{x | x \in U, \text{且 } x \notin A\}$, 如图



中阴影部分表示集合 A 在全集 U 中的补集 $\complement_U A$.

2. 常用的运算性质及一些重要结论

(1) $A \cap A = A, A \cap \emptyset = \emptyset, A \cap B = B \cap A$.

(2) $A \cup A = A, A \cup \emptyset = A, A \cup B = B \cup A, A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$.

(3) $A \cap \complement_U A = \emptyset, A \cup \complement_U A = U$.

(4) $(C \cup A) \cap (C \cup B) = C \cup (A \cap B), (C \cap A) \cup (C \cap B) = C \cap (A \cup B)$.

(5) $A \cap B = A \Leftrightarrow A \subseteq B, A \cup B = A \Leftrightarrow B \subseteq A$.

(6) $\complement_U (A \cap B) = (\complement_U A) \cup (\complement_U B), \complement_U (A \cup B) = (\complement_U A) \cap (\complement_U B)$.

(7) $\text{card}(A \cup B) = \text{card}(A) + \text{card}(B) - \text{card}(A \cap B)$.

(8) $A \subseteq B, B \subseteq C$ 则 $A \subseteq C$.

范例剖析

【例 1】集合 $X = \{n | \frac{3^n + 4^n}{5} \in \mathbb{N}^+, n \in \mathbb{N}^+\}$, 集合 $Y = \{t | t = (2k-1)^2 + 1, k \in \mathbb{N}^+\}$, 这两个集合的关系是 ()

A. $X = Y$

B. $X \subseteq Y$

C. $Y \subseteq X$

D. $X \subseteq Y$ 且 $Y \subseteq X$

【解析】分别列出 $3^n, 4^n$ 的个位数字:

3, 9, 7, 1, 3, 9, 7, 1, ...

4, 6, 4, 6, 4, 6, ...

可见 $n = 2, 6, 10, 14, 18, \dots$ 时, $\frac{3^n + 4^n}{5} \in \mathbb{N}^+$, 这表明

$X = \{x | x = 4n - 2, n \in \mathbb{N}^+\}$.

另一方面, $(2k-1)^2 + 1 = 4(k^2 - k + 1) - 2$, 可见对任一个 $t \in Y$, 都有 $t \in X$. 注意到 $k^2 - k + 1 = k(k-1) + 1$, 当 $k \in \mathbb{N}^+$ 时, $k(k-1)$ 是偶数, 所以 $k^2 - k + 1$ 是奇数. 因此 Y 中不存在形如 $8k - 2 (k \in \mathbb{N}^+)$ 的元素, 但 $8k - 2 \in X$, 这表明 $Y \subsetneq X$, 选 C.

【例 2】若集合 $S = \{\text{小于 } 10 \text{ 的正整数}\}, A \subseteq S, B \subseteq S$, 且 $(\complement_S A) \cap B = \{1, 9\}, A \cap B = \{2\}, (\complement_S A) \cap (\complement_S B) = \{4, 6, 8\}$, 求 A 和 B .

【分析】关于集合的交、并、补的问题, 通常可以由分析法找出集合中一定有或一定没有的元素, 然后讨论余下的元素, 对它们逐一加以检验.

【解析】由 $(\complement_S A) \cap B = \{1, 9\}$ 可知

$1, 9 \notin A$, 但 $1, 9 \in B$,

由 $A \cap B = \{2\}$ 知, $2 \in A, 2 \in B$.

由 $(\complement_S A) \cap (\complement_S B) = \{4, 6, 8\}$ 知

$4, 6, 8 \notin A$, 且 $4, 6, 8 \notin B$.

下面考虑 3, 5, 7 是否在 A, B 中:

若 $3 \in B$, 则因 $3 \notin A \cap B$, 得 $3 \notin A$.

于是 $3 \in \complement_S A$, 所以 $3 \in (\complement_S A) \cap B$,



这与 $(\complement_S A) \cap B = \{1, 9\}$ 相矛盾.

故 $3 \notin B$, 即 $3 \in (\complement_S B)$.

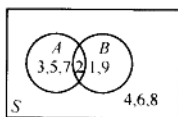
又因为 $3 \in (\complement_S A) \cap (\complement_S B)$,

所以 $3 \in (\complement_S A)$, 从而 $3 \in A$;

同理可得: $5 \in A, 5 \notin B; 7 \in A, 7 \notin B$.

故 $A = \{2, 3, 5, 7\}, B = \{1, 2, 9\}$.

【评析】 在讨论某些抽象集合间的关系或进行离散集合间的运算时, 利用图示法可使思路清晰, 直观, 解法简捷、明快, 如下图.



【例 3】 记函数 $f(x) =$

$\sqrt{2 - \frac{x+3}{x+1}}$ 的定义域为 $A, g(x) = \lg[(x-a-1)(2a-x)]$ ($a < 1$) 的定义域为 B .

(1) 求 A ;

(2) 若 $B \subseteq A$, 求实数 a 的取值范围.

【分析】 利用已知条件求出集合 A, B , 然后借助数轴解决此类问题.

【解析】 (1) 由 $2 - \frac{x+3}{x+1} \geq 0$, 得 $\frac{x-1}{x+1} \geq 0$.

所以 $x < -1$ 或 $x \geq 1$, 即 $A = (-\infty, -1) \cup [1, +\infty)$.

(2) 由 $(x-a-1)(2a-x) > 0$, 得 $(x-a-1)(x-2a) < 0$.

因为 $a < 1$, 所以 $a+1 > 2a$. 所以 $B = (2a, a+1)$.

因为 $B \subseteq A$, 所以 $2a \geq 1$ 或 $a+1 \leq -1$,

即 $a \geq \frac{1}{2}$ 或 $a \leq -2$, 而 $a < 1$, 所以 $\frac{1}{2} \leq a < 1$ 或 $a \leq -2$.

故当 $B \subseteq A$ 时, 实数 a 的取值范围是

$(-\infty, -2] \cup [\frac{1}{2}, 1)$.

【评析】 利用数轴法观察 $B \subseteq A$ 的条件比较直观.

【例 4】 已知 $A = \{x | x^2 + (p+2)x + 1 = 0, x \in \mathbb{R}\}$, 若 $A \cap \mathbb{R}^+ = \emptyset$, 求实数 p 的取值范围.

【解析】 首先由 $A \cap \mathbb{R}^+ = \emptyset$ 入手, 考虑有两种情况: $A = \emptyset, A \neq \emptyset$, 又 $A \cap \mathbb{R}^+ = \emptyset$, 说明二次方程有非正根.

由题意得:

(1) 当 $A = \emptyset$ 时, 则 $\Delta = (p+2)^2 - 4 < 0$, 所以 $-4 < p < 0$.

(2) 当 $A \neq \emptyset$ 时,

$$\begin{cases} \Delta = (p+2)^2 - 4 \geq 0 \\ x_1 + x_2 = -(p+2) \leq 0 \Rightarrow p \geq -2 \\ x_1 \cdot x_2 = 1 \geq 0 \end{cases}$$

综上(1)、(2)得 $p > -4$.

【例 5】 已知集合 $A = \{y | y = x^2 + 2x + 4, x \in \mathbb{R}\}$ 与集合 $B = \{y | y = ax^2 - 2x + 4a, x \in \mathbb{R}\}$, 满足 $A \subseteq B$, 求实数 a 的取值范围.

【解析】 显然集合 $A = \{y | y = (x+1)^2 + 3, x \in \mathbb{R}\} = \{y | y \geq 3\}$. 对于集合 B , 应对实数 a 分别加以讨论.

(1) 如 $a = 0$, 则 $B = \{y | y = -2x, x \in \mathbb{R}\} = \mathbb{R}$, 当然满足 $A \subseteq B$;

(2) 如 $a \neq 0$, 则 $y = ax^2 - 2x + 4a = a(x - \frac{1}{a})^2 + 4a - \frac{1}{a}$.

① 若 $a < 0$, 则 $y \leq 4a - \frac{1}{a}$, 此时不满足 $A \subseteq B$.

② 若 $a > 0$, 则 $y \geq 4a - \frac{1}{a}$, 此时要 $A \subseteq B$, 必须 $4a - \frac{1}{a} \leq 3$ ($a > 0$). 解得 $0 < a \leq 1$.

由上可得, 实数 a 的取值范围是 $0 \leq a \leq 1$.

【评析】 不能认定 $y = ax^2 - 2x + 4a$ 一定是二次函数, 故对实数 a 应进行分类讨论.

【例 6】 已知集合 $A = \{x | x^4 + 3x^2 + 2x > 0\}, B = \{x | x^2 + ax + b \leq 0\}$, 且 $A \cap B = \{x | 0 < x \leq 2\}, A \cup B = \{x | x > -2\}$, 求 a, b 的值.

【分析】 $A = \{x | -2 < x < -1 \text{ 或 } x > 0\}$, 设 $B = \{x | x_1 \leq x \leq x_2\}$.

由 $A \cap B = \{x | 0 < x \leq 2\}$ 得 $x_2 = 2$, 再由 $A \cup B = \{x | x > -2\}$, 可得 $x_1 = -1, a = -(x_1 + x_2) = -1, b = x_1 \cdot x_2 = -2$.

【评析】 利用数轴分析集合之间的关系问题是一个重要方法.

高考点击

若集合 $A = \{y | y = x^{\frac{1}{2}}, -1 \leq x \leq 1\}, B = \{y | y = 2 - \frac{1}{x}, 0 < x \leq 1\}$, 则 $A \cap B$ 等于 ()

- A. $(-\infty, -1]$ B. $[-1, 1]$
C. $\emptyset$ D. $\{1\}$

【剖析】 首先需根据 x 的取值范围, 分别求出集合 A, B 中 y 的取值的集合, 再用交集定义可求解.

【答案】 B

【解析】 由 $-1 \leq x \leq 1$ 可得 $-1 \leq x^{\frac{1}{2}} \leq 1$, $\therefore A = [-1, 1]$.

由 $y = 2 - \frac{1}{x}$ 在 $(0, 1]$ 上是增函数,

可得 $x = 1$ 时 $y_{\max} = 1$, 即 $y \leq 1$,

即 $B = (-\infty, 1]$,

$\therefore A \cap B = [-1, 1]$, 故选 B.

基础自测

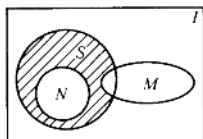
1. 已知集合 A 中有 2 个元素, 集合 B 中有 5 个元素,



那么集合 $A \cup B$ 中元素的个数 p 的值为 ()

- A. $2 \leq p \leq 7$ B. $5 \leq p \leq 7$
C. $2 \leq p \leq 5$ D. 非上述情况

2. 如下图所示, I 为全集, M, N, S 是 I 的子集, 则图中阴影部分所示的集合是 ()



- A. $(\complement_I M \cap \complement_I N) \cap S$ B. $\complement_I (M \cap N) \cap S$
C. $(\complement_I N \cap S) \cap M$ D. $(\complement_I M) \cap S \cup N$

3. 已知集合 $M = \{x | x^2 - 2x - 3 \leq 0, x \in \mathbb{R}\}$, 集合 $N = \{x | |x - 1| < 1, x \in \mathbb{R}\}$, 则 $M \cap N$ 等于 ()

- A. $\emptyset$ B. $[-1, 3]$
C. $(0, 3]$ D. $(0, 2)$

4. 已知集合 $A = \{x | \frac{1}{x} \leq 1\}$, 集合 $B = \{x | \sqrt{x-1} \leq 1\}$, 则 ()

- A. $A \cup B = \mathbb{R}$ B. $A = B$
C. $B \subseteq A$ D. $A \subseteq B$

5. 若不等式 $|ax + 2| < 6$ 的解集为 $(-1, 2)$, 则实数 a 等于 ()

- A. 8 B. 2 C. -4 D. -8

6. 设集合 $A = \{x | x \in \mathbb{Z}, \text{且 } -10 \leq x \leq -1\}$, $B = \{x | x \in \mathbb{Z}, \text{且 } x \leq 5\}$, 则 $A \cap B$ 中的元素个数是 ()

- A. 11 个 B. 10 个 C. 16 个 D. 15 个

7. 设 ① $A \subseteq \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$; ② 当 $a \in A$ 时, 必有 $(8 - a) \in A$, 则同时满足条件 ① ② 的非空集合 A 的个数为

8. 若全集 $I = \mathbb{R}$, $f(x), g(x)$ 均为 x 的二次函数, $P =$

$\{x | f(x) < 0\}$, $Q = \{x | g(x) \geq 0\}$, 则不等式组 $\begin{cases} f(x) < 0 \\ g(x) < 0 \end{cases}$ 的解集可用 P, Q 表示为

能力训练

1. 已知 $A = \{a + 2, (a + 1)^2, a^2 + 3a + 3\}$, 且 $1 \in A$, 求实数 a 的值.

2. 已知 $P = \{y | y = x^2, x \in \mathbb{R}\}$, $Q = \{y | y = x^2 + 1, x \in \mathbb{R}\}$, 求 $P \cap Q$.

3. 设集合 $P = \{x | x^2 - 4x - 5 < 0\}$, $Q = \{x | x - a \leq 0\}$.

(1) 若 $P \cap Q = \emptyset$, 求实数 a 的取值范围;

(2) 若 $P \subseteq Q$, 求实数 a 的取值范围.

4. 设 $A = \{x | x^2 + 4x = 0\}$, $B = \{x | x^2 + 2(a + 1)x + a^2 - 1 = 0\}$.

(1) 若 $A \cap B = B$, 求 a 的值;

(2) 若 $A \cup B = B$, 求 a 的值.

5. 某中学高一(1)班有 50 人, 参加数学小组的有 25 人, 参加物理小组的有 32 人, 求既参加数学小组, 又参加物理小组的人数的最大值与最小值.

6. 集合 $\{x | -1 \leq \log_{\frac{1}{2}} 10 < -\frac{1}{2}, x \in \mathbb{N}^+\}$ 的真子集的个数有几个?

7. 已知 $A = \{(x, y) | \frac{y-3}{x-2} = m+1\}$, $B = \{(x, y) | (m^2 - 1)x + (m-1)y = 15\}$. 问 m 取什么实数时, 使 $A \cap B = \emptyset$?

8. 已知集合 $A = \{x | x^2 - 6x + 8 < 0\}$, $B = \{x | (x-a)(x-3a) < 0\}$.

(1) 若 $A \subseteq B$, 求 a 的取值范围;

(2) 若 $A \cap B = \emptyset$, 求 a 的取值范围;

(3) 若 $A \cap B = \{x | 3 < x < 4\}$, 求 a 的取值范围.

第 3 课时 含绝对值的不等式的解法

链接考纲

掌握一些简单的绝对值不等式的解法.

基础扫描

1. 实数 a 的绝对值

$$\sqrt{a^2} = |a| = \begin{cases} a & (a > 0) \\ 0 & (a = 0) \\ -a & (a < 0) \end{cases}$$

2. 绝对值的几何意义

$|x|$ 是指数轴上点 x 到原点的距离; $|x_1 - x_2|$ 是指数轴上 x_1, x_2 两点间的距离.

3. $a > 0$ 时, $|x| > a \Leftrightarrow x^2 > a^2 \Leftrightarrow x > a$ 或 $x < -a$;

$|x| < a \Leftrightarrow x^2 < a^2 \Leftrightarrow -a < x < a$.

4. 当 $c > 0$ 时, $|ax + b| > c \Leftrightarrow ax + b > c$ 或 $ax + b < -c$;
 $|ax + b| < c \Leftrightarrow -c < ax + b < c$.

5. 不等式的基本性质: (1) 若 $a > b$, 则 $a + c > b + c$; (2) 若 $a > b, b > c$, 则 $a > c$; (3) $a > b, c > 0$, 则 $ac > bc$; (4) 若 $a > b, c < 0$, 则 $ac < bc$.

范例剖析

【例 1】解不等式: $2 < |3x - 1| \leq 4$.

【解析】原不等式等价于 $\begin{cases} |3x - 1| > 2 \\ |3x - 1| \leq 4 \end{cases}$, 等价