



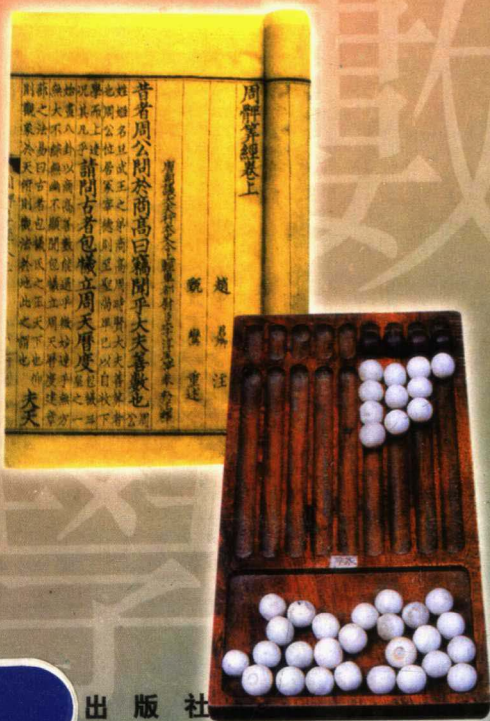
科技卷 ⑦

总主编/卞孝萱
本卷主编/王 前

运筹算计

古代数学

● 王长庆 高殿传 著



出版社

中华文化百科·科技卷⑦

运筹算计——中国古代数学

王长庆 高殿伟 著

辽海出版社

图书在版编目 (CIP) 数据

运筹算计：中国古代数学/王长庆，高殿伟著．-沈阳：辽海出版社，2001.1

(中华文化百科，7. 科技卷/王前主编)

ISBN 7-80649-994-6

I. 运… II. ①王…②高… III. 古典数学-中国-普及读物 IV. 0112-49

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2001) 第 01836 号

总 序

我们中国是一个地大物博、历史悠久、由多民族结合而成的人口众多的国家。在中华民族的开化史上，有素称发达的农业、手工业，有许多伟大的思想家、政治家、科学家、发明家、军事家、文学家和艺术家，有丰富的文化典籍、文物古迹，在科技上有许多重要的创造发明。

中国有文字可考的历史将近 4000 年。从秦、汉时起，中国就是统一的国家。在整个历史过程中，分裂是变态的，而统一是正常的。这表现在统一的时间越来越长，统一的范围越来越大，统一的趋势越来越明显。现在中国是一个拥有近 1000 万平方公里的伟大国家。

中国是国境内各族所共称的祖国。中华民族的各族人民，都反对外来的民族压迫，为维护民族团结，祖国的统一、进步，做出过重大贡献。现在，中国境内 56 个民族和衷共济，中华民族巍然自立于世界民族之林。

中国人民的爱国主义精神是在中华民族漫长的历史进程中产生和发展起来的。爱国主义是中华民族的光荣传统，是动员和鼓舞中国人民团结奋斗的光辉旗帜，是推动中国社会历史前进的巨大力量，是各族人民共同的精神支柱。爱国主义情感广泛渗透于哲学思想、道德规范、行为准则、心理素质、社会观念、文化传统、价值取向之中。因爱国主义而集合了民族凝聚力，焕发了全民族的历史使命感和社会责任感。

爱国主义是一个历史范畴,在社会发展的不同阶段、不同时期,有着不同的具体内涵。在当代中国,爱国主义与社会主义本质上是一致的。开展爱国主义教育,是社会主义精神文明建设的基础工程。继承和发扬爱国主义传统,对于振奋民族精神,凝聚全民族力量,团结全国各族人民,自力更生,艰苦创业,为实现四化、振兴中华的共同理想而奋斗,具有十分重要的现实意义。

爱国主义教育是全民教育,重点是广大青少年。《爱国主义教育实施纲要》指出,在当前和今后一个时期,对青少年要抓好中华民族传统美德和优秀传统文化教育。遵照这一指示,辽海出版社组织编写了大型丛书《中华文化百科》。这套丛书分为历史、文学、艺术、哲学、科技、综合6卷,共100册,每册10万字左右。参加写作的,有年逾花甲的教授,也有风华正茂的博士、硕士,是一批学有专长的专家学者。读者对象主要是大学和中学学生及具有中等文化程度的各界人士。因此,内容力求深入浅出,通俗易懂,立足于知识性和可读性,兼顾到理论性和学术性。在写作过程中,除了依据原始资料外,又吸收、参考了前人的研究成果。

爱国主义是培养“四有”新人的基本要求。对此,要普遍开展多种形式的教育活动。博大精深的中华文化,具有强大的生命力。出版《中华文化百科》就是面向广大青少年进行爱国主义教育的一种形式。这套丛书,可以帮助他们了解中国的悠久历史,了解中华民族自强不息、百折不挠的发展历程,了解各族人民对人类文明的卓越贡献,了解先辈们崇高的民族精神、民族气节和高尚的道德情操,了解到中华文化的博大精深。了解过去,有助于理解现在,展望未来。我们努力使这套丛书成为广大青少年喜闻乐见的读物,感染熏陶,潜移默化,由浅入深,循序渐进,培养爱国主义感情,提高爱国主义的思想和觉悟,树立正确的理想、信念和人生观、价值观,增强民族自尊心和自豪感,同时提高自

身的文化素质。

对广大读者,尤其是青少年进行爱国主义教育,弘扬中华文化,是新世纪的伟大工程。我们全体编者、作者有幸能为这一工程尽微薄之力,感到无上的光荣和无比的快慰。工作中的缺点和错误,恳切希望得到各界人士的指教,以便再版时改正。

编 者

2001 年 3 月

引 言

我们伟大的祖国,有文字记载的历史至少有五千年。勤劳智慧的中华民族,在科学技术上曾经创造了举世瞩目的辉煌成就,为人类的科技发展作出过重大贡献。

在数学领域,我国古代的许多成就更是非常卓著的。数学上的各种思想萌芽、数学方法起源于中国,对于后来的数学发展起了启发、推动的作用。像《周易》中的二进制思想,对于二进制的产生无疑是有启发的,而二进制是电子计算机的主要进位制;又如,那里排列组合的内容、幻方的出现,这都是世界上最早的,显然对于组合数学的发展是有推动的。在16世纪以前,除了阿拉伯某些著作外,代数学基本上是中国独领风骚的,我国古代对于各种数的应用,不仅出现得早,而且认识深刻,早在刘徽的时代,已经接近实数系的完成,远远走在其他国家的前面,对于世界数学发展产生了不可估量的影响;在方程、方程组的解法上,由于我国古代计算技术先进,使得对于这类问题的解法也高度发展。从对它们解法的介绍中,读者不仅可以看到古人解决实际问题的高超本领,而且可见解法程序化的独特风格。中国古代几何学上也有过辉煌的成就:欧几里得几何学中的内容几乎全部都有,实在是成果丰富;欧氏几何学的拱心石毕达哥拉斯定理,在中国早已以“勾股定理”出现于《周髀算经》中;在微积分建立过程中,起过重要作用的卡瓦列里原理,即“刘祖原理”,更早于卡瓦列里1100年而出现;特别是极限方法的使用,概念清楚、方法严

谨,在世界数学史上独树一帜。以上成就充分证明,中国早在刘徽、祖暅的时代,数学大体上已具备了十六七世纪欧洲产生微积分所要准备的条件,不妨说中国数学家早已经接近微积分的大门了。

我们编写这本书的目的,是向广大读者介绍我国古代数学所取得的辉煌成就,以提高我们民族的自强心、自信心。当今的世界,落后就要挨打,这已是不争的事实。提高综合国力,实现我国科学技术现代化的重任,历史地落在青年朋友们的肩上。我们不仅要珍视过去,更要展望未来。我们相信,广大青少年一定会发扬我们祖先刻苦钻研、勇于拼搏的精神,像大数学家刘徽、祖冲之那样,把我国数学提高到一个崭新的高度,使我国数学重新走在世界的前列,为祖国的科学技术的发展,作出应有的贡献。

本书的选材,除个别之外,都为我国所发明创造、远远领先世界的内容。对于选定的题目,由于篇幅所限,只侧重于主题思想方面的阐述,一些旁证、引文大部分省略去了。各篇之间的关系几乎是独立的,内容的安排大体上是依着时间的顺序,语言力求通俗明白。不知是否达到了预期的效果,不足之处,希望广大读者批评指正。

目 录

总序	1
引言	1
一、《周易》与数学	1
1. 八卦与排列组合	1
2. 奇妙的图形——幻方	3
3. 国外对于组合数的研究	10
二、墨家的数学概念	12
1. 墨翟的事迹	12
2. 墨家的几何学成就	13
3. 墨家的极限思想	15
4. 名家的极限思想	17
三、我国的运筹学思想	19
1. 对策论的始祖——孙武	20
2. 唐宋时期关于运筹学的应用	22
四、《周髀》与勾股定理	25
1. 《周髀》与勾股定理	25
2. 勾股定理的应用	27
3. 关于整数勾股的研究	30
五、陈子的测量术	35
1. 陈子测量太阳高度的方法	35
2. 刘徽对于测量术的发展	37

3. 国外的测量术	44
六、分数、小数、比例、盈亏	46
1. 超前成熟的分数理论	46
2. 又一个超前的成果——小数	51
3. 比例中的“金法”	52
4. 影响深远的“双设法”	54
七、最伟大的成就——负数	58
1. 负数的引入	58
2. 正负数的运算	60
3. 国外对负数的认识奇怪地缓慢	62
八、线性方程组	64
1. 直除法	64
2. 刘徽的改进	68
3. 最早的不定方程	71
4. 国外研究简况	72
九、割圆术与徽率	74
1. 出入相补	74
2. 割圆术	76
3. 徽率的计算	80
4. 体积理论中的极限方法	84
5. 国外的割圆术	89
十、中国剩余定理	91
1. 从韩信点兵说起	91
2. 中国剩余定理	94
3. 大衍求一术	96
十一、祖冲之与圆周率 π	101

1. 博学多才的科学家	101
2. 研究圆周率 π 的世界冠军	103
3. 祖暅与球体积公式	105
十二、贾宪三角形	110
1. 贾宪三角形	110
2. 在开方上的应用	112
3. 无理数的引入	123
十三、《缉古算经》与方程	129
1. 二次方程的解法	129
2. 三次方程的解法	133
3. 国外对三次方程的研究	138
十四、秦九韶与四次以上高次方程	140
1. 秦九韶与《数书九章》	140
2. 高次方程的解法	142
十五、插值法的辉煌成就	147
1. 刘焯的二次插值法	147
2. 僧一行的不等间距二次插值法	150
3. 三次插值法	151
4. 朱世杰的招差术	153
十六、天元术与多元高次方程组	157
1. 天元术	157
2. 朱世杰的生平与成就	162
3. 四元高次方程组	163
4. 国外用符号表示方程的发展概况	166
十七、珠算普及家程大位	168
1. 珠算的发明、发展概况	168

2. 程大位生平、事迹	169
3. 《直指算法统宗》介绍	170
4. 国外的算盘	172
十八、李善兰与级数	174
1. 李善兰的生平	174
2. 尖锥术	175
3. 李善兰数	181

一、《周易》与数学

组合数学是现代数学的一个分支,它一般研究有限个元素在一些事先指定的条件下,如何排成一些集合。如我们所熟悉的排列组合、幻方都属于组合数学。

《周易》即《易经》是流传至今的我国最古老的典籍之一,其中已有组合数学的思想萌芽,是世界上公认的第一本讨论组合数学的书,在世界上首先出现二进制的思想,它对现代的科学发展产生过一定的影响,受到国际上的重视。这一篇我们就介绍《易经》中所包含的数学内容。

1. 八卦与排列组合

《周易》的作者已不可考,相传是伏羲(即包羲)所作。伏羲是传说中的三皇、五帝之一。这是一部讲卜筮(shì,音是)的书,通过阴阳卦爻(yáo,音姚)来预言吉凶,这当然是违反科学的。民间的算卦就来源此。我们应当去其迷信糟粕、发扬学习它包含的可贵的数学内容。

爻是卦的基本符号,分阳爻“—”和阴爻“— —”两种,合起来叫“两仪”;把“—”和“— —”各与“—、— —”排列一次,就由两仪得到“四象”;再把“—”和“— —”各与四象排列一次,就由四象得到“八卦”,见图1。把八卦的每一卦都与八卦搭配一次,就得到八八六十四卦。

八卦配上八个字:乾(qián,音前)、兑(duì,音对)、离、坎、巽

(xùn, 音逊)、坤、艮(gèn, 音亘)、震, 表示八个方向(图2)。八个方向和八卦对应起来, 常画在罗盘的周围。



图 1

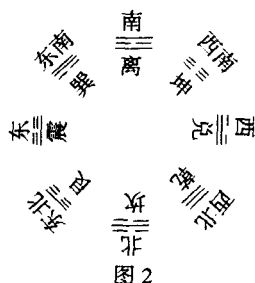


图 2

由四象、八卦、六十四卦的作法, 可以清楚地看出, 它们是由两个阴、阳二爻适当排列产生的, 这相当于中学所讲的有重复的排列问题。具体地说, 就是从 n 个元素每次取 r 个元素允许重复, 可以作出多少不同的排列, 结论是共有 n^r 种。我们先看四象的作法, 实际上是从阴、阳二爻, 每次取二个的排列, 个数为 $2^2 = 4$; 八卦是从两个卦爻每次取三个的排列, 个数为 $2^3 = 8$ 个; 六十四卦也是从两个卦爻每次取六个的排列, 个数为 $2^6 = 64$ 个。自己试试看, 把六十四卦全部排出。这样我们看到, 六十四卦的得出, 需要有排列组合的知识。

八卦还有着二进制的思想。如将阳爻看成数码 1, 阴爻看成数码 0, 八卦就可以表示为 000(坤)、001(艮)、010(坎)、011(巽)、100(震)、101(离)、110(兑)、111(乾), 这正是二进制记数法的 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 这八个数; 而六十四卦相当于二进制记数法的 0 到 63 这 64 个数。二进制是现代计算机的主要进位制, 我们的先人真有点未卜先知了。其实, 不论先人当初的用意如何, 它对于二进制的诞生产生了积极的影响, 这是令人快慰的。

如果将阳爻看作表示正“+”的符号，阴爻看作表示负“-”的符号，每一卦的三个爻分别看成 x, y, z ，这八个卦从左至右、自上而下分别就是 $+x+y+z, +x-y+z, \dots, -x-y-z$ ，正好代表立体几何空间坐标系的八个“卦限”。事实上，我国“卦限”（今叫象限）的卦字就是从八卦借用来的。

八卦传入欧洲后，德国数学家莱布尼兹(1646—1716)很感兴趣，并作了研究。他对于《易经》中的八卦评价很高，写道：“易图是流传于宇宙间科学中最古的纪念物。”由于易经中有古包羲氏始作八卦这样的话，莱布尼兹建立二进制自认为是受了伏羲的启发，“我之不可思议之新发现，……现在居然发现了从来未试用的计算方法”。

2. 奇妙的图形——幻方

在《周易》中，还有所谓“河图、洛书”的图形(图3)。如果把图中的符号用数字表示的话，则如图4所示。它有什么特点呢？它有三行(横向)，三列(纵向)，此外还有两条对角线，一共八条线(简称八线)。每条线上都有三个数，它们的和全等于15。实在是太妙了，难怪有人把它当成美来欣赏。

这种图称为纵横图，国外称为幻方或魔方阵。

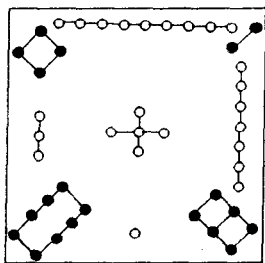


图3 (洛书)

4	9	2
3	5	7
8	1	6

图4

关于纵横图还有一段故事。《周易·系辞上》有“河出图，洛出书，圣人则（效法）之”的话，而没有说明“河图、洛书”是什么东西。后人牵强附会地加以解释，把河图、洛书说成神物，说是河里跳出一匹“龙马”，背着一幅图，这叫“河出图”，洛水爬出一只龟，也背着书，这叫“洛出书”。显然这是有意编造神话和故弄玄虚。当然，开始时纵横图纯粹是一种数学游戏，看不出它有多大的实用价值。正像古时候的印度少女，把用银子做的幻方带在脖子上，作为一种吉祥的象征一样。对此，我们应该把人们强加在它上面的迷信色彩分离开来，吸取它的科学成分。此外，无数的历史事实告诉我们，数学的创造发明，往往并不能立刻看到它的实际应用。平面几何中的“黄金分割”，在古希腊时代也仅仅是作为一种美来欣赏，当时并没有什么实际应用，更不能想到，两千多年之后，会在优选法上大显身手。

历代都有人对幻方进行探讨，研究如何往九个格子里填进这些数，并把它叫做“九宫算”。公元6世纪，北周数学家甄鸾把图4的九宫算总结成口诀：

“二、四为肩，六、八为足，左三、右七，戴九、履二，五居中央。”

在德祐元年(1275)，宋朝的杨辉于《续古摘奇算法》一书中，给出这个幻方的作法：

“九子斜排，上下对易，左右相更，四维挺出。”

杨辉给出的作法就是：先把九个数(子)按序斜排，如图5(1)；上下对换(易)，即把1与9对换，如图5(2)；再左右互换(相更)，即把7与3互换、如图5(3)；最后，把四面(维)中间的数(2、4、6、8)向外挺出，就做成了幻方，如图5(4)。

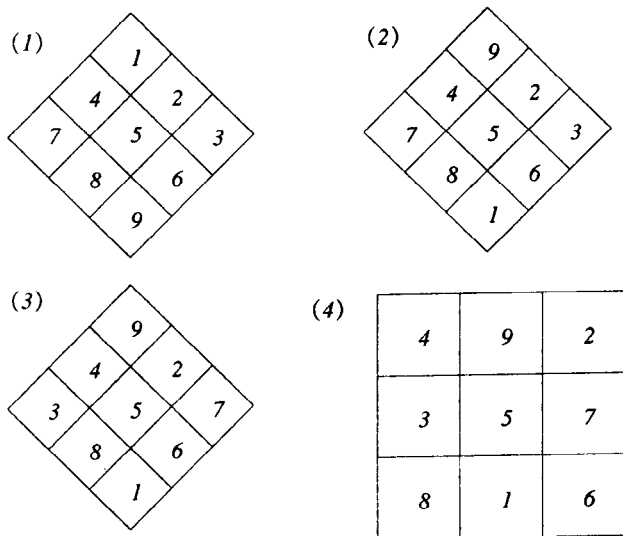


图 5

对于图 5(4) 这个幻方, 还有八个变形。把图 5(4) 进行四转: 即绕中心 5 按逆时针方向旋转 90° 、 180° 、 270° 、 $360^\circ = 0^\circ$, 这样可得四个:

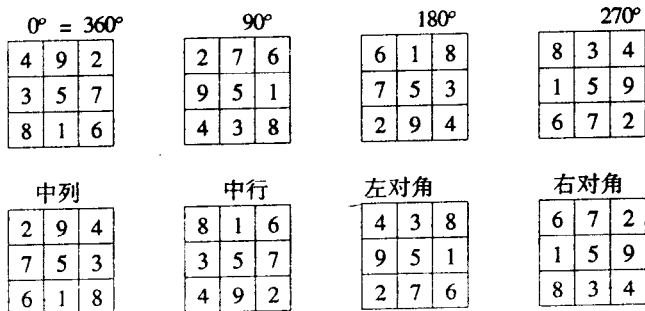


图 6