

本丛书已通过 ISO9001 国际质量管理体系认证

高考新思路



领略名师风采

导航清华北大

- 石破天惊 茅塞顿开辟捷径
- 壁立千仞 山为基石我为峰
- 勇探险境 奇峻之处揽日月
- 挑战高考 洞穿蜀道新思路



黄冈中学特高级教师领衔撰写

GAOKAOXINSILU

数 学

学生用书

高二同步互动课堂(上)

延边人民出版社

问苍范大地

GAOKAOXINSILU

冬

孕育着什么

高
考
新
思
路

人在高二
迎来大考
新的挑战
善于思辨
路在脚下

砺兵秣马忙备战
十年寒窗要梦圆
跨越重点须迎前
南北名师巧指点
清华北大我撞线

高
考
新
思
路

——
领先
体验被别人追赶的快乐

背起智慧的行囊，扬起理想的风帆，
展开梦想的翅膀，让新思路引领您去追逐胜利的每一天……

延边人民出版社



秋

GAOKAOXINSILU

就这样奉献给您

沉甸甸的累积

劝勉老师：使用正版会使您锦上添花
告戒学生：一点误导会使您遗憾终生
警告盗版：维权路上我们不会沉默

著作权所有 · 请勿擅用本书制作各
类出版物 · 违者必究

享受正版



从我做起

图书在版编目 (CIP) 数据

高考新思路·高二数学 / 王汉岭、邱同亮主编

——延吉：延边人民出版社 2005.5

ISBN 7-80698-481-X

I. 高… II. ①王…②邱…

III. 课程—高中—教学参考资料 IV. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2005) 第 047524 号

书 名 高考新思路·高二数学

作 者 王汉岭 邱同亮主编

出版发行 延边人民出版社
地 址 吉林省延吉市友谊路 363 号
邮政编码 133000
联系电话 0433-2902136 2902137
网 址 <http://www.ybcbs.com>
经 销 全国新华书店
印 刷 山东肥城新华印刷有限公司
版 次 2005 年 5 月第 1 版
印 次 2005 年 5 月第 1 次印刷
开 本 880mm × 1230mm 1/16
印 张 118
字 数 4620 千字
书 号 ISBN 7-80698-481-X/G · 367
全套定价 196.00 元 (本册定价: 19.90 元)



(如发现印装质量问题, 影响阅读, 请与承印厂联系调换)

春

GAOKAOXINSILU

一丝绿意，就能催生整个春天



学科主编

王先生 中学特级教师，黄冈中学教学委员会数学专业委员会委员，黄冈市数学会和黄冈中学数学专业委员会常务理事，中国教育电视台录制的电教片《高中数学讲座》的主讲之一。多年来，通过自己独特的教学风格培养了一批批优秀学生，其中有国际数学奥林匹克竞赛的金牌得主，全国数学奥赛双满分的获得者和全国数学竞赛国家一、二、三等奖的获得者。近年来，主编多部数学教辅书籍，深受广大师生好评。

王汉岭 中学高级教师，新世纪教育科研论坛主席团常务委员，省中小学创新教育实验与研究课题组成员，国家级数学教育优秀园丁，省级数学竞赛优秀辅导员，市优质课执教者，市数学学科带头人。在省级以上报刊上发表教育教学论文30多篇，主编《高考总复习·优化设计》等复习资料16部，主持部级、省级、市级教研课题6项。先后被评为全国优秀教师、市优秀青年科技人才、市优秀科技工作者、市专业技术拔尖人才。



本册主编

南北名师



联袂打造

编委与审定

学科主编	王先生		
本册主编	王汉岭	邱同亮	
副主编	卢海运	刘绪良	戈文光
	卞明丽	刘永丽	李福生
	马瑞春		

特别鸣谢

黄冈中学	北京四中	启东中学
苏州中学	北师大附中	郑州实验中学
华中师大一附中	扬州中学	长沙市一中
华南师大附中	天津南开中学	福州三中
山东省实验中学	广西师大附中	大同一中
江西临川一中	成都十二中	四川师大附中
上海中学	云南师大附中	重庆一中
陕师大附中	杭州市高级中学	福建漳州立人学校

付出就有回报 要做就做最好

正因为有了全国众多名校名师的参与，才使得
高考新思路如此卓越不凡



不经历风雨

GAOKAOXINSILU

夏

怎能见彩虹

风 吹
浪 卷
雨 集
百 川
方 成
河

解读“秘笈”



关注“神话”

——走近黄冈

黄冈试题号称“秘笈”，黄冈教育堪称中国教坛“神话”，之所以称其为“秘笈”、“神话”，是由其校的模拟题押中高考试题的高命中率和常年稳居全国三甲的高考升学率而得名，为破解“神话”奥妙，做到“秘笈”共享，我们走近了黄冈……

由黄冈中学各学科带头人、山东省优秀教师联袂担纲编著的《高考新思路》丛书，经过一年多的酝酿策划，今朝得以横空出世。



她不凡 她拥有超豪华的编写队伍，强强联合，优势互补。

她优秀 她吸收了大江南北、长城内外优秀的教学理念和教学成果。

她务实 所有编者都是来自教学第一线，问渠哪得清如许，为有源头活水来。



高考新思路 踏上成功路

高二《高考新思路》

(全套定价: 196.00 元)

分册科目	装订开本	定价(元)	分册科目	装订开本	定价(元)
语 文	国际开本	22.50 元	生 物	国际开本	23.00 元
数 学	国际开本	19.90 元	政 治	国际开本	19.20 元
英 语	国际开本	20.80 元	历 史	国际开本	19.20 元
物 理	国际开本	20.80 元	地 理	国际开本	16.60 元
化 学	国际开本	17.50 元	听 力	国际开本	16.50 元

《高二同步导学单元优化大考卷》

(高二全套共九册, 定价: 108.00 元)

分册科目	装订开本	定价(元)	分册科目	装订开本	定价(元)
语 文	6K 精装	12.00 元	生 物	6K 精装	12.00 元
数 学	6K 精装	12.00 元	政 治	6K 精装	12.00 元
英 语	6K 精装	12.00 元	历 史	6K 精装	12.00 元
物 理	6K 精装	12.00 元	地 理	6K 精装	12.00 元
化 学	6K 精装	12.00 元			

备注: 教师用书按百分之一比例赠送。多需要者按教师用书百分之八十让利优惠。



人一生中最为快乐的事只有两种：
拥有梦想和实现梦想。人之所以生活得有意义，
必须有一个不断实现的梦想和实现梦想的激情。

——编者按

持续改进 超越梦想

据报载：每年约 20 万种图书，近 300 亿码洋的库存，让众多出版社、图书策划公司感到空前的竞争压力，平均每天约 600 种图书上市，让读者眼花缭乱，不禁感叹：书真多！但众多出版社人又在感叹：出好书真难！众多读者也在感叹：无书可读！

教辅图书市场更是琳琅满目，精彩纷呈，每年都有多少“精品”昙花一现一年过，隐身江湖不再现；更有多少新的“权威”花样翻新再出炉，旧版新面又一年，搞得教师案头真有点不堪重负，喟叹曰：“知音难觅，亮点难寻！”

《高考新思路》自从 2001 年创刊伊始，虽未能一鸣惊人，但经过四年苦心经营、持续改进、精雕细凿，于细微处见精神，实现了由读者开始认识到接受到认可到好评到赞誉如潮到库房脱销质的飞跃。2004 版高考新思路做到了零错误、零库存、零退货、零距离接触高考（04 版本丛书共计有 27 道题与 2004 年高考试题逼真相似）。众多出版社开始研究“高考新思路现象”，做为编者，我们认为，新思路的今天可以用以下四字给予诠释：

1、**新** 这是本丛书的命脉所在，全体编者始终恪守“我们每天都是新的”这一编写理念，紧跟教改新潮流，坚决做到编写思路新、体例新、模式新等，不囿旧规，善于创新。

2、**前** 主要体现在所有编者和审读都是来自教学的最前沿，他们意识超前、思维超前，对高考命题的前瞻具有权威性。

3、**精** 本丛书的编写“严”字当头，完全摒弃了“全国教辅一大抄”的简单编写模式，而是依据课堂需求，学生认知规律深加工而成。

4、**实** “做实在人，干实在事，编实在书”，是所有编者的基本准则，在一年多的编写过程中，本丛书历经多次修订完善，逐句审读，数次校验，从而确保了本丛书的精准性。2004 年九月本丛书成功通过 ISO9001 国际质量管理体系认证，正是对本丛书质量的全面验证和肯定。

“天上海上没有路，月亮在偷偷地哭……”，站在 05 的舞台，面对新课标、新教材、省单独命题等等如浪涌般的教育改革，我们全体编委不敢有丝毫的懈怠和沾沾自喜，成绩、压力、品牌、责任督促着我们不用扬鞭自奋蹄，为了追求“新”，为了脚踏“实”，为了名副其实的新思路，我们书海找遍，一线走遍，专家访遍，殚精竭虑，终成思路。

我们相信，她可能不是最耀眼的，但她是最实用的。

由于各学科特点不同，我们在整套丛书的编写上没有拘泥于栏目、框架、格式的整齐化一，而是放胆为文，各具侧重，各呈特点，各科具体栏目设置及功能见下页栏目解读。



栏目解读



栏目解读

本书为《高考新思路·数学》分册，栏目设置及功能如下：

章首

思维导图

以网络的形式直观地呈现各知识点间的联系，便于学生从整体上把握全章知识要点，形成对全章的初步印象。

依据最新考试大纲编写，点明本章所应达到的层级目标和能力目标，给学生指明学习方向。

知识要求

每课时

学习目标

将最新考试大纲细化到每一课时，简明扼要地点明每课时的重点、难点。

以学案的形式归纳、整理每课时的基本知识点，关键知识点设计成填空，让学生在自主填充时完成对知识的预习，变被动记忆为主动的参与式识记。

知识要点扫描

经典例题剖析

所选例题贵在经典，有较强的代表性、典型性，试图通过对例题的讲解剖析，传授给学生一些解题方法和技巧，使学生明确该知识点的考查题型、考查角度，做到“授之以渔”。

本着由基础到能力的命题原则，分“基础自测”和“创新拓展”两级测试，目的是通过训练，达到查缺补漏、强化所学、反馈教学之功效。

同步层级训练

名师教案摘要

是编者多年一线教学的心得和体会，是展示方法与技巧的平台，虽寥寥数语，却一语中的，以此栏目为友，能快速升华数学思想，起到事半功倍的作用。



《高考新思路》丛书编委会
2005年夏



第六章 不等式	(1)
§ 6.1 不等式的性质	(1)
第一课时	(1)
第二课时	(4)
第三课时	(6)
§ 6.2 算术平均数与几何平均数	(8)
第一课时	(8)
第二课时	(10)
§ 6.3 不等式的证明	(13)
第一课时	(13)
第二课时	(15)
第三课时	(17)
第四课时	(20)
§ 6.4 不等式的解法举例	(23)
第一课时	(23)
第二课时	(25)
§ 6.5 含有绝对值的不等式	(27)
第一课时	(27)
第二课时	(29)
§ 6.6 小结与复习	(31)
第一课时	(31)
第二课时	(34)
§ 6.7 本章测试题	(37)
第七章 直线和圆的方程	(39)
§ 7.1 直线的倾斜角和斜率	(39)
第一课时	(39)
第二课时	(41)
§ 7.2 直线的方程	(44)
第一课时	(44)
第二课时	(46)
第三课时	(48)
§ 7.3 两条直线的位置关系	(51)
第一课时	(51)
第二课时	(53)
第三课时	(55)
第四课时	(58)
第五课时	(60)
§ 7.4 简单的线性规划	(62)
第一课时	(62)
第二课时	(65)
第三课时	(68)
§ 7.5 研究性课题与实习作业:线性规划的实际应用	(71)
§ 7.6 曲线和方程	(75)
第一课时	(75)
第二课时	(78)
第三课时	(80)

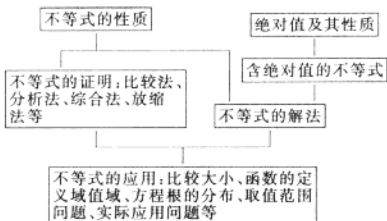


§ 7.7 圆的方程	(82)
第一课时	(82)
第二课时	(85)
第三课时	(87)
第四课时	(89)
§ 7.8 小结与复习	(91)
第一课时	(91)
第二课时	(95)
§ 7.9 本章测试题	(98)
期中检测题	(100)
第八章 圆锥曲线方程	(102)
§ 8.1 椭圆及其标准方程	(102)
第一课时	(102)
第二课时	(104)
§ 8.2 椭圆的简单几何性质	(107)
第一课时	(107)
第二课时	(110)
第三课时	(112)
第四课时	(115)
§ 8.3 双曲线及其标准方程	(118)
第一课时	(118)
第二课时	(120)
§ 8.4 双曲线简单的几何性质	(123)
第一课时	(123)
第二课时	(126)
第三课时	(128)
§ 8.5 抛物线及其标准方程	(131)
第一课时	(131)
第二课时	(134)
§ 8.6 抛物线的几何性质	(136)
第一课时	(136)
第二课时	(139)
§ 8.7 椭圆、双曲线、抛物线的统一定义	(141)
§ 8.8 直线与圆锥曲线的位置关系	(144)
§ 8.9 圆锥曲线的轨迹问题	(147)
§ 8.10 小结与复习	(150)
第一课时	(150)
第二课时	(153)
§ 8.11 本章测试题	(156)
期末检测题	(158)
参考答案	(160)



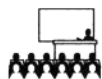
第6章 不等式

思维导图 (解读本章)



知识要求 (明确目标)

1. 理解不等式的性质及应用.
2. 掌握两个(不扩展到三个)正数的算术平均数不小于它的几何平均数的定理, 并会简单地应用.
3. 掌握比较法、分析法、综合法证明简单的不等式.
4. 掌握不等式的解法.
5. 理解不等式 $|a| - |b| \leq |a \pm b| \leq |a| + |b|$.



§ 6.1 不等式的性质

第一课时



1. 不等式的概念.
2. 比较两个实数(代数式)的大小, 只须考察它们差的符号.
3. 比较两个实数(代数式)大小的数学思维过程.

知识要点扫描

1. 实数与数轴上的点之间可以建立_____的关系.
2. 对于任意的两个实数, 若有 $a - b < 0$, 则有_____;
若有 $a - b = 0$, 则有_____; 若有 $a - b > 0$, 则有_____.
3. 比较两个实数 a 与 b 的大小, 其步骤为: ①_____; ②_____; ③_____.



经典例题剖析

例 1 比较下列各式的大小:

- (1) $(x^2 + 7)(x^2 + 9)$ 与 $x^4 + 64$, 其中 $x > \frac{1}{4}$;
- (2) $a^2 + b^2$ 与 ab .

【分析】 比较两个数的大小, 通常是先将两数相减, 然后判断差的符号即可. 主要步骤是: ①作差; ②变形(往往是因式分解、配方、通分、分子或分母有理化等); ③判断差的符号.

解 (1) $(x^2 + 7)(x^2 + 9) - (x^4 + 64)$

$$= x^4 + 16x^2 + 63 - x^4 - 64$$

$$= 16x^2 - 1 = (4x + 1)(4x - 1)$$

$$\because x > \frac{1}{4}, \therefore 4x + 1 > 0, 4x - 1 > 0,$$

$$\therefore (4x + 1)(4x - 1) > 0,$$

$$\therefore (x^2 + 7)(x^2 + 9) > x^4 + 64.$$

(2) $a^2 + b^2 - ab = (a - \frac{1}{2}b)^2 + \frac{3}{4}b^2$.

$$\because (a - \frac{1}{2}b)^2 \geq 0, b^2 \geq 0,$$

$$\therefore (a - \frac{1}{2}b)^2 + \frac{3}{4}b^2 \geq 0,$$

$$\therefore a^2 + b^2 \geq ab.$$



猜一猜

不管三七二十一(打一数学名词)





例 2 比较 $(a^2 + \sqrt{2}a + 1)(a^2 - \sqrt{2}a + 1)$ 与 $(a^2 + a + 1)(a^2 - a + 1)$ 的大小

【分析】 比较大小需要作差时, 可以先对两式进行化简, 然后再作差.

解 $\because (a^2 + \sqrt{2}a + 1)(a^2 - \sqrt{2}a + 1) = (a^2 + 1)^2 - (\sqrt{2}a)^2 = a^4 + 1, (a^2 + a + 1)(a^2 - a + 1) = a^4 + a^2 + 1,$
 $\therefore (a^2 + \sqrt{2}a + 1)(a^2 - \sqrt{2}a + 1) - (a^2 + a + 1)(a^2 - a + 1) = a^4 + 1 - (a^4 + a^2 + 1) = -a^2.$

当 $a = 0$ 时, $-a^2 = 0$, 左 = 右, 当 $a \neq 0$ 时, $-a^2 < 0$, 此时左 < 右.

例 3 设 $a, b > 0, n \in \mathbf{N}^+$, 且 $a \neq b$, 比较 $(a+b)(a^n + b^n)$ 与 $2(a^{n+1} + b^{n+1})$ 的大小.

【分析】 用作差法, 分解因式后符号不确定要进行讨论.

解 $(a+b)(a^n + b^n) - 2(a^{n+1} + b^{n+1})$

$$= a^{n+1} + b^{n+1} + ab^n + a^n b - 2a^{n+1} - 2b^{n+1}$$

$$= ab^n + a^n b - a^{n+1} - b^{n+1}$$

$$= a^n(b-a) - b^n(b-a)$$

$$= (b-a)(a^n - b^n)$$

若 $a > b > 0$, 则 $b-a < 0, a^n > b^n, a^n - b^n > 0$, 则

$$(b-a)(a^n - b^n) < 0$$

若 $0 < a < b$, 则 $b-a > 0, a^n - b^n < 0$, 则 $(b-a)(a^n - b^n) < 0$

$$\therefore (a+b)(a^n + b^n) < 2(a^{n+1} + b^{n+1}).$$

例 4 比较 $a^2 + b^2 + c^2$ 与 $ab + bc + ca$ 的大小.

【分析】 考虑作差, $a^2 + b^2 + c^2 - (ab + bc + ca)$, 注意到差式为二次式, 和差一定为正数可试用配方的方法, 利用正数的和为正这一结论; 如将该式看做关于 a 的函数, 可考虑函数的值域.

解 法一: $a^2 + b^2 + c^2 - (ab + bc + ca)$

$$= a^2 - (b+c)a + b^2 + c^2 - bc$$

$$= (a - \frac{b+c}{2})^2 + b^2 + c^2 - bc - \frac{(b+c)^2}{4}$$

$$= (a - \frac{b+c}{2})^2 + \frac{3(b^2 + c^2 - 2bc)}{4}$$

$$= (a - \frac{b+c}{2})^2 + \frac{3}{4}(b-c)^2 \geq 0$$

$$\therefore a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + bc + ca.$$

法二: $a^2 + b^2 + c^2 - (ab + bc + ca)$

$$= \frac{1}{2}(a^2 + b^2) - ab + \frac{1}{2}(b^2 + c^2) - bc + \frac{1}{2}(c^2 + a^2) - ca$$

$$= \frac{1}{2}(a-b)^2 + \frac{1}{2}(b-c)^2 + \frac{1}{2}(c-a)^2 \geq 0.$$

$$\therefore a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + bc + ca.$$

法三: $a^2 + b^2 + c^2 - (ab + bc + ca)$

$$= a^2 - (b+c)a + b^2 + c^2 - bc$$

将上式看做关于 a 的一元二次函数, 则

$$\Delta = (b+c)^2 - 4(b^2 + c^2 - bc)$$

$$= -3(b^2 + c^2 - 2bc)$$

$$= -3(b-c)^2 \leq 0$$

$$\therefore \text{恒有 } a^2 - (b+c)a + b^2 + c^2 - bc \geq 0$$

$$\text{即 } a^2 + b^2 + c^2 - (ab + bc + ca) \geq 0$$

$$\therefore a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + bc + ca.$$

基础自测

一、选择题

- 已知 $a > |b|, b < 0$, 那么 $a, b, -a, -b$ 的大小关系是 ()
 A. $a > b > -b > -a$ B. $a > -b > -a > b$
 C. $a > -b > b > -a$ D. $a > b > -a > -b$
- 若 $b < 0, a + b > 0$, 则 $a - b$ 的值是 ()
 A. 大于零 B. 小于零
 C. 等于零 D. 不能确定
- 已知 $a > b > c$, 则 $\frac{1}{b-c} + \frac{1}{c-a}$ 的值是 ()
 A. 正数 B. 负数
 C. 非正数 D. 非负数
- 若 $a, b \in \mathbf{R}$, 且 $a > b$, 则 ()
 A. $a^2 > b^2$ B. $\frac{b}{a} < 1$
 C. $\lg(a-b) > 0$ D. $(\frac{1}{2})^a < (\frac{1}{2})^b$

二、填空题

- 设 $A = 1 + 2x^4, B = 2x^3 + x^2, (x \in \mathbf{R}$ 且 $x \neq 1)$, 则 A, B 的大小关系是 _____.
 - 命题“ $x^2 + y^2 < 1$ ”是命题“ $xy + 1 > x + y$ ”成立的 _____ 条件.
- 三、解答题
- 设 $x \geq 1$, 比较 x^3 与 $x^2 - x + 1$ 的大小.

上
功



靠
思



8. 证明:对任意实数 x , $f(x)=3x^2-x+1$, 总大于 $g(x)=2x^2+x-1$.

9. 设 $a \neq 2$ 或 $b \neq -1$, $M=a^2+b^2$, $N=4a-2b-5$, 试确定 M, N 的大小.

10. 若 $x < y < 0$, 试比较 $(x^2+y^2)(x-y)$ 与 $(x^2-y^2)(x+y)$ 的大小.

创新拓展

11. 已知 $x, y \in \mathbf{R}$, $M=x^2+y^2+1$, $N=x+y+xy$, 试比较 M 与 N 的大小.

12. 证明函数 $f(x)=x^3$ 在 \mathbf{R} 上是单调增函数.

考
点
总
结



名
师
教
案
摘
要



名师教案摘要

比较两代数式的大小的一般步骤是:作差 \rightarrow 变形 \rightarrow 判断差的符号 \rightarrow 结论.变形的目的是判断差的符号.为了便于判断符号,进行因式分解、配方、凑成几个平方和的形式通分、分子或分母有理化是变形的常用方法,如果符号不确定时,要注意分类讨论,作差法比较大小体现化归思想.



急转弯

用西瓜和西红柿打头,哪个疼?

第二课时



1. 初步掌握不等式的性质定理1~4及其推论.
2. 能应用不等式的性质解决一些简单的问题.
3. 会用类比的方法研究问题.



知识要点扫描

1. 定理1 如果 $a > b$, 那么 _____; 如果 $b < a$, 那么 _____.(不等式的对称性)
2. 定理2 如果 $a > b, b > c$, 那么 _____.(不等式的传递性)
3. 定理3 如果 $a > b, c \in \mathbf{R}$, 那么 _____(两边都加同一数).
 - ①推论1 如果 $a > b, c > d$, 那么 _____(同向不等式的可加性).
 - ②推广 若 $a_1 > b_1, a_2 > b_2, a_3 > b_3$, 则 _____.
4. 定理4 如果 $a > b$, 且 $c > 0$, 则 _____; 如果 $a > b$, 且 $c < 0$, 则 _____.



经典例题剖析

例1 已知 $a > b, c < d$, 求证 $a - c > b - d$.

【分析】 作差 $(a - c) - (b - d)$ 确定差的符号.
将 $a - c > b - d$ 变形为 $a + (-c) > b + (-d)$ 运用定理3的推论.

证明 法一: 由 $a > b$ 知 $a - b > 0$, 由 $c < d$ 知 $d - c > 0$,
 $(a - c) - (b - d) = (a - b) + (d - c) > 0, \therefore a - c > b - d$.

法二: $\because c < d \therefore -c > -d$ (定理4)
又 $\because a > b \therefore a - c > b - d$. (定理3的推论)

例2 求证: 若 $a > b, \frac{1}{a} > \frac{1}{b}$, 则 $a > 0, b < 0$.

【分析】 依据实数的大小与差的关系及符号的运算法则易解之.

证明 $\because a > b, \therefore a - b > 0$.

又 $\frac{1}{a} > \frac{1}{b} \therefore \frac{1}{a} - \frac{1}{b} > 0$, 即 $\frac{b-a}{ab} > 0$, 而 $b - a < 0$,
 $\therefore ab < 0, \therefore a, b$ 异号, 且 $a > b$,
 $\therefore a > 0, b < 0$.

例3 已知 $a > b > 0, c < 0$, 求证 $\frac{c}{a} > \frac{c}{b}$.

【分析】 该问题可以用作差“ $\frac{c}{a} - \frac{c}{b}$ ”的方法, 也可以利用性质, 分两步, 先由 $a > b$ 到 $\frac{1}{a}, \frac{1}{b}$, 再到 $\frac{c}{a}, \frac{c}{b}$.

证明 法一: $\because \frac{c}{a} - \frac{c}{b} = \frac{c(b-a)}{ab}$
又 $\because a > b > 0 \therefore ab > 0, b - a < 0$.
又 $\because c < 0, \therefore c(b-a) > 0$
 $\therefore \frac{c(b-a)}{ab} > 0 \therefore \frac{c}{a} > \frac{c}{b}$.

法二: $a > b > 0$, 两边同乘以正数 $\frac{1}{ab}$ 得

$$\frac{1}{b} > \frac{1}{a} \text{ 即 } \frac{1}{a} < \frac{1}{b}.$$

$$\text{又 } \because c < 0 \therefore \frac{c}{a} > \frac{c}{b}.$$

例4 已知 $a > b > 0, c < d < 0, e < 0$, 求证: $\frac{e}{a-c} > \frac{e}{b-d}$.

【分析】 依据同向不等式的可加性和不等式的性质定理4易得.

证明 $\because c < d < 0 \therefore -c > -d > 0$
又 $\because a > b > 0$
相加得 $a - c > b - d > 0$
 $\therefore 0 < \frac{1}{a-c} < \frac{1}{b-d}$
又 $\because e < 0 \therefore \frac{e}{a-c} > \frac{e}{b-d}$.



同步层级训练

基础自测

一、选择题

1. 若 _____, 则 $a + b > 2c$. ()
- A. $a > c$ 或 $b > c$ B. $a < c$ 且 $b < c$
C. $a > c$ 且 $b > c$ D. $a > c$ 或 $b < c$



2. 已知 $a > b, c > d$, 且 c, d 不为 0, 那么下列不等式成立的是 ()
- A. $ad > bc$ B. $ac > bd$
 C. $a - c > b - d$ D. $a + c > b + d$
3. 若 $a < b < 0$, 则下列不等式中不成立的是 ()
- A. $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$ B. $\frac{1}{a-b} > \frac{1}{a}$
 C. $|a| > |b|$ D. $(\frac{1}{2})^a > (\frac{1}{2})^b$

4. 下列命题中, 正确的是 ()
- (1) 若 $a > b$, 且 $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$, 则 $ab > 0$.
 (2) 若 $a > b$, 且 $ac < bc$, 则 $c > 0$.
 (3) 若 $a > b > 0$, 且 $\frac{c}{a} < \frac{c}{b}$, 则 $c > 0$.
 (4) 若 $a < b < 0$, 则 $ab < b^2$.
- A. (1) 与 (2) B. (2) 与 (3)
 C. (3) 与 (4) D. (1) 与 (3)

二、填空题

5. 若 $-\frac{\pi}{2} < a < \beta < \pi$, 则 $\frac{1}{3}(a - \beta)$ 的范围是_____.

6. 给出下列四个命题

① $a < b \Rightarrow \frac{1}{a} > \frac{1}{b}$ ② $a > b > c > 0 \Rightarrow \frac{c}{a} < \frac{c}{b}$

③ $a > b \Rightarrow c - 2a < c - 2b$ ④ $a > b \Rightarrow ac^2 > bc^2$

其中正确命题的序号是_____.

三、解答题

7. 如果 $a > b, e > f, c > 0$, 求证 $f - ac < e - bc$.

8. 设 $2 < a \leq 5, 3 \leq b < 10$, 求 $a + b, a - b$ 及 $\frac{a}{b}$ 的取值范围.

9. 实数 a, b, c, d 满足下列三个条件:

- (1) $d > c$;
 (2) $a + b = c + d$;
 (3) $a + d < b + c$.

请将 a, b, c, d 按照从小到大的次序排列, 并证明你的结论.

10. 已知 a, d 均为正数, $b, c \in \mathbb{R}$, 且 $a > b, b > c + d$, 求证: $ab > ac + bd$.

创新拓展

11. 已知 $a > b$, 且 $a \cdot b \neq 0$, 试比较 $\frac{1}{a}$ 与 $\frac{1}{b}$ 的大小.

12. 已知 $f(x) = ax^2 - c$, 且 $-4 \leq f(1) \leq 1, -1 \leq f(2) \leq 5$, 求 $f(3)$ 的取值范围.



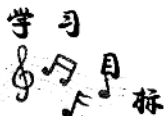
名师教案摘要

1. 可类比等式的性质来研究不等式的性质.
2. 对两不等式进行“减”、“除”运算时, 最好转化成“加”、“乘”运算.
3. 在进行不等式的乘法或不等式两端同乘以一个代数式时, 要注意此代数式的值的符号, 当符号不能确定时, 要讨论.





第三课时



1. 掌握不等式的性质定理4的两个推论及定理5.
2. 初步学会用反证法证明不等式.
3. 进一步巩固不等式的性质定理,能运用性质解决有关的问题.



知识要点扫描

1. ①若 $a > b, c > d$, 则 _____.
- ②若 $a > b, c > 0$, 则 _____; 若 $a > b, c < 0$, 则 _____.
2. ①推论1 如果 $a > b > 0, c > d > 0$, 那么 _____.
- ②推论2 若 $a > b > 0$, 那么 _____ ($n \in \mathbb{N}$ 且 $n > 1$).
3. 定理5 如果 $a > b > 0$, 那么 _____ ($n \in \mathbb{N}$ 且 $n > 1$).
4. 反证法的定义: _____, 反证法的基本步骤为:
 - ①反设: _____.
 - ②归谬: _____.
 - ③结论: _____.



经典例题剖析

例1 若 $-6 < a < 8, 2 < b < 3$, 分别求 $2a+b, a-b, \frac{a}{b}$ 的范围.

【分析】 $2a+b$ 的范围可由 $-6 < a < 8$ 利用乘法性质得 $-12 < 2a < 16$, 结合 $2 < b < 3$, 由加法性质得出结果, $a-b$ 转化为 $a+(-b)$, $\frac{a}{b}$ 转化为 $a \cdot \frac{1}{b}$, 但要对 a 的符号进行讨论.

解 $\because -12 < 2a < 16, 2 < b < 3,$

\therefore 两式相加得 $-10 < 2a+b < 19.$

$\because -6 < a < 8, 2 < b < 3, \therefore -3 < -b < -2$

$\therefore -9 < a-b < 6. \because 2 < b < 3,$

$\therefore \frac{1}{3} < \frac{1}{b} < \frac{1}{2}.$

①当 $0 \leq a < 8$ 时, $0 \leq \frac{a}{b} < 4.$

②当 $-6 < a < 0$ 时, $0 > \frac{a}{b} > -3.$

综合①②得 $-3 < \frac{a}{b} < 4.$

例2 已知 $a > b > 0, c > d > 0$, 求证: $\sqrt{\frac{a}{d}} > \sqrt{\frac{b}{c}}.$

【分析】 利用不等式性质实施“乘 $\frac{1}{cd}$ ”以实现“除”运算.

证明 $\because c > d > 0 \therefore \frac{c}{cd} > \frac{d}{cd} > 0$, 即 $\frac{1}{d} > \frac{1}{c} > 0.$

又 $\because a > b > 0 \therefore \frac{a}{d} > \frac{b}{c} > 0 \therefore \sqrt{\frac{a}{d}} > \sqrt{\frac{b}{c}}.$

例3 如果 $a > b > 0$, 那么 $\frac{1}{a^2} < \frac{1}{b^2}.$

【分析】 先由 $a > b > 0$ 得 $a^2 > b^2$, 然后作差或两边同乘 $\frac{1}{a^2 b^2}.$

解 $\because a > b > 0 \therefore a^2 > b^2 \therefore \frac{1}{a^2} - \frac{1}{b^2} = \frac{b^2 - a^2}{a^2 b^2} = \frac{-(a^2 - b^2)}{a^2 b^2} < 0 \therefore \frac{1}{a^2} < \frac{1}{b^2}.$

例4 已知 $a > b > 0, c < d < 0$, 求证 $a^2 c < b^2 d.$

【分析】 由不等式的性质定理5及定理4的推论易得.

证明 $\because a > b > 0, \therefore a^2 > b^2.$

$\because c < d < 0, \therefore -c > -d > 0,$

$\therefore -a^2 c > -b^2 d.$

$\therefore a^2 c < b^2 d.$



同步层级训练

基础自测

一、选择题

1. 已知 $a < 0, -1 < b < 0$, 则 a, ab, ab^2 的大小关系为 ()
 - A. $ab^2 > ab > a$
 - B. $a > ab > ab^2$
 - C. $ab > ab^2 > a$
 - D. $ab > a > ab^2$
2. 设 $a^2 < b^2, a-b > 0$, 则 ()
 - A. $b < 0$
 - B. $b > 0$
 - C. $a < 0$
 - D. $a > 0$
3. 已知 $a \geq b, c \geq d$, 则一定有 ()
 - A. $(a-d)^2 < (b-c)^2$
 - B. $(a-d)^3 \geq (b-c)^3$
 - C. $\sqrt{a-d} \geq \sqrt{b-c}$
 - D. $(a-d)^{-1} > (b-c)^{-1}$

上
功
思

