教育部高校学生司推荐

2006年版

全国各类成人高等学校招生考试丛书

专科起点升本科

高等数学 （一）

模拟试题

成人高考《高等数学》编写组 编

GAODENG SHUXUE

人民教育出版社

全国各类成人高等学校招生考试丛书（专科起点升本科）

高等数学（一）模拟试题

● 成人高考《高等数学》编写组 编

人民教育出版社

图书在版编目(CIP)数据

高等数学（一）模拟试题/成人高考《高等数学》编
写组编．—北京：人民教育出版社，2006
（全国各类成人高等学校招生考试丛书）
专科起点升本科
ISBN 7-107-19460-7

Ⅰ．高…
Ⅱ．成…
Ⅲ．高等数学—成人教育：高等教育—习题—升学参考资料
Ⅳ．013-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2006）第 023581 号

人民教育出版社 出版发行
网址：http://www.pep.com.cn
北京天宇星印刷厂印装　全国新华书店经销
2006 年 3 月第 1 版　2006 年 4 月第 1 次印刷
开本：787 毫米×1 092 毫米　1/16　印张：2.5
字数：47 千字　印数：0 001～2 000 册
定价：4.00 元

前言

《全国各类成人高等学校招生考试丛书》（专科起点升本科）是人民教育出版社根据教育部2006年1月颁布的《全国各类成人高等学校招生复习考试大纲——专科起点升本科》组织编写的。丛书包括复习指导用书和模拟试题两大部分，《高等数学（一）模拟试题》是复习指导用书《高等数学（一）》的配套练习资料，由多年从事成人高考考前辅导的专家和教师在认真研究考试大纲的基础上，根据新大纲规定的考试内容、试卷结构和题型编写的。旨在通过练习，使考生熟悉考试题型，学习应考技巧，训练思维方法，巩固学科知识。

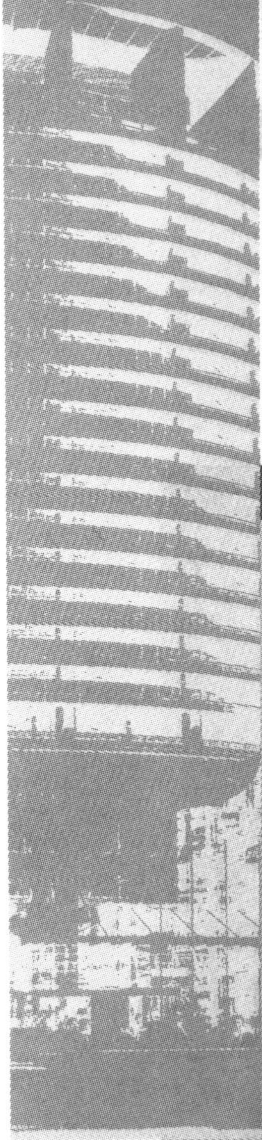
《高等数学（一）模拟试题》从不同角度，以多种形式对考生掌握知识点的情况进行检测，便于考生了解考试的方法与特点。《高等数学（一）模拟试题》在题型上与大纲给出的试卷结构相同。考生通过练习不但可以检验学科知识的掌握情况，及时发现和调整不足；同时还可以通过训练，学会合理分配考试时间，争取在最短的时间内，取得最佳的考试成绩。

由于编写时间比较仓促，不当之处请专家及广大考生批评指正。

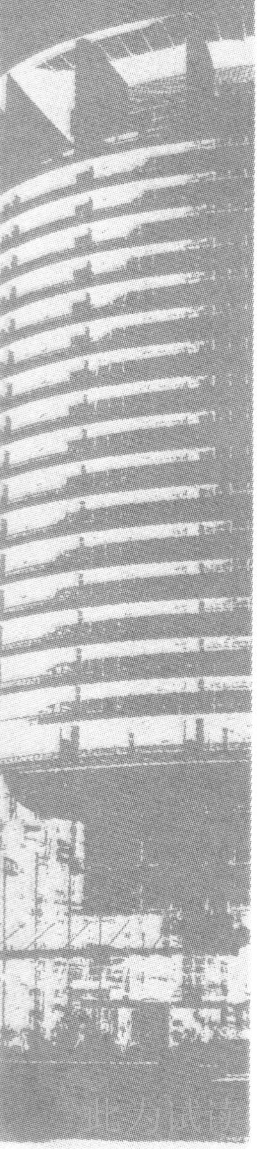
本书由刘加霞主编。责任编辑龙正武，封面设计张蓓。

成人高考《高等数学》编写组

2006年3月



目录



模拟试题一

一、选择题：1～10 小题，每小题 4 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 2x^2}{x}$ 等于(　　)。

A. 1　　B. 0　　C. 2　　D. $\dfrac{1}{2}$

2. 当 k 等于(　　)时，函数 $y=\begin{cases}\dfrac{x^2-1}{x-1}, & x\neq 1\\ k, & x=1\end{cases}$ 在定义域内是连续函数。

A. 1　　B. 0　　C. -1　　D. 2

3. 设 $f(0)=0$，且极限 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(x)}{x}$ 存在，则 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(x)}{x}$ 等于(　　)。

A. $f'(x)$　　B. $f'(0)$　　C. $f(0)$　　D. $\dfrac{1}{2}f'(0)$

4. 设 $y=f(x)$在点 $x_0=0$ 处可导，且 $x_0=0$ 为 $f(x)$的极值点，则(　　)。

A. $f'(0)=0$　　B. $f(0)=0$　　C. $f(0)=1$　　D. $f'(0)$不可能是 0

5. 若函数 $F(x)$和 $G(x)$都是函数 $f(x)$的原函数，则下列四个式子，正确的是(　　)。

A. $\int F(x)\mathrm{d}x=\int G(x)\mathrm{d}x$　　B. $F(x)+G(x)=C$

C. $F(x)=G(x)+1$　　D. $F(x)-G(x)=C$

6. 下列四项中，正确的是(　　)。

A. $\int_{-1}^{1}\dfrac{1}{x^3}\mathrm{d}x=0$　　B. $\int_{-\infty}^{+\infty}x^2\mathrm{d}x=0$

C. $\int_{-1}^{1}\sin x^3\mathrm{d}x=0$　　D. $\int_{-\infty}^{+\infty}\cos x^5\mathrm{d}x=0$

7. 设直线方程为：$\dfrac{x}{0}=\dfrac{y}{4}=\dfrac{z}{-3}$，则该直线必定(　　)。

A. 过原点且垂直于 x 轴　　B. 过原点且平行于 x 轴

C. 不过原点，但垂直于 x 轴　　D. 不过原点，且不平行于 x 轴

8. 级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^n\dfrac{k}{n^3}$($k$ 为非零常数)是(　　)的。

A. 发散　　B. 条件收敛　　C. 绝对收敛　　D. 敛散性与 k 值有关

9. 对于微分方程 $y''+2y'+y=e^x$，利用待定系数法求其特解 y^*，其形式可以设为(　　)。

A. $y^*=Axe^x$　　B. $y^*=Ae^x$

C. $y^*=(Ax+B)e^x$　　D. $y^*=e^x$

10. 设区域 D 由 $-1\leqslant x\leqslant 1$，$-1\leqslant y\leqslant 1$ 确定，则 $\iint\limits_D x(y-x)\mathrm{d}x\mathrm{d}y$ 的值可以通过(　　)求出。

A. 只能先对 x 求积分　　B. 既可以先对 x 求积分也可以先对 y 求积分

C. 只能先对 y 求积分　　D. 积分区域 D 决定该积分不能求出具体值

二、填空题：11～20 小题，每小题 4 分，共 40 分。

11. 极限 $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1-\dfrac{2}{x}\right)^{\frac{x}{2}}=$__________。

12. 设函数 $y=\dfrac{\ln x}{x}$，则 $y'=$__________。

13. 函数 $y=x^3-x+5$ 的单调递减区间是__________。

14. $\int xe^{2x}\mathrm{d}x=$__________。

15. 设函数 $f(x)=\ln 2x$，则不定积分 $\int f\left(\dfrac{x}{2}\right)\mathrm{d}x=$__________。

16. 设函数 $f(x)$满足 $f'(0)=2$，则极限 $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{f(2h)-f(0)}{h}=$__________。

17. 设二元函数 $z=\sin xy$，则 $\dfrac{\partial z}{\partial x}+\dfrac{\partial z}{\partial y}=$__________。

18. 微分方程 $y'=\dfrac{1}{x}$ 的通解是__________。

19. 级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{x^n}{2n^2}$ 的收敛半径是__________。

20. 设 $f(x,y)$为连续函数，则二重积分 $\int_0^1\mathrm{d}x\int_x^1 f(x,y)\mathrm{d}y$ 交换积分次序后等于__________。

三、解答题：21～28 题，21～25 题每题 8 分，26～28 题每题 10 分，共 70 分。解答应写出推理、演算步骤。

21. 求 $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x-1}{x+1}\right)^x$。

22. 设 $y=(\sin x)e^{x+2}$，求 y'。

23. 求 $\int\ln(x+1)\mathrm{d}x$。

24. 求 $\int_0^1\dfrac{x}{\sqrt{1+x^2}}\mathrm{d}x$。

25. 求过点(1，1，2)且与直线 $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{-2}=\dfrac{z}{3}$ 垂直的平面的方程。

26. 将 $y=e^{2x}$ 展开为马克劳林级数，并求出收敛区间。

27. 求 $\iint\limits_D y\mathrm{d}x\mathrm{d}y$，其中 D 为直线 $y=x-4$ 与曲线 $y^2=2x$ 所围成的区域。

28. 设有一根长为 a 的铁丝，将其分成两段，分别围成圆形和正方形，如果设所围圆形的面积为 S_1，正方形的面积为 S_2，证明：当 $\dfrac{S_1}{S_2}=\dfrac{\pi}{4}$ 时，S_1+S_2 的值最小。

参考答案

一、选择题

1. B 2. D 3. B 4. A 5. D 6. C 7. A 8. C 9. B 10. B

二、填空题

11. $\dfrac{1}{e}$ 12. $\dfrac{1-\ln x}{x^2}$ 13. $\left(-\dfrac{\sqrt{3}}{3},\dfrac{\sqrt{3}}{3}\right)$ 14. $\dfrac{e^{2x}}{2}\left(x-\dfrac{1}{2}\right)+C$ 15. $x\ln x-x+C$ 16. 4

17. $(x+y)\cos xy$ 18. $y=\ln x+C$ 19. 1 20. $\int_0^1\mathrm{d}y\int_0^y f(x,y)\mathrm{d}x$

三、解答题

21. e^{-2}（提示：原式$=\dfrac{\lim\limits_{x\to\infty}\left(1-\dfrac{1}{x}\right)^x}{\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\dfrac{1}{x}\right)^x}$）。

22. $(\cos x+\sin x)e^{x+2}$。

23. $(x+1)\ln(x+1)-x+C$。

24. $\sqrt{2}-1$（提示：利用凑微分法）。

25. $x-2y+3z-5=0$。

26. 因为 $e^x=\sum\limits_{n=0}^{\infty}\dfrac{x^n}{n!}$，所以 $e^{2x}=\sum\limits_{n=0}^{\infty}\dfrac{2^nx^n}{n!}$，收敛区间为$(-\infty,+\infty)$。

27. 为了确定积分限，先求解方程组：

$$\begin{cases}y=x-4\\y^2=2x\end{cases}$$

解得两组解，对应着两个交点$(2,-2)$，$(8,4)$。

作平行于 x 轴的直线与区域 D 相交，沿 x 轴正方向看，则入口曲线为 $x=\dfrac{1}{2}y^2$，出口曲线为 $x=y+4$，因而 $\dfrac{1}{2}y^2\leqslant x\leqslant y+4$，而区域 D 中有 $-2\leqslant y\leqslant 4$，于是

$$\text{原式}=\int_{-2}^4\mathrm{d}y\int_{\frac{1}{2}y^2}^{y+4}y\mathrm{d}x=\int_{-2}^4 y\cdot\left(x\Big|_{\frac{1}{2}y^2}^{y+4}\right)\mathrm{d}y=\int_{-2}^4\left(4y+y^2-\frac{1}{2}y^3\right)\mathrm{d}y=18。$$

28. 证明：将铁丝分为两段，设长分别为 x，$a-x$。

将长为 x 的部分构成半径为 R 的圆形，则 $2\pi R=x$，从而 $R=\dfrac{x}{2\pi}$，故

$$S_1=\pi R^2=\frac{x^2}{4\pi},\ S_2=\left(\frac{a-x}{4}\right)^2,$$

$$S=S_1+S_2=\frac{x^2}{4\pi}+\frac{(a-x)^2}{16}。$$

求导数：

$$S'=\frac{x}{2\pi}-\frac{a-x}{8},$$

令 $S'=0$ 可求得 S 的唯一驻点：

$$x=\frac{\pi a}{4+\pi},$$

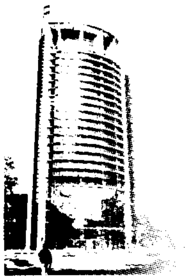
又 $S''=\frac{1}{2\pi}+\frac{1}{8}>0$，可知 $x=\frac{\pi a}{4+\pi}$ 为 S 的极小值点。

由于实际问题存在最小值，可知 $x=\frac{\pi a}{4+\pi}$ 为 S 的最小值点。

当 $\frac{S_1}{S_2}=\frac{\pi}{4}$ 时，由

$$\frac{\frac{x^2}{4\pi}}{\frac{(a-x)^2}{16}}=\frac{\pi}{4},0<x<a$$

可知 $x=\frac{\pi a}{4+\pi}$。因此，$\frac{S_1}{S_2}=\frac{\pi}{4}$ 时，S_1+S_2 的值最小。



模拟试题二

一、**选择题**：1～10 小题，每小题 4 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1\. $\lim\limits_{x\to 0}(1-2x)^{\frac{1}{x}}$等于(　　)。

A. 1　　B. e^2　　C. $-e^2$　　D. e^{-2}

2\. 当 $x\to 2$ 时，下列变量中为无穷小量的是(　　)。

A. $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2-4}{x-2}, & x\neq 2\\ 4, & x=2\end{cases}$　　B. $f(x)=(2-x)^2$

C. $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x+2}{x-2}, & x\neq 2\\ 0, & x=2\end{cases}$　　D. $f(x)=\dfrac{x+2}{x-2}$

3\. 设函数 $f(x)$在 $x=x_0$ 处可导，且 $f'(x_0)=1$，则 $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{f(x_0-h)-f(x_0)}{h}$ 等于(　　)。

A. x_0　　B. 0　　C. 1　　D. -1

4\. 设 $y=f(x)$为分段函数，x_0 为其分段点，且函数在 x_0 处连续，则下列命题(　　)正确。

A. $f(x)$在点 x_0 处必定可导　　B. $f(x)$在点 x_0 处必定可微

C. $\lim\limits_{x\to x_0}f(x)=f(x_0)$　　D. $\lim\limits_{x\to x_0}f(x)$不一定等于 $f(x_0)$

5\. 函数 $y=f(x)$在点 x_0 处可导的充分必要条件是(　　)。

A. 它在该点处的左导数和右导数存在　　B. 它在该点处连续

C. 它在该点处存在极限　　D. 它在该点处可微

6\. 下列四项中正确的是(　　)。

A. $\left(\int f(x)\mathrm{d}x\right)'=f(x)+C$　　B. $\int f'(x)\mathrm{d}x=f(x)+C$

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=f(x)+C$　　D. $\int f'(x)\mathrm{d}x=f(x+C)$

7\. 设二元函数 $z=f(xy, x^2+y^2)$，且函数 $f(u, v)$可微，则 $\dfrac{\partial z}{\partial x}$ 等于(　　)。

A. $y+2x$　　B. $y\dfrac{\partial f}{\partial u}+2x\dfrac{\partial f}{\partial v}$　　C. $y\dfrac{\partial f}{\partial x}+2x\dfrac{\partial f}{\partial y}$　　D. $x\dfrac{\partial f}{\partial u}+2y\dfrac{\partial f}{\partial v}$

8. 设直线方程为：$\frac{x-1}{1}=\frac{y}{4}=\frac{z+1}{-3}$，平面方程为 $2x+8y-6z+1=0$，则该直线与该平面的位置关系是(　　)。

A. 平行　　B. 垂直　　C. 直线在平面内　　D. 相交但不垂直

9. 幂级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{n}{3^n}x^n$ 的收敛半径是(　　)。

A. 1　　B. 3　　C. $\frac{1}{3}$　　D. ∞

10. 设 $D=\{(x,y)\mid x^2+y^2\leqslant a^2, a>0, y\geqslant 0\}$，在极坐标系中二重积分 $\iint\limits_D(x^2+y^2)\mathrm{d}x\mathrm{d}y$ 可以表示为(　　)。

A. $\int_0^{\pi}\mathrm{d}\theta\int_0^a r^3\mathrm{d}r$　　B. $\int_0^{\pi}\mathrm{d}\theta\int_0^a r^2\mathrm{d}r$　　C. $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}\mathrm{d}\theta\int_0^a r^3\mathrm{d}r$　　D. $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}\mathrm{d}\theta\int_0^a r^2\mathrm{d}r$

二、填空题：11～20 小题，每小题 4 分，共 40 分。

11. 极限 $\lim\limits_{x\to\infty}x\sin\frac{2}{x}=$ ________。

12. 设函数 $y=\tan x^2$，则 $\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}=$ ________。

13. 曲线 $y=1+\cos x$ 在点(0，2)处的切线的斜率为________。

14. $\int x\sin x\mathrm{d}x=$ ________。

15. $\int_1^2\frac{x^2+1}{x}\mathrm{d}x=$ ________。

16. 二重积分 $\iint\limits_D\mathrm{d}x\mathrm{d}y=$ ________，其中，D 是由 $-1\leqslant x\leqslant 1$，$0\leqslant y\leqslant 2$ 所围成的区域。

17. 若二元函数 $z=\arctan(x^2+y^2)$，则 $\frac{\partial z}{\partial x}-\frac{\partial z}{\partial y}=$ ________。

18. 微分方程 $y''=x$ 的通解是________。

19. 级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\frac{1}{n^2}$ ________收敛。

20. 微分方程 $y''-2y'+y=0$ 的通解是________。

三、解答题：21～28 题，21～25 题每题 8 分，26～28 题每题 10 分，共 70 分。解答应写出推理、演算步骤。

21. 已知 $\begin{cases}x=\sin t\\ y=\cos t-t\sin t\end{cases}$，求 $\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}$。

22. 设 $y=\ln x$，求 $y^{(n)}$。

23. 求 $\int_{-1}^{2}|x|\mathrm{d}x$。

24. 设 $f(x)=\int_0^x t(t-1)\mathrm{d}t$，求 $f(x)$在$[-1,\ 2]$上的最大值。

25. 将函数 $f(x)=\dfrac{1}{x}$ 展开成 $x-1$ 的幂级数。

26. 求微分方程 $2y''-3y'-2y=\mathrm{e}^x$ 的通解。

27. 设 $f(n)=\int_0^{\frac{\pi}{4}}\tan^n x\,\mathrm{d}x$，证明：$n\geqslant 3$ 时，$f(n)+f(n-2)=\dfrac{1}{n-1}$。

28. 求函数 $y=x\mathrm{e}^x$ 的极值和拐点。

参考答案

一、选择题

1. D　2. B　3. D　4. C　5. D　6. B　7. B　8. B　9. B　10. A

二、填空题

11. 2　12. $\dfrac{2x}{\cos^2 x^2}$　13. 0　14. $\sin x-x\cos x+C$　15. $\dfrac{3}{2}+\ln 2$　16. 4　17. $\dfrac{2(x-y)}{1+(x^2+y^2)^2}$

18. $y=\dfrac{1}{6}x^3+C_1x+C_2$　19. 绝对　20. $y=(C_1+C_2x)\mathrm{e}^x$

三、解答题

21. $-t-2\tan t$。

22. $y^{(n)}=(-1)^{n-1}(n-1)!\,\dfrac{1}{x^n}$。

23. $\dfrac{5}{2}$(提示：将积分区域分为两段：$[-1,\ 0]$，$[0,\ 2]$，被积函数分别为 $-x$，x。或者利用积分的几何意义直接求)。

24. $\dfrac{2}{3}$(提示：先求一阶导数并令其为零，求得驻点并根据二阶导数的值判断其是否为极值点，然后再分别求函数在点-1，2 处的函数值，与极大值比较，最大者为最大值)。

25. $\dfrac{1}{x}=\dfrac{1}{1+(x-1)}=1+(1-x)+(1-x)^2+\cdots+(1-x)^{n-1}+\cdots,\ 0<x<2$。

26. $y=C_1\mathrm{e}^{2x}+C_2\mathrm{e}^{-\frac{x}{2}}-\dfrac{1}{3}\mathrm{e}^x$(提示：先求得所对应的齐次线性微分方程的通解为 $y=C_1\mathrm{e}^{2x}+C_2\mathrm{e}^{-\frac{x}{2}}$，特解设为 $y^*=A\mathrm{e}^x$，代回原方程求出待定系数 A)。

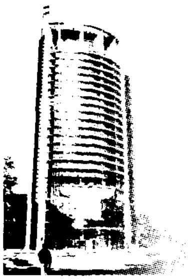
27. 因为 $f(n)=\int_0^{\frac{\pi}{4}}\tan^n x\,\mathrm{d}x$，所以 $f(n-2)=\int_0^{\frac{\pi}{4}}\tan^{n-2}x\,\mathrm{d}x$，

于是

$$f(n)+f(n-2)=\int_0^{\frac{\pi}{4}}\tan^{n-2}x(1+\tan^2 x)\mathrm{d}x=\int_0^{\frac{\pi}{4}}\tan^{n-2}x\,\mathrm{d}\tan x,$$

$$=\frac{1}{n-2+1}(\tan^{n-1}x)\Big|_0^{\frac{\pi}{4}}=\frac{1}{n-1}。$$

28. 求导数得 $y'=\mathrm{e}^x(1+x)$，令 $y'=0$ 即 $\mathrm{e}^x(1+x)=0$，得函数的唯一驻点 $x_1=-1$，当 $x<-1$ 时，$y'<0$，函数是递减的；当 $x>-1$ 时，$y'>0$，函数是递增的；$x=-1$ 为极小值点，极小值为$-\mathrm{e}^{-1}$。函数没有极大值。求二阶导数 $y''=\mathrm{e}^x(2+x)$，令 $y''=0$，得 $x_2=-2$。当 $x<-2$ 时，$y''<0$，函数是下凹($\cap$)的；当 $x>-2$ 时，$y''>0$，函数是上凹($\cup$)的，$x_2=-2$ 为拐点。



模拟试题三

一、**选择题**：1～10 小题，每小题 4 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 极限 $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{3x^2+2x+1}{x^2-x+2}$ 等于（　　）。

A. $\dfrac{1}{3}$　　B. 3　　C. 0　　D. $\dfrac{1}{2}$

2. 当 $n\to\infty$ 时，下列变量为无穷小量的是（　　）。

A. $\dfrac{n+1}{n^2}$　　B. $\dfrac{(-1)^n+1}{2}$

C. 2^n　　D. $n[(-1)^n+1]$

3. 若 $y=xe^{2x}$，则 dy 等于（　　）。

A. $2xe^{2x}dx$　　B. $(1+x)e^{2x}dx$

C. $(1+2x)e^{2x}dx$　　D. $xe^{2x}dx$

4. 设 $f(0)=0$，且 $f'(0)$ 存在，则 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(2x)}{x}$ 等于（　　）。

A. $2f'(0)$　　B. $f'(0)$　　C. $f(0)$　　D. $\dfrac{1}{2}f'(0)$

5. 设曲线 $y=x^2+3x+1$ 上某点处的切线方程为 $y=mx$，则 m 的值可能是（　　）。

A. 0　　B. 1　　C. 2　　D. 3

6. 若 $f'(x)$ 是连续函数，则变上限积分 $\int_0^x f'(t)dt$ 是（　　）。

A. $f'(x)$ 的一个原函数　　B. $f'(x)$ 的所有原函数

C. $f(x)$ 的一个原函数　　D. $f(x)$ 的所有原函数

7. 设直线 l 方程为：$\dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z}{-3}$，平面 π 与它垂直，则下列说法正确的是（　　）。

A. 直线 l 的方向向量与平面 π 的法向量垂直

B. 直线 l 的方向向量与平面 π 的法向量平行

C. 平面 π 的法向量是 $\{1, 2, 3\}$

D. 直线 l 不经过原点

8. 如果级数 $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ 收敛，那么以下级数收敛的是(　　)。

A. $\sum_{n=1}^{\infty} u_n + 1$　　B. $\sum_{n=1}^{\infty}(u_n + 1)$

C. $\sum_{n=1}^{\infty}(u_n + n)$　　D. $\sum_{n=1}^{\infty}(2u_n + 2)$

9. 微分方程 $y' + p(x)y = 0$ 的通解为(　　)。

A. $y = Ce^{\int p(x)dx}$　　B. $y = C(x)e^{\int p(x)dx}$

C. $y = C(x)e^{-\int p(x)dx}$　　D. $y = Ce^{-\int p(x)dx}$

10. 如果函数 $z = f(x, y)$的二阶混合偏导数 $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$ 与 $\frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x}$ 在区域 D 内(　　)，则在区域 D 内这两个二阶偏导数必定相等。

A. 存在　　B. 是一元函数

C. 是二元函数　　D. 存在而且连续

二、填空题：11～20 小题，每小题 4 分，共 40 分。

11. 极限 $\lim\limits_{x \to 0} \frac{x - \sin x}{x^2 + x} =$ ________。

12. $\lim\limits_{x \to \infty}(1 - \frac{k}{x})^{2x} = e$，则 $k =$ ________。

13. 若 $f(x) = \begin{cases} ae^x, & x < 0 \\ x + 2, & x \geqslant 0 \end{cases}$ 在 $x = 0$ 处连续，则 $a =$ ________。

14. 设函数 $y = \arcsin(1 - x)$，则 $y' =$ ________。

15. 设函数 $f(x) = x(x-1)(x-2)\cdots(x-100)$，则 $f'(0) =$ ________。

16. 设 $f(x)$是连续函数且 $f(x)$可导，则 $\int f^2(x)df(x) =$ ________。

17. 设 $3x^3$ 为 $f(x)$的一个原函数，则 $f(x) =$ ________。

18. $\int_{-2}^{2} \sin^3 x dx =$ ________。

19. 设二元函数 $z = e^u \sin v$，$u = xy$，$v = x - y$，则 $\frac{\partial z}{\partial x} =$ ________。

20. 微分方程 $y' = e^{x-y}$满足初始条件 $y|_{x=0} = 0$ 的特解是________。

三、解答题：21～28 题，21～25 题每题 8 分，26～28 题每题 10 分，共 70 分。解答应写出推理、演算步骤。

21. 设函数 $y = f(x)$是由方程 $e^{xy} + x + y = 0$ 所确定，求 $f'(x)$。

22. 求 $\int \frac{3x^2 - x + \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx$。

23. 如果曲线 $y = 2x^2 + 3x - 26$ 上点 M 处的切线斜率为 15，求点 M 的坐标。

24. 设 $z=(x+2y)^{(x^2+y^2)}$，求 $\frac{\partial z}{\partial x}$。

25. 求微分方程 $y''+y'-2y=3x$ 的通解。

26. 设 $F(x)$为 e^{-x^2} 的原函数，求$\frac{dF(\sqrt{x})}{dx}$。

27. 求函数 $f(x)=\int_{\frac{1}{2}}^{x}\ln t dt$ 的极值点与极值。

28. 设 $f(x)$是以 T 为周期的连续函数，a 为任意常数，证明：$\int_a^{a+T}f(x)dx=\int_0^T f(x)dx$。

参考答案

一、选择题

1. B　2. A　3. C　4. A　5. B　6. A　7. B　8. A　9. D　10. D

二、填空题

11. 0　12. $-\frac{1}{2}$　13. 2　14. $-\frac{1}{\sqrt{1-(1-x)^2}}$　15. 100!　16. $\frac{1}{3}f^3(x)+C$　17. $9x^2$　18. 0

19. $e^{xy}[y\sin(x-y)+\cos(x-y)]$　20. $y=x$

三、解答题

21. $f'(x)=-\frac{ye^{xy}+1}{xe^{xy}+1}$(提示：方程两边关于 x 求导数，注意 y 是 x 的函数，对 x 求导数时把 y 看作中间变量)。

22. $\int\frac{3x^2-x+\sqrt{x}}{\sqrt{x}}dx=\int(3x^{\frac{3}{2}}-x^{\frac{1}{2}}+1)dx=\frac{6}{5}x^{\frac{5}{2}}-\frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}}+x+C$。

23. 设 M 点坐标为(x_0, y_0)，由已知可得 $x_0=3$，$y_0=1$。

24. 令 $u=x+2y$，$v=x^2+y^2$，根据多元函数的复合函数求导法则得：

$$\frac{\partial z}{\partial x}=(x^2+y^2)(x+2y)^{x^2+y^2-1}+2x(x+2y)^{x^2+y^2}\ln(x+2y)。$$

25. $y=C_1e^x+C_2e^{-2x}-\frac{3}{2}x-\frac{3}{4}$(提示：设微分方程的特解为 $y^*=Ax+B$)。

26. $\frac{dF(\sqrt{x})}{dx}=e^{-(\sqrt{x})^2}\cdot(\sqrt{x})'=\frac{e^{-x}}{2\sqrt{x}}$。

27. 由于 $f'(x)=\ln x$，令 $f'(x)=0$，得唯一驻点 $x=1$。

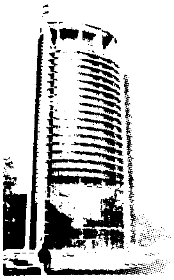
又 $f''(x)=\frac{1}{x}$，$f''(1)=1>0$，$x=1$ 为 $f(x)$的极小值点，$f(x)$的极小值为

$$f(1)=\int_{\frac{1}{2}}^{1}\ln t dt=t\ln t\Big|_{\frac{1}{2}}^{1}-\int_{\frac{1}{2}}^{1}dt=\frac{1}{2}(\ln 2-1)。$$

28. $\int_a^{a+T}f(x)dx=\int_a^0 f(x)dx+\int_0^T f(x)dx+\int_T^{a+T}f(x)dx$，

令 $x=T+t$，做变量替换得 $\int_T^{a+T}f(x)dx=\int_0^a f(T+t)dt=\int_0^a f(t)dt$，

故 $\int_a^{a+T}f(x)dx=\int_0^T f(x)dx$。



模拟试题四

一、**选择题**：1～10 小题，每小题 4 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 极限 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin ax^2}{x}$（$a$ 为非零常数）等于（　　）。

A. a　　B. 1　　C. a^2　　D. 0

2. 若 $\lim\limits_{x\to x_0}f(x)$ 存在，$\lim\limits_{x\to x_0}g(x)$ 不存在，则（　　）。

A. $\lim\limits_{x\to x_0}[f(x)+g(x)]$ 与 $\lim\limits_{x\to x_0}[f(x)-g(x)]$ 都不存在

B. $\lim\limits_{x\to x_0}[f(x)+g(x)]$ 与 $\lim\limits_{x\to x_0}[f(x)-g(x)]$ 都存在

C. $\lim\limits_{x\to x_0}[f(x)+g(x)]$ 与 $\lim\limits_{x\to x_0}[f(x)-g(x)]$ 之中的一个存在

D. $\lim\limits_{x\to x_0}[f(x)\pm g(x)]$ 存在与否与 $f(x)$，$g(x)$ 有关

3. 设 $f(x)$ 在 $x=x_0$ 处可导，且 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x}{f(x_0-2x)-f(x_0)}=\dfrac{1}{4}$，则 $f'(x_0)$ 等于（　　）。

A. 4　　B. -4　　C. 2　　D. -2

4. 函数 $y=f(x)$ 在点 x_0 处可导是函数 $f(x)$ 在点 x_0 处连续的（　　）。

A. 充分条件　　B. 必要条件

C. 充分必要条件　　D. 既非充分也非必要条件

5. 设 $y=f(x)$ 在点 x_0 的某邻域内可导，且 $f'(x_0)=0$，则点 x_0 一定是（　　）。

A. 极大值点　　B. 极小值点　　C. 驻点　　D. 拐点

6. $\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\displaystyle\int_a^b \arctan t\mathrm{d}t$ 等于（　　）。

A. $\arctan x$　　B. $\dfrac{1}{1+x^2}$

C. 0　　D. $\arctan b-\arctan a$

7. 设 $\displaystyle\int_0^x f(t)\mathrm{d}t=a^{2x}$，其中 $f(x)$ 为连续函数，$a>0$ 且 $a\neq 1$，则 $f(x)$ 等于（　　）。

A. $2a^{2x}$　　B. $a^{2x}\ln a$

C. $2xa^{2x-1}$　　D. $2a^{2x}\ln a$

8. 下列方程中表示椭球面的是（　　）。

A. $x^2+y^2-z^2=1$　　B. $x^2-y^2=0$

C. $x^2+y^2+\frac{z^2}{4}=1$　　D. $x^2+y^2=z^2$

9. 下列级数中绝对收敛的是（　　）。

A. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{\sqrt{n}}$　　B. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n-1}}{n}$

C. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{n^2}$　　D. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n\cos\frac{1}{n}}{n}$

10. 微分方程 $y''+2y'+y=0$ 的通解为（　　）。

A. $y=(C_1+C_2x)e^x$　　B. $y=(C_1+C_2x)e^{-x}$

C. $y=(C_1+C_2)e^{-x}$　　D. $y=(C_1+C_2)e^x$

二、填空题：11～20 小题，每小题 4 分，共 40 分。

11. 设函数 $f(x)=\begin{cases}\frac{1}{2-x}, & x<0\\ 0, & x=0\\ x+\frac{1}{2}, & x>0\end{cases}$，则 $\lim\limits_{x\to 0}f(x)=$__________。

12. $\lim\limits_{x\to\infty}x\sin\frac{1}{2x}=$__________。

13. 设函数 $y=x^2+x\sin x-e^{\sqrt{2}}$，则 $y'=$__________。

14. 设函数 $y=\tan(1-2x^2)$，则 $y'=$__________。

15. 积分 $\int e^x(1+x)dx=$__________。

16. 若积分 $\int f(x)dx=F(x)+C$，则积分 $\int\frac{f(\ln x)}{x}dx=$__________。

17. 过原点且垂直于 y 轴的平面方程为__________。

18. 设 $F(x)=\int_0^x t\sin^2 t\,dt$，则 $F'\left(\frac{\pi}{4}\right)=$__________。

19. 设二元函数 $z=e^{x^2+y^2}$，则 $\frac{\partial z}{\partial x}+\frac{\partial z}{\partial y}=$__________。

20. 设区域 D 是由 x 轴，y 轴以及直线 $x+y=1$ 围成的三角形区域，则 $\iint\limits_D xy\,dxdy$ 等于__________。

三、解答题：21～28 题，21～25 题每题 8 分，26～28 题每题 10 分，共 70 分。解答应写出推理、演算步骤。

21. 设 $y=f(x)$ 是由方程组 $\begin{cases}x=t^2\\ y=\sin t-\cos t\end{cases}$ 所确定，求 $f'(x)$。