



中等职业教育国家规划教材
全国中等职业教育教材审定委员会审定

数 学

(基础版)

第二册

(修订版)

主编 丘维声



高等教育出版社



中国美术学院美术考级教材
中国美术学院考级教材

素描 静物

(素描分册)

编 者 曹 天 戈

主 编 曹 天 戈

副 编 曹 天 戈

ISBN 7-5308-4111-1



中等职业教育国家规划教材

全国中等职业教育教材审定委员会审定

数 学

(基础版)

第二册

(修订版)

主 编 丘维声
责任主审 李文林
审 稿 韦梓楚 郭世荣

高等教育出版社

内容提要

本套教材是中等职业教育国家规划教材,经全国中等职业教育教材审定委员会审定。全套教材分三册,本册为第二册修订版,内容包括向量,平面解析几何,立体几何,排列、组合与二项式定理,概率与统计初步,复数。

第二册修订版弘扬了第一版的特色,使之更加完善。修订版针对当前中等职业学校学生的实际状况,将必修内容的难度进一步降低,删去了一些内容,有一些内容转成选学内容或阅读材料;对于B组题作了删减,有的题加了*号。

本教材配有学习卡,将提供增值教学服务。凭借学习卡上的卡号和密码登录“<http://sve.hep.com.cn>”教学资源网站,可陆续获得在线学习、计算机辅助教学软件、电子教案和电子课件、优秀教学案例等服务。特别是数学与生产实际的联系,与专业课的衔接,将会在教学资源网上与广大教师互动,共同开发、研讨、交流,以达到为广大教师服务的目的。

经过这一次修订,将会使本教材更加适应目前的中等职业教育形势,更具生命力,更受广大师生的欢迎。

本教材可供各类中等职业学校使用。

图书在版编目(CIP)数据

数学.第2册:基础版/丘维声主编.—2版(修订本).—北京:高等教育出版社,2006.6

ISBN 7-04-019774-X

I. 数... II. 丘... III. 数学课-专业学校-教材
IV. G634.601

中国版本图书馆CIP数据核字(2006)第054686号

策划编辑 邵勇 责任编辑 邵勇 封面设计 赵阳 责任绘图 尹莉
版式设计 马静如 责任校对 金辉 责任印制 宋克学

出版发行 高等教育出版社

社 址 北京市西城区德外大街4号

邮政编码 100011

总 机 010-58581000

经 销 蓝色畅想图书发行有限公司

印 刷 高等教育出版社印刷厂

购书热线 010-58581118

免费咨询 800-810-0598

网 址 <http://www.hep.edu.cn>

<http://www.hep.com.cn>

网上订购 <http://www.landraco.com>

<http://www.landraco.com.cn>

畅想教育 <http://www.widedu.com>

开 本 787×1092 1/16

印 张 21.75

字 数 410 000

版 次 2002年6月第1版

2006年6月第2版

印 次 2006年6月第1次印刷

定 价 20.80元(配学习卡)

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题,请到所购图书销售部门联系调换。

版权所有 侵权必究

物料号 19774-00

修订版出版说明

本套教材是中等职业教育国家规划教材的修订版。全套教材分三册出版。

第一版教材自2001年陆续出版以来,受到全国中等职业学校广大教师和学生的欢迎。近年来中等职业教育发生了很大变化:(1)中等职业学校生源状况有了很大的变化;(2)“以服务为宗旨,以就业为导向”已成为职业教育的共识;(3)经过大量的调查、研讨,教师们在对第一版的国家规划教材给予充分肯定的同时,也提出了很多宝贵意见。因此,为更好地服务于中等职业教育,我们对第一版国家规划教材《数学》(基础版)进行了修订。

修订版在保持第一版教材风格的基础上,着重从五方面进行修订:

一、与学生的实际状况相衔接

针对当前中等职业学校学生的实际状况,我们采取了两种方法。一是把所有学生必须学习的内容(必学内容)进一步降低难度,删去了一些内容,把一些内容转成选学内容或阅读材料;把练习题A组的一些题放到了B组中,对于B组题,删去了一些,另把一些题加了*号。更加具体详细的修改情况,请查看本书“修订版前言”。二是由本书主编另外编写了一本《初中数学知识补习课本》,供初中数学基础不太好的学生在学习修订版教材时根据需要补习。两本书配合使用,效果更佳。《初中数学知识补习课本》的前言中列有表格说明如何配合使用。

二、与专业课相衔接,与实际相结合

为此,从专业课角度编选一些实际问题,还编写了一些数学在各类专业课中的应用的题目,目的都是为了达到数学与专业知识的零距离衔接。这些内容放在网络上。

三、本教材配有学习卡,为教师和学生提供增值服务

这是本次修订的一大特色。凭借学习卡上的卡号和密码登录高等教育出版社的“<http://sve.hep.com.cn>”教学资源网站,可陆续获得下列各种资源:

(1) 虚拟课堂在线学习。包括网络课程“数学(基础版)”及相关的作业系统、答疑系统、交流讨论系统。

(2) 配有多媒体课件和模拟仿真动画,将对数学的教学起到积极的促进作用,有助于学生对抽象概念的理解。

(3) 电子教案和电子课件。与教学同步,教师可随时上网免费下载,根据需要用于自己的教学实践当中。今后,对每一教学知识内容或知识点,力争提供两到三种教学方案,供不同地区、不同类别的学校选择使用。

(4) 全国数学教学大赛优秀教学案例录像片段,并在今后陆续提供专家点评意见。

(5) 优秀活动课教学案例。为教师提供新颖活泼的教学形式。

(6) 特别是数学与生产实际的联系,与专业课的衔接,将会在教学资源网上与广大教师共同开发研讨交流,并同时为广大教师服务。

四、本次修订在教材质量上做了很多努力,以期达到优秀教材的标准

(1) 在思想水平上,主要体现在职业教育性方面。本教材的修订力图使之更加适合职业教育的特点。

(2) 在科学水平上,主要体现在知识正确性和内容先进性方面。这两方面,第一版已经做得很好,修订后更加完善。比如,没有科学性错误,基本概念与原理的叙述正确无误,科学事实与社会现象描述清楚,引用的数据、图表等材料可靠。

(3) 在教学水平上,力图使教材在教学适用性、知识实用性、结构合理性和使用灵活性等方面达到较高的水平。

五、从版式方面,力求图文并茂,以增加学生学习的兴趣

修订后的教材更加适应职业教育培养目标的要求,更有生命力,更能为师生所接受。

本教材供各类中等职业学校使用。

高等教育出版社

二〇〇六年五月

中等职业教育国家规划教材出版说明

为了贯彻《中共中央国务院关于深化教育改革全面推进素质教育的决定》精神,落实《面向 21 世纪教育振兴行动计划》中提出的职业教育课程改革和教材建设规划,根据《中等职业教育国家规划教材申报、立项及管理意见》(教职成[2001]1 号)的精神,教育部组织力量对实现中等职业教育培养目标和保证基本教学规格起保障作用的德育课程、文化基础课程、专业技术基础课程和 80 个重点建设专业主干课程的教材进行了规划和编写,从 2001 年秋季开学起,国家规划教材将陆续提供给各类中等职业学校选用。

国家规划教材是根据教育部最新颁布的德育课程、文化基础课程、专业技术基础课程和 80 个重点建设专业主干课程的教学大纲编写而成的,并经全国中等职业教育教材审定委员会审定通过。新教材全面贯彻素质教育思想,从社会发展对高素质劳动者和中初级专门人才需要的实际出发,注重对学生的创新精神和实践能力的培养。新教材在理论体系、组织结构和阐述方法等方面均作了一些新的尝试。新教材实行一纲多本,努力为学校选用教材提供比较和选择,满足不同学制、不同专业和不同办学条件的学校的教学需要。

希望各地、各部门积极推广和选用国家规划教材,并在使用过程中,注意总结经验,及时提出修改意见和建议,使之不断完善和提高。

教育部职业教育与成人教育司

2001 年 5 月

第二册修订版前言

本套教材(共三册)自2001年陆续出版以来,受到全国中等职业学校广大教师和学生的欢迎。现在我们本着精益求精的精神修订这套教材,弘扬本套教材的特色,使之更加完善。例如,精心编写和安排每一节的教学内容和教学过程,从学生熟悉的生活实际或者具体模型引出数学知识,引导学生进行探索,猜测可能有的规律,接着进行论证,这使学生既比较容易地学到了数学知识,又受到了数学思维方式的熏陶,从而终身受益。又如,对一些内容的组织和阐述有创新:我们从“一点和一个非零向量决定一条直线”出发,推导出直线的点向式方程,由此出发推导出直线方程的点斜式、斜截式和一般式,从而很容易地推导出任意两条直线(不仅是有斜率的直线)平行或垂直的充分必要条件,任意两条直线的夹角的计算公式,以及点到直线的距离公式;我们对于立体几何的知识体系,计数原理,概率的定义,随机事件的研究方法等内容的阐述也都有创新。

针对当前中等职业学校学生的实际状况,这次修订我们把所有学生都要学习的必学内容进一步降低了难度,删去了一些内容,把一些内容转成选学内容或阅读材料;把练习题A组的一些题放到了B组中,对于B组题,删去了一些,把一些题加了*号。加*号的内容和加*号的习题以及阅读材料不作为教学要求,仅供有兴趣的学生自己学。

第二册的修订版与第一版比较,主要变动的地方如下:

第7章删去了原来的7.4节。在7.3节讲完数乘向量的定义和运算法则后,很容易看出 λa 与 a 共线。进而自然而然地问:与非零向量 a 共线的向量 b 是什么样子?从而得出与一个非零向量共线的向量的充分必要条件。

改写了原来的7.5节,作为7.4节。把平面向量分解定理中唯一性的证明放到“阅读材料”中。

7.7节(即原来的7.8节)中,把线段的定比分点坐标公式的内容改成用楷体字排印,作为选学内容。有关线段定比分点的习题都放到B组中。

7.9节(原7.10节)中,把关于向量的内积的线性性的证明放到“阅读材料”中。

复习题七的A组的一些题放到B组中,B组的一些题删去了。

第8章8.1节的最后一段,从直线 l 的点向式方程和两点式方程,抽象出直线

的方程的概念。8.1节内容的后面写了“阅读材料”，讲了0为什么不能当除数(或分母)的道理，从中引出在推导直线 l 的点向式方程时，恰恰要利用 $\frac{0}{0}$ 可以等于任何一个数这一性质，得出了所有直线都具有的点向式方程。

改写了8.4节。从直线的点向式方程很容易看出：任意一条直线的方程都是关于 x 、 y 的一次方程。反之，任给一个关于 x 、 y 的一次方程，分三种情况说明它表示一条直线，而且很容易得出该直线的一个方向向量。

改写了8.8节，运用向量的内积较简捷地推导出点到直线的距离公式。

把8.9节加了*号，作为选学内容。

改写了8.11节，使得直线和圆的位置关系为什么与圆心到直线的距离 d 有联系变得更加明晰。

把8.13节中例4加了*号，把有关椭圆在平移下的像的内容放到“阅读材料”中。

把8.15节中例4加了*号，把有关双曲线在平移下的像的内容放到“阅读材料”中。

8.17节的最后一段，把椭圆、双曲线、抛物线的光学(声学)性质及其应用作了进一步阐述。

第9章9.1节加写了确定平面的公理和推论在实际生活中的应用。

删去了原来的9.2节，把它的内容与原来的9.6节、9.7节整合，写成新的9.5节，起承上启下的作用。

改写了9.2节(原9.3节)。从长方体的模型引出异面直线的概念，并且讲了两条异面直线一定没有公共点的道理。把空间中直线平行关系的传递性的证明放在9.3节后面的“阅读材料”中。

改写了9.3节(原9.4节)。从长方体的模型引出直线和平面平行的判定定理，在证完判定定理之后，分析它的逆命题是否成立，引出直线和平面平行的性质定理。在这一节后面的“阅读材料”中，运用直线和平面平行的判定定理和性质定理，证明了空间中直线平行关系的传递性。

9.4节(原9.5节)利用长方体的模型引出了平面和平面平行，平面和平面相交的概念。删去了B组的两道题。

9.5节是新写的一节，是讲述空间向量的知识。从生活中的实例(汽车的行驶速度，飞机的飞行速度)引出空间向量的概念；利用长方体的模型讲了什么是相等的向量，共面、不共面的向量，以及空间向量的加法运算和数乘向量的运算；通过探索得出空间向量分解定理，以及向量的内积的概念及其性质。本节(原9.6节)的例2

加了*号,空间向量分解定理的唯一性的证明放到“阅读材料”中。本节的练习B组题有6道题加了*号。

9.6节(原9.7节的一部分)是新写的,利用正方体的模型介绍两条异面直线所成的角的概念和求法,空间中两条直线互相垂直的概念,以及两条异面直线的距离的概念。本节中的例2加了*号。

9.7节(原9.8节)作了改写。例1、例2和例4的证明都加了*号,不作为教学要求。删去了原9.8节的例4。新写了例5,这是利用棱长为1的正方体的模型,让学生了解如何求点到平面的距离,两个平行平面的距离,直线和平面的距离。删去了原9.8节的B组练习题中的5道题。重新编写了B组题(共3道题)。

9.8节(原9.9节)作了改写。利用正方体的模型引出了三垂线定理。把A组的第6题调到B组,B组的第6题加了*号。

9.9节(原9.10节)作了改写。从如何测量山坡的坡角引出了研究二面角的第二种方法。从盖房子如何保证墙面与水平面垂直,引出两个平面垂直的判定定理。

删去了原来的9.11节。

第12章12.8节作了部分改写。

第二册的修订版由丘维声主编。

借此机会,作者衷心感谢本套教材的主审李文林研究员,以及第二册第一版的审稿人员韦梓楚研究员和郭世荣教授。

作者感谢本书修订版的策划及责任编辑邵勇和编辑薛春玲,他们为本书修订版的策划、编辑和出版付出了辛勤劳动。

作者感谢全国使用本套教材的广大教师,各省、市、自治区以及各地的中等职业教育的领导、教研员和工作人员,欢迎他们提出意见和建议。

丘维声

于北京大学数学科学学院

2006年3月

第二册第一版前言

《数学(基础版)第二册》包括三个模块:向量模块、几何模块、概率与统计初步模块。我们对这三个模块的内容体系做了力度较大的改革,以适应时代发展的要求,提高学生的素质,有利于学生掌握基础知识、基本技能和培养科学的思维方式。

最近这些年,向量已经列为中等职业学校和普通高中的数学教学内容。正确地讲授向量的知识有现实意义。向量是既有大小又有方向的量,向量可以直观地用有向线段来表示。由于向量只有大小和方向,因此长度相等且方向相同的有向线段表示的向量是相等的向量。向量有加法、减法和数乘运算,他们统称为向量的线性运算。利用向量的线性运算可以得到平面向量分解定理,从而向量又有第二种表示:坐标表示。利用坐标可以更简捷地进行向量的加法、减法和数乘运算。作为向量的线性运算的应用,可以得到线段的中点坐标公式和定比分点坐标公式,以及平移公式等。为了利用向量研究有关长度、角度、垂直等度量问题,需要引进向量内积的概念,得出向量内积的基本性质,以及用直角坐标计算向量内积的公式。这就是我们讲授向量知识的内容体系。

我们用向量的工具改革平面解析几何的内容体系。长期以来,平面解析几何的直线部分以斜率为中心来处理,其原因在于斜率是一个相当重要的概念,但是以斜率为中心处理直线问题,有一个天生的不足:平行于 y 轴的直线和 y 轴都没有斜率。这使得讨论直线的性质时必须分情况:有斜率的直线与没有斜率的直线,无法给予统一的处理。此外,以斜率为中心讨论直线,无法推广到空间中的直线。由于这些原因,我们在本书中以方向向量为中心来处理直线问题,同时也相当重视斜率这个概念。我们从“一点和一个非零向量决定一条直线”出发,推导出直线的点向式方程,这是任何一条直线都具有的方程,然后讲直线的斜率,以及斜率与方向向量的关系,从而推导出点斜式、斜截式方程。最后推导出一般式方程。我们用方向向量很容易地处理了两条直线的位置关系(任意两条直线平行的充分必要条件)、度量关系(任意两条直线垂直的充分必要条件,两条直线的夹角,点到直线的距离)。我们还利用由向量 \boldsymbol{a} 确定的平移公式,推导出了对称轴与坐标轴平行的椭圆、双曲线和抛

物线的方程,从而我们删去了坐标轴的平移这一内容。

我们还恰到好处地用向量工具改革立体几何的讲授体系。在讲平面的确定时,除了讲授传统的确定方法外,还讲了“一个点和两个不共线的向量确定一个平面”。在讲直线、平面的位置关系时,利用空间向量分解定理可以简化一些命题的证明。特别是在讲直线、平面的度量关系时,利用空间向量的分解定理,以及空间向量的内积的性质,使得许多定理的证明比传统的证明简单明了。例如,直线和平面垂直的判定定理、性质定理,三垂线定理及其逆定理,两个平面垂直的判定定理等。运用向量工具,还使得求两条异面直线所成的角,求二面角的度数,求异面直线上两点间的距离等变得比较容易。

我们在讲立体几何的直线、平面这部分内容时,不是以线线关系、线面关系、面面关系为主线,而是以直线、平面的位置关系、度量关系为主线,这是抓住了事情的本质。

我们在讲排列与组合这一章时,明确指出:本章介绍计数的基本原理和两类基本计数问题(排列问题、组合问题),以及它们在推导二项式的展开式中的应用。全章从头至尾抓住怎样计数这条主线,而且我们把计数的加法原理、乘法原理分别改称为分类计数原理、分步计数原理,这将帮助学生在处理计数问题时有一个清晰的思路:分类计数,还是分步计数,或者两者都用上。我们还把分类计数与分步计数一直贯穿到概率初步那一章,使学生能运用这两个计数原理和排列、组合的知识求一些随机事件的概率。

我们还对概率统计初步的讲授体系做了改革。历史上,关于概率的定义、先后讲了古典概率的定义、几何概率的定义、概率的统计定义、概率的公理化定义等。为了让中等职业学校的学生能够了解什么是概率,我们尝试既通俗易懂又科学严谨地给出概率的定义。我们在第11章的11.1节讲了随机现象的许多例子之后,以掷硬币和高尔顿试验为例进行细致分析,然后指出:上述两个例子和其他大量例子表明,随机现象中,出现的每一个结果的可能性的客观存在的大小是客观存在的,它可以用一个不超过1的非负实数来刻画,这个数就叫做出现这个结果的概率。接着我们把对随机现象的观察或试验(统称为随机试验)中可能出现的每一个结果叫做一个样本点。进而规定:如果随机试验的样本点只有有限多个,那么随机事件 A 的概率规定为 A 中各个样本点的概率之和。然后我们就以此为基础,讲了随机事件的概率的性质(在有限样本空间中,互不相容事件的并的概率、对立事件的概率等);讲了随机试验的两个最常见的模型:古典概率模型,以及每次试验只有两个可能结果的 n 次独立重复试验模型(即贝努里概率模型)。我们从掷三次骰子,出现6点的次数用 ξ 表示为例,指出“恰有一次出现6点”的事件可以简捷地记作“ $\xi=1$ ”等等,从而引出了离散

型随机变量的概念:在随机试验中,如果一个量 ξ 可能取的值可以一一列举出来,并且 ξ 取每个值 a 都表示一个随机事件,则称 ξ 是一个离散型随机变量。这就把原本艰深难懂的随机变量的概念通俗易懂而又科学严谨地讲出来了。对于取连续值的随机变量,我们主要讲了服从正态分布的随机变量。我们从某城市 12 岁男孩的身高的频率直方图引出正态分布的概念,进而讲了正态分布的“ 3σ ”准则在质量控制图中的应用。

关于数理统计的基本思想,我们抓住并且概括成三个最基本的问题进行阐述:统计估计(主要讲总体的百分比、均值和方差的估计)、统计预测(主要讲线性回归)、统计决策(主要讲假设检验)。前两个问题在第二册讲,第三个问题在第三册讲。

第二册除了对上述三个模块的内容体系或讲授体系做了改革外,我们还继续按照数学的思维方式编写每一节的内容,以便使学生受到数学思维方式的熏陶。我们特别强调“观察”、“分析”、“探索”等环节,让学生主动参与到教学过程中来,在探索中学习,尽可能地提高学生分析问题的能力。

选学内容复数虽然放在第 12 章,但是可以在第 7 章之后讲授。

本书的练习和复习题都经过精心挑选与配备。A 组题是必做题,反映了教学的基本要求。B 组题不作为教学要求,是选做题,供学有余力的学生提高分析问题能力用。第二册的必学时数为 87 课时,限定选学时数为 23 课时。

由于各个学校的教学周学时不同,因此使用《数学》(基础版)教材可以有几种方案:

方案一 第一册供一年级上、下两个学期使用,第二册供二年级上、下两个学期使用。

方案二 第一册供一年级上学期使用,第二册供一年级下学期使用,第三册供二年级上学期使用。

方案三 第一册、第二册供一年级上、下学期和二年级上学期使用,第三册供二年级下学期使用。

本套教材的第二册由丘维声编著。

作者衷心感谢严士健教授,他对本书的初稿提出了宝贵的修改意见。

作者衷心感谢教育部职业教育与成人教育司组织的,由李文林研究员担任责任主审,韦梓楚研究员和郭世荣教授组成的审稿小组,他们对本书的初稿提出了宝贵的修改意见。

作者还要感谢高等教育出版社的张华、胡乃罔、邵勇等同志为本书的编辑出版做了大量的工作。

作者也感谢对本套教材的第一册提出宝贵建议的读者,并且热诚欢迎广大读者对本套教材提出宝贵意见。

丘维声

于北京大学数学科学学院

2002年5月

第一册第一版前言

21世纪世界已处于信息时代。时代的发展对数学教育提出了哪些新的要求？为了把学生培养成为基础扎实、具有科学的思维方式、有创新精神和应用意识的高素质人才，为祖国的繁荣富强作出贡献，数学教育应当进行哪些改革？

探索这些问题的解答，就是我们编写这套数学教材的指导思想，从而形成了这套教材的如下一些特色：

(一) 把培养数学的思维方式作为教学目标之一，按照数学的思维方式编写每一节的内容。

数学的思维方式是一种科学的思维方式。按照数学的思维方式学习数学才能学好数学。培养学生具有数学的思维方式将使终身受益，有助于他们把肩负的工作做好。

什么是数学的思维方式？观察客观世界的现象，抓住其主要特征，抽象出概念或者建立模型；进行探索，通过直觉判断或者归纳推理、类比推理作出猜测；然后进行深入分析和逻辑推理，揭示事物的内在规律，从而使纷繁复杂的现象变得井然有序。这就是数学的思维方式。

我们按照数学的思维方式编写每一节的内容。设立了“观察”、“实验”、“抽象”、“探索”、“猜测”、“分析”、“论证”、“应用”等小标题，使学生在学数学知识的同时，受到数学思维方式的熏陶，日积月累地培养学生具有数学的思维方式，提高学生的素质。

(二) 准确把握数学的根基，使学生扎扎实实地掌握基础知识和基本技能。

数学的语言是数学的根基之一。人们在社会上交往必须掌握语言。同样地，要想学好数学就必须了解数学的一些基本用语。例如，集合、等价(\Leftrightarrow)、映射等。我们在这套教材的第一册通俗易懂地介绍了等价和映射的概念，然后把这两个概念贯穿到全书，使得许多数学问题的表述既简洁又准确，而且易于理解。例如，用等价的术语“ \Leftrightarrow ”来写解不等式的各步、求函数的定义域的各步等；用映射的观点讲反函数的概念，指数函数、对数函数和三角函数的概念等。

本套教材第一册的主要内容是讲函数。其中函数的图像是根基之一。即设函数 $f(x)$ 的定义域为 A ，则点 $M(a, b)$ 在 $f(x)$ 的图像上 $\Leftrightarrow a \in A$ ，且 $b = f(a)$ 。这

个结论是数形结合的基础。

(三) 使学生主动地、生动活泼地参与到教学过程中来。

“内因是根据,外因是条件”。我们要创造条件,吸引学生,调动学生内在的积极性,才能使学好数学。为此,我们在教材中设立了“观察”、“认一认”、“说一说”、“辨一辨”、“试一试”、“想一想”、“动脑筋”等小标题。让学生在课堂上积极地看、说、做、想数学问题。这些小标题在每一节中是结合具体数学内容的需要自然而然设立的。

(四) 按照学生的认知规律精心安排每一节的教学过程,使教师好教、学生易学,有利于提高教学质量。

每一节的开头,概念的引出都是经过精心设计的,用学生容易理解的实例引出概念。例如,我们在讲“必要条件和充分条件”这一小节时,一开始,画了一个大圆圈,里面画了一个小圆圈,分别表示整数集 \mathbf{Z} 和自然数集 \mathbf{N} 。让学生观察,怎样才能进入小圆圈内。然后分析:进入小圆圈内的必经之路是先进入大圆圈内,从而可以很自然地说:“ $m \in \mathbf{Z}$ 是 $m \in \mathbf{N}$ 的必要条件”。一旦 m 已经在小圆圈内,当然 m 也就在大圆圈内,从而可以很自然地说:“ $m \in \mathbf{N}$ 是 $m \in \mathbf{Z}$ 的充分条件”。由于复合命题“如果 $m \in \mathbf{N}$,那么 $m \in \mathbf{Z}$ ”为真,因此抽象出:一般地,当复合命题 $p \rightarrow q$ 为真时,称 q 是 p 的必要条件,称 p 是 q 的充分条件。

通过小标题也明确区分了每一节的重点内容和一般内容。例如,“分析”、“抽象”、“评注”、“示范”、“论证”、“应用”等小标题下面的是重点内容。而“说一说”、“认一认”等小标题下面的一般内容。

(五) 对一些内容的组织和阐述有创新。

第一册中,我们对函数的奇偶性,以及反函数等内容的组织和阐述都有创新。关于偶函数,我们先讨论平面上图形关于直线对称的概念,然后让学生观察函数 $f(x) = |x|$ 的图像是否关于 y 轴对称? $f(x)$ 的对应法则有什么特点?由于 $|-x| = |x|$,因此 $f(-x) = f(x)$ 。进而问:一般地,若图形 E 关于 y 轴对称,那么它表示的函数 $f(x)$ 的对应法则是否也有上述特点?最后进行分析和推理。由此一箭双雕地既引出了偶函数的定义,又得出了“函数 $f(x)$ 是偶函数当且仅当 $f(x)$ 的图像关于 y 轴对称”的结论。奇函数的讲法是类似的。关于反函数的概念,我们先让学生观察 $y = 3x$ 与 $y = \frac{1}{3}x$ 的对应法则之间的联系,并且画了示意图。由此抽象出反函数的定义:“设函数 $y = f(x)$ 的定义域为 A ,值域为 B ,如果对于 B 中每一个元素 b ,在 A 中只有一个元素 a ,使得 $f(a) = b$,那么把 b 对应到 a 的映射称为 $y = f(x)$ 的反函数,记作 $y = f^{-1}(x)$ ”。这样讲反函数,既容易懂,又清晰地揭示了反函

数概念的本质。

第二册中,我们用直线上一点和方向向量推导出直线的点向式方程,指出这是所有直线都具有的方程,从而可以用点向式方程统一地讨论直线的位置关系和度量关系。这也是我们的创新之处。传统的教材以斜率为中心处理直线问题,有一个天生的不足:有的直线没有斜率,从而有的直线没有点斜式方程。这为讨论直线的性质带来一些不方便。

第二册中,我们关于概率的定义以及概率论基础知识的内在体系也有创新。我们在该章的第一节就给出了概率的定义,而且只需要一个定义。传统的教材则需要分别讲古典概率的定义,几何概率的定义,概率的统计定义,概率的公理化定义。

第二册中,我们在立体几何内容的组织和阐述上也有创新,恰到好处地运用向量的工具来简洁地解决立体几何的一部分问题。

(六) 科学性 with 简明性相结合。

本套教材对内容的阐述力图把道理讲得清楚而又简明,叙述严谨而又易懂。例如,画函数的图像,传统的讲法都是“列表、描点、连线”三个步骤,这是不准确的。因为只描出有限几个点,怎么能知道如何联结这些点呢?为什么在描出的每两个点之间一定是用没有起伏的曲线联结呢?我们的讲法是,先讨论函数的对称性,单调性等,然后列表、描点,这时便知道如何正确地联结所描出的各点。我们还利用对称性,从指数函数 $y = a^x$ 的图像,用折纸法画出对数函数 $y = \log_a x$ 的图像。这样讲画函数的图像既准确、又简明。

(七) 时代性与传统性相结合。

世界已经从工业革命时代进入信息时代。工业革命时代以微积分为代表的连续数学占据数学主流的地位已经在发生变化,离散数学的重要性越来越被人们所认识。这些反映到中学数学中,除了继续重视函数等传统内容外,还应让离散数学的一些基础知识有所渗透。我们编写的这套教材力图透出信息时代的气息。例如,我们把函数的概念从数集到数集的映射扩展为:任意一个非空集合到数集的映射。而且这里所说的数集不仅是实数集的非空子集,还可以是任意域的非空子集。我们在每一章的最后,设立了“现代数学和信息小窗口”。深入浅出、通俗易懂地介绍了信息时代所需要的检错编码、纠错编码、信息安全、傅里叶(Fourier)级数、分形几何等现代数学的知识。让读者从传统中学数学内容中走出来,看一看信息时代数学发生的变化,感受一下数学在信息时代的作用,激发他们学习数学的兴趣。我们还根据信息时代计算器(乃至计算机)普及的特点,利用计算器求对数、任意角的三角函数,从而对于积、商、幂的对数公式和三角函数的诱导公式,从过去的侧重于计算转变成侧重于理论上的应用,精简了内容。