



实践新课程 探索新方法 体验新理念

新课标

数学竞赛阶梯训练

七年级

丁保荣 主编

1000

浙江大學出版社

编写说明

新课改下的数学教学“要创造性地使用教材,积极开发、利用各种教学资源为学生提供丰富多彩的学习素材;关注学生的个性差异,有效地实施差异教学,使每个学生都得到发展。”“对于学有余力并对数学有浓厚兴趣的学生,教师要为他们提供足够的材料,指导他们阅读,发展他们的数学才能。”

为此,我们策划了新课标数学竞赛同步阶梯训练丛书,共分七年级、八年级、九年级三个分册。本套书进行了新的探索,分年级配合教学进度,顺应学习需要,使初中数学竞赛(数奥)大纲的知识点同步渗透在新教材的各章训练中,为教师提供一种崭新的指导思想,为学生提供一种科学的训练方法,在编写过程中,力求突出以下几点:

1. 体验新课改理念

本套书以新课改下的新教材为背景,以新课标、《初中数学竞赛大纲》为指导,培养学生科学探究精神和创新思维习惯,以激发独立思考和创新意识。

2. 探索新解题方法

本套书以近年来全国各地中考和国内外各级数学竞赛中的典型试题为编选范围,集中体现新中考、新竞赛、新特点。如:由知识立意转向能力立意,在知识交会点上命题,强调应用、创新意识培养,倡导问题的开放性、探索性等。

3. 实践新训练模式

本套书与新课标下的新教材各章完全同步,将数学奥林匹克对知识与能力的要求渗透在与课程同步的阶梯训练题中。丛书通过丰富的栏目实践新课标的理念,【赛点导入】为你导航;【赛题精析】为你引路;【赛题训练】让你大显身手;详尽的【参考答案】让更多学生得到发展的数奥训练模式,并以同步超前训练为特色,促进学生数学才能发展,丛书是提高学生数学素养的理想读物。

本套书在编著过程中得到金华市教科所原所长黄维龙老师,数学教研员蒋光清、徐显扬老师,丁金达、吴务伦老师的指点,义乌市绣湖中学数学组的方利生、王桂芳、王帼芳、王菊清、刘智建、刘旭萍、朱秀云、朱汝芳、朱晓

燕、朱海妹、何星天、陈晓岚、陈志强、罗大明、秀惠民、金旭颖、金和谦、骆雄军、戚茂功等老师帮助编选。

丁保荣

目 录

上 册

一、图形初步认识(丰富的图形世界)	(1) 参考答案(117)
二、数 轴	(9) 参考答案(121)
三、绝对值	(15) 参考答案(123)
四、有理数及其运算	(19) 参考答案(125)
五、代数式(字母表示数)	(24) 参考答案(127)
六、直线、射线、线段与角	(29) 参考答案(130)
七、一元一次方程	(33) 参考答案(132)
八、一元一次方程应用(一)	(37) 参考答案(133)
九、一元一次方程应用(二)	(42) 参考答案(137)
十、统计图与辅助图	(47) 参考答案(140)
十一、整除问题	(55) 参考答案(144)
十二、新命题运算	(59) 参考答案(146)

下 册

十三、整式加减	(63) 参考答案(149)
十四、整式乘除	(67) 参考答案(151)
十五、平行线与相交线	(72) 参考答案(154)
十六、三角形基本知识	(77) 参考答案(157)
十七、全等三角形	(81) 参考答案(159)
十八、变量间的关系	(87) 参考答案(163)
十九、图形的轴对称(等腰三角形)	(93) 参考答案(167)
二十、整数的性质	(100) 参考答案(172)
二十一、最大最小值(完全平方公式应用)	(104) 参考答案(175)

二十二、面积的计算·····	(108)参考答案(178)
二十三、观察、归纳和猜想·····	(113)参考答案(181)

上册

一、图形初步认识(丰富的图形世界)



【赛点导入】

1. 经历图形的展开、折叠、切截以及“从不同方向看”的数学活动,发展了空间观念,认识了点、线、面的一些简单性质.

2. 初步体会从不同方向观察同一物体,了解简单的三视图.

3. 丰富成功体验,激发对空间与形学习的好奇心,培养积极的情感、态度,促进观察、分析、归纳、概括、交流等能力的展.



【赛题精析】

例1 图 1-1 是由七巧板拼成的正方形.正方形边长20厘米,问七巧板中平行四边形的一块(图中阴影部分)的面积是多少?

(第一届“华罗庚杯”赛试题)

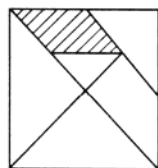


图 1-1

[分析] 根据图形把阴影的平行四边形分成两个三角形,而把正方形划成这样的三角形来计算.

例2 如图 1-2,每边长是 10 厘米的正方形纸片,正中间挖一个正方形的洞,成为一个宽度是 1 厘米的方框.把五个这样的方框放在桌面上,成为这样的图案.问桌面上被这些方框盖住的部分面积是多少平方厘米?

(第一届“华罗庚杯”赛试题)

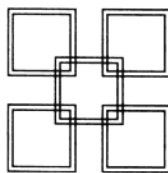


图 1-2

[分析] 关键如何处置八个重叠的小正方形.

例3 一个正方体的纸盒中恰好能放入一个体积为 6.28 立方厘米的圆柱体(图 1-3),纸盒的容积有多大?(圆周率取 3.14)

(第四届“华罗庚杯”赛试题)

[分析] 由于是正方体纸盒,所以它的长、宽、高相等,又因为圆柱体“恰好”能放入,所以圆柱体的高等于纸盒的高,而后者又与圆柱体底的直径相等.

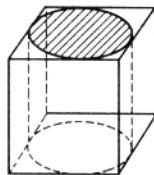


图 1-3

例4 用一平面去截一个立方体,得到一个矩形的截面,而把立

方体截成两个部分,问:这两个部分各是由几个面围成的?

(第六届“华罗庚杯”赛试题)

[分析] 没有图形,培养学生的空间想像能力,要考虑到可能所有情形.

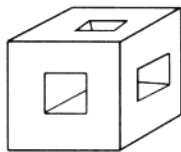


图 1-4

例 5 如图 1-4,一个棱长为3的木制立方体,在其彼此相邻的三个面的每个面的正中挖边长为1的正方形孔通到对面,孔的各条棱平行于立方体的相应各条棱,求这个几何体的表面积.

(“希望杯”邀请赛试题)

[分析] 丰富想像能力,三孔交叉部分如何处置是关键.

例 6 如图 1-5, 3×4 的表格中有多少个长方形(包括正方形)? 如果每个小方格的边长为 1cm,那么所有长方形的面积之和为多少?

(“希望杯”竞赛培训题)

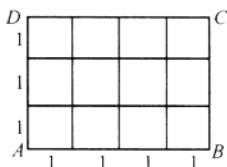


图 1-5

[分析] 确定了长方形一组邻边就确定了一个长方形. 每一个长方形对应由线段 AB 上任取一条线段和线段 AD 上任取一条线段所组成的线段对,反过来这样的一组线段对边对应一个长方形. 因此,要求长方形的个数只要计算线段对的组数,由加法原理和乘法原理可计算其面积和.

例 7 如图 1-6,19 个边长为 1 厘米的正方体重叠堆成一个立体,这个立体的表面积是多少平方厘米? (“希望杯”邀请赛培训题)

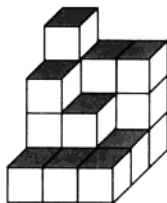


图 1-6

[分析] 如果用一般方法解答,不仅费时,而且正确率不高. 运用投影的方法巧解此题,将会取得良好的效果,即画出三视图,表面积为三视图面积的 2 倍.

例 8 如图 1-7,同样大小的长方形小纸片摆成了这样的图形. 已知小纸片的宽是 12 厘米,求阴影部分的总面积.

(第一届“华罗庚杯”邀请赛试题)

[分析] 排列在一起的小纸片,可以当作“尺”来用. 由小纸片的宽可以求出它的长,而阴影部分小正方形边长正好是小纸片长与宽的差.

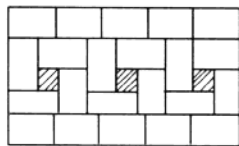


图 1-7

例 9 如图 1-8 表示的是维美尔林杰村沿海地区的地图.

百慕大号拖船在维美尔林杰村附近的海岸边驶过,船长看到了一些陆地上的建筑:教堂、磨坊和灯塔,他拍下了一些照片,我们现在看到的这些图片(图 1-9)就是百慕大号船长随船航行经过 WemcLringe 拍摄下来的. 不巧,这些照片掉

了并混在一起,我们能按照片原来拍摄的先后顺序把它们重新排列起来吗?

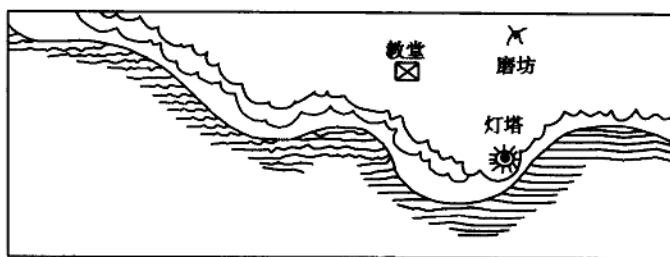


图 1-8

【分析】 首先我们应当想像一下当时的实际情景,船是按什么方向行驶的,不妨假定从图 1-8 的左侧向右侧方向航行,那么从最左侧看教堂、磨坊和灯塔,我们将看到的是什么情景呢?磨坊在教堂左侧一点,灯塔与教堂相比较,应离我们远一些,对照一下图 1-9 的 6 幅图,可以发现图(c)符合上述要求,应是第 1 幅照片。

下面我们让头脑中的“船”慢慢向右航行,磨坊将被教堂挡住了,发现图(b)表现的正是这种情形,渐渐地磨坊应当露出一点了(图(f)),再向右航行的话,我们看到的磨坊应在教堂与灯塔之间(图(a)),让我们设身处地的在“船”向右航行过程中,看到的景色也随之而变化吧。下面我们应当看到灯塔应在教堂与磨坊之间(图(d)),后来,教堂被灯塔挡住了,这是 6 幅图中的最后一幅图了(图(e))。

如果航向从右到左呢?

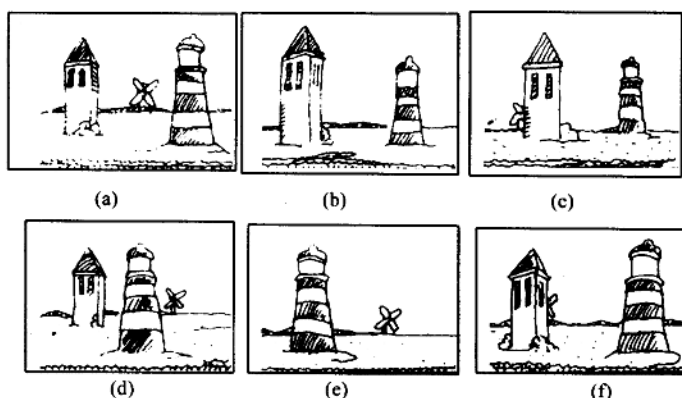


图 1-9

例10 如图 1-10,画出这个几何体的三视图.(单位:厘米)

[分析] 先确定主视图位置,画出主视图;再在主视图的下方,根据主视图与俯视图长对正及物体的宽度画出俯视图;接着根据主视图与左视图高齐平、与宽相等,在主视图右方画出左视图.



【赛题训练】

A 级

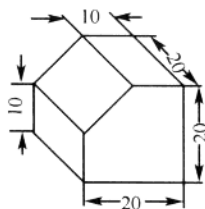
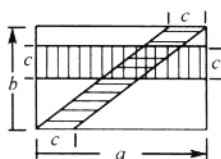


图 1-10

1. 如图是一个长为 a , 宽为 b 的矩形, 两个阴影图形都是一对以 c 为底、边在矩形对边上的平行四边形, 则矩形中未涂阴影部分的面积为()

(第四届“希望杯”邀请赛试题)

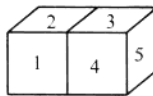
- A. $ab - (a + b)c$ B. $ab - (a - b)c$
C. $(a - c)(b - c)$ D. $(a - c)(b + c)$



(第 1 题)

2. 两个同样大小的正方形状的积木, 每个正方体上相对的两个面上写的数之和都等于 -1 , 现将两个正方体并列放置, 看得见的五个面上的数字如图所示, 则看不见的七个面上的数的和等于_____.

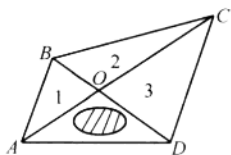
(第四届“希望杯”邀请赛试题)



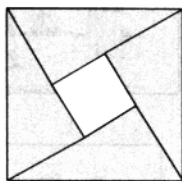
(第 2 题)

3. 如图, 某公园的外轮廓是四边形 $ABCD$, 被对角线 AC, BD 分为四个部分, $\triangle AOB$ 的面积是 1 平方千米, $\triangle BOC$ 的面积是 2 平方千米, $\triangle COD$ 的面积是 3 平方千米, 公园陆地的总面积是 6.92 平方千米, 那么人工湖的面积是_____平方千米.

(第七届“希望杯”邀请赛试题)



(第 3 题)



(第 4 题)

4. 2002 年 8 月, 在北京召开了国际数学家大会, 大会会标如图所示, 它是由四个相同的直角三角形与中间的小正方形拼成的一个大正方形, 若大正方形的面积是 13, 小正方形的面积是 1, 则每个直角三角形的两条直角边的立方和等于_____.

(第十三届“希望杯”邀请赛试题)

5. 如图是蜂巢的一部分, 从中间阴影图形算起, 有 27 层, 每个正六边形的小室中

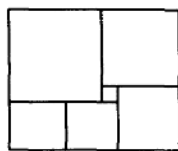
一、图形初步认识(丰富的图形世界)

放进一只幼蜂,那么这个蜂巢总计可以放_____只幼蜂.

(第十三届“希望杯”邀请赛试题)



(第5题)



(第6题)

6. 如图,一个长方形恰好分成六个正方形,其中最小的正方形面积是1平方厘米,求这个长方形的面积.

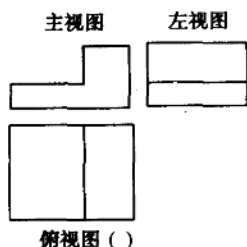
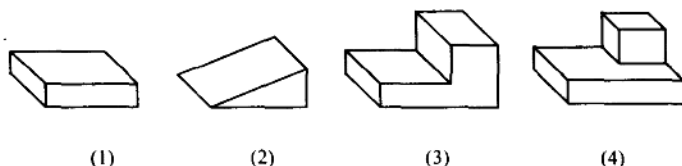
(第十届“希望杯”邀请赛试题)

7. 从一块正方形木板锯下宽为 $\frac{1}{2}$ 米的一个木条以后,剩下的面积是 $\frac{65}{18}$ 平方米.问锯下的木条面积是多少平方米?

(第一届“华罗庚杯”邀请赛试题)

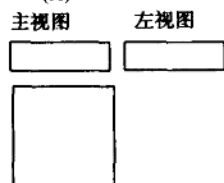
8. 有一只无盖的立方体纸箱,若将其沿棱展开(不剪断)有几种不同形式的展开图?画出图形.

9. 找出与下列几何体对应的三视图,在三视图下面的括号中填上对应的数码.



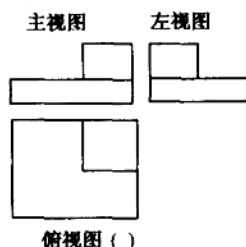
俯视图 ()

(A)



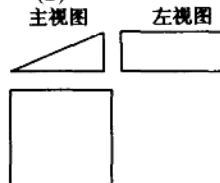
俯视图 ()

(C)



俯视图 ()

(B)

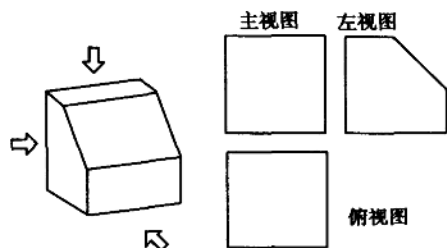


俯视图 ()

(D)

(第9题)

10. 添线补全下列三视图.



(第 10 题)

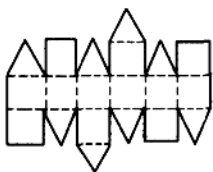
B 级

1. 如图,剪一块硬纸片可以做成一个多面体的纸模型。(沿虚线折,沿实线粘)这个多面体的面数、顶点数和棱数的总和是_____。

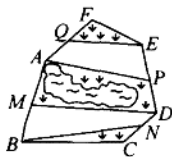
(第一届“华罗庚杯”邀请赛试题)

2. 如图是某个公园 $ABCDEF$, M 为 AB 的中点, N 为 CD 的中点, P 为 DE 的中点, Q 为 FA 的中点,其中游览区 $APEQ$ 与 $BNDM$ 的面积和是 900 平方米,中间湖水面积为 361 平方米,其余的部分是草地,则草地的总面积是_____平方米。

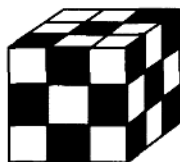
(第五届“希望杯”邀请赛试题)



(第 1 题)



(第 2 题)

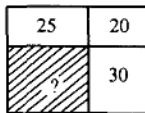


(第 3 题)

3. 将 27 个大小相同的小正方体组成一个大正方体,现将大正方体各面上的某些小方格涂上黑色,如图所示,而且上与下、前与后、左与右相对两个面上的涂色方式相同,这时,至少有一个面上涂有黑色的小正方体的个数是_____。

(第八届“希望杯”邀请赛试题)

4. 一个长方形(见图),被两条直线分成四个长方形,其中三个长方形的面积分别是 20 公顷、25 公顷和 30 公顷.问另一个长方形(图中阴影部分)的面积是多少公顷?



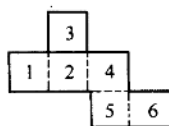
(第一届“华罗庚杯”邀请赛试题)

5. 将图中的硬纸片(见图)沿虚线折起来,便可做成一个正方体.问:

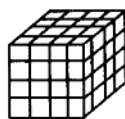
(第 4 题)

这个正方体的2号面的对面是几号面?

(第二届“华罗庚杯”邀请赛试题)



(第5题)



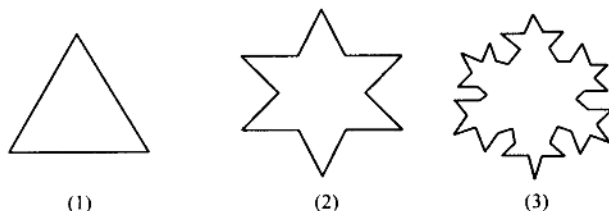
(第6题)

6. 数一数,图中有几个立方体?

(“希望杯”邀请赛培训题)

7. 设有一个边长为1的正三角形,记作 A_1 (见图(1)),将 A_1 的每条边三等分,在中间的线段上向形外作正三角形,去掉中间的线段后所得到的图形记作 A_2 (见图(2)),将 A_2 的每条边三等分,在中间的线段上向形外作正三角形,去掉中间的线段后所得到的图形记作 A_3 (见图(3)),再将 A_3 的每条边三等分,并重复上述过程,得到的图形记作 A_4 ,求 A_4 的周长.

(1999年全国初中数学竞赛试题)



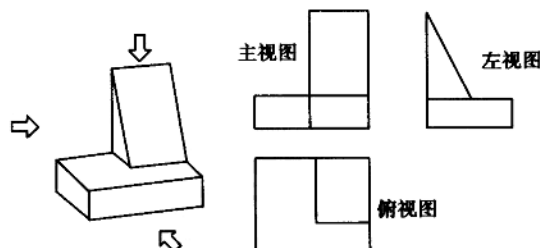
(第7题)

8. (1) 用 1×1 , 2×2 和 3×3 三种型号的正方形地板砖铺设 23×23 的正方形地面,请你设计一种铺设方案,使得 1×1 的地板砖只用一块.

(2) 请你证明:当只有 2×2 和 3×3 两种型号的正方形地板砖时,无论如何铺设都不能铺满 23×23 的正方形地面而不留空隙.

(第七届“希望杯”邀请赛试题)

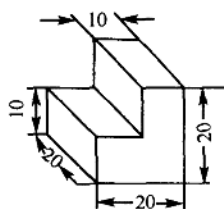
9. 添去线补全下列三视图.



(第9题)

10. 画出如图所示几何体的三视图.(单位:mm)

11. 如图是由小立方块搭成的几何体的俯视图,小正方形的数字表示在该位置的小立方块的个数,再根据左视图所提供的信息,确定 x 和 y 的值,并画出主视图.



(第 10 题)

x	2	
1	y	2

俯视图



左视图

(第 11 题)

二、数 轴



【赛点导入】

1. 数轴三要素是指原点、正方向和单位长度,三者缺一不可.
2. 从数轴上可以看出,正数大于零,负数小于零,正数大于负数.
3. 数轴是重要的数学工具:它是数形结合的工具;它能直观地反映有理数的一些概念,如相反数等;它说明了有理数大小比较法则.



【赛题精析】

已知有理数 a, b, c 在数轴上的对应位置见图 2-1:

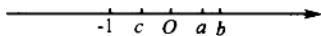


图 2-1

则 $|c-1| + |a-c| + |a-b|$ 化简后的结果是 ()

(2000 年湖北初中数学竞赛题)

- A. $b-1$ B. $2a-b-1$ C. $1+2a-b-2c$ D. $1-2c+b$

【分析】 从数轴上获取关于 a, b, c 的相关信息,判断代数式 $c-1, a-c, a-b$ 的正负性.

已知数轴上有 A, B 两点, A, B 之间距离为 1, 点 A 与原点 O 的距离为 3, 那么所有满足条件的点 B 与原点 O 的距离和等于_____.

(北京市“迎春杯”竞赛题)

【分析】 确定 A, B 在数轴上的位置, 求出 A, B 两点所表示的有理数.

如果数轴上点 A 到原点的距离为 3, 点 B 到原点距离为 5, 那么 A, B 两点的距离为_____.

(第十六届江苏省初中数学竞赛)

【分析】 先确定 A, B 在数轴上的位置(或所表示的数), 再直观地(或通过计算)得到结果.

若 $a > 0, b < 0$, 则使 $|x-a| + |x-b| = a-b$ 成立的 x 的取值范围是_____.

(1998 年武汉市选拔赛试题)

【分析】 要使左边去掉绝对值符号变成右边的结果, 只能是 $x-a \leq 0$, 且 $x-b \geq 0$, 得 $a-x+x-b=a-b$.

已知 $a > 0, b < 0, a + b < 0$, 那么有理数 $a, b, -a, |b|$ 的大小关系是 _____ (用“ $<$ ”号连接) (北京市“迎春杯”竞赛题)

[分析] 从比较有理数大小的基本方法入手.

试求 $|x-1| + |x-2| + |x-3| + \cdots + |x-1997|$ 的最小值.

(1997 年天津市竞赛题)

[分析] 由于 x 的任意性、无限性, 因此通过逐个求出代数式的值解题显然是困难的, 不妨从绝对值的几何意义, 利用数轴入手.

某环形道路上顺次排列有四所中学: A_1, A_2, A_3, A_4 . 它们顺次有彩电 15 台, 8 台, 5 台和 12 台, 为使各校的彩电数相同, 允许一些中学向相邻中学调出彩电, 问怎样调配才能使调出的彩电总台数最少? 并求出调出彩电的最少总台数.

(1998 年上海市竞赛题)

[分析] 通过设未知数, 把调动的彩电总台数用相关代数式表示, 解题关键是如何将实际问题转化为类似例 6 的问题加以解决.

已知 $\frac{2x-1}{3} - 1 \geq x - \frac{5-3x}{2}$, 求 $|x-1| - |x+3|$ 的最大值和最小值.

[分析] 这是一道综合性题目, 先求出不等式的解集, 再根据 $|x-1| - |x+3|$ 的几何意义, 利用数轴这根数形沟通的桥梁求得解.

(1) 阅读下面材料:

点 A, B 在数轴上分别表示实数 a, b , A, B 两点之间的距离为 $|AB|$.

当 A, B 两点中有一点在原点, 如图 2-2, $|AB| = |OB| = |b| = |a-b|$.

当 A, B 两点都不在原点时,

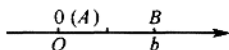


图 2-2

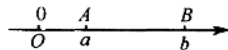


图 2-3

①如图 2-3, 点 A, B 都在原点的右边, $|AB| = |OB| - |OA| = |b| - |a| = b - a = |a - b|$.

②如图 2-4, 点 A, B 都在原点的左边, $|AB| = |OB| - |OA| = |b| - |a| = -b - (-a) = |a - b|$.

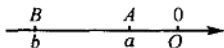


图 2-4

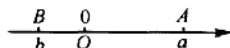


图 2-5

③如图 2-5, 点 A, B 在原点的两边, $|AB| = |OA| + |OB| = |a| + |b| = a + (-b) = |a - b|$.

综上,数轴上 A, B 两点之间的距离 $|AB| = |a - b|$.

(2) 回答下列问题:

① 数轴上表示 2 和 5 的两点之间的距离是_____, 数轴上表示 -2 和 -5 的两点之间的距离是_____, 数轴上表示 1 和 -3 的两点之间的距离是_____.

② 数轴上表示 x 和 -1 的两点 A 和 B 之间的距离是_____, 如果 $|AB| = 2$, 那么 x 为_____.

③ 当代数式 $|x+1| + |x-2|$ 取最小值时, 相应的 x 的取值范围是_____.

【分析】 题目先推导了公式 $|AB| = |a - b|$, 接着三个小题是公式应用, 步步深化. (1) 直接套用公式; (2) 公式逆应用, 注意分情况考虑; (3) 分三段讨论, 在什么情况下取得最小值.



【赛题训练】

A 级

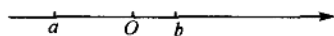
1. 如图: a, b 为数轴上的两点表示的有理数, 在 $a+b, b-2a, |a-b|, |b|-|a|$ 中, 负数的个数有() (“祖冲之杯”邀请赛试题)

A. 1 个

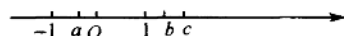
B. 2 个

C. 3 个

D. 4 个



(第 1 题)



(第 2 题)

2. 有理数 a, b, c 在数轴上的位置如图所示, 式子 $|a| + |b| + |a+b| + |b-c|$ 的化简结果为() (“希望杯”邀请赛试题)

A. $2a+3b-c$

B. $3b-c$

C. $b+c$

D. $c-b$

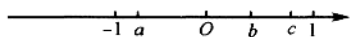
3. a, b, c 在数轴上的位置如图所示, 则在 $-\frac{1}{a}, -a, c-b, c+a$ 中最大的一个是() (“希望杯”邀请赛试题)

A. $-a$

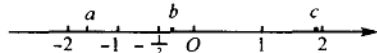
B. $c-b$

C. $c+a$

D. $-\frac{1}{a}$



(第 3 题)



(第 4 题)

4. a, b, c 在数轴上的位置如图所示, 则在 $\frac{1}{b^2}, \frac{1}{|b|}, |ac|$ 中()

(第九届“希望杯”邀请赛试题)

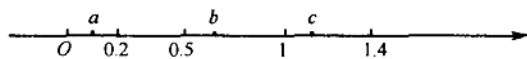
A. $\frac{1}{b^2}$ 最小

B. $|ac|$ 最大

C. $\frac{1}{|b|}$ 最大

D. $\frac{1}{b^2}$ 最大

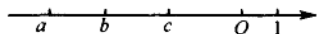
5. 如图所示, 数 a, b, c 如图所示有以下 4 个判断: ① $\frac{1}{a} > a + b + c$ ② $ab^2 > c$
③ $a - b > -c$ ④ $5a > 2b$, 其中正确的是() (第九届“希望杯”邀请赛试题)



(第 5 题)

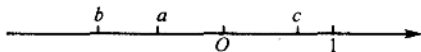
- A. ①和② B. ①和③ C. ②和④ D. ②和③

6. a, b, c 在数轴上的位置如图所示, 则在 $\frac{1}{a-b}, \frac{1}{c-b}, \frac{1}{a-c}$ 中最大的一个是
_____ (‘希望杯’邀请赛试题)



(第 6 题)

7. 有理数 a, b, c 在数轴上的位置如图所示, 则化简 $|a+b| - |b-1| - |a-c| - |1-c|$ 所得结果是_____ (第十届“希望杯”邀请赛试题)

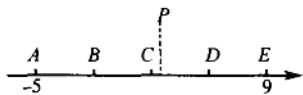


(第 7 题)

8. 电子青蛙落在数轴上的某点 x_0 , 第一步从 x_0 向左跳 1 个单位到 x_1 , 第二步由 x_1 向右跳 2 个单位到 x_2 , 第三步由 x_2 向左跳 3 个单位到 x_3 , 第四步由 x_3 向右跳 4 个单位到 x_4 , ..., 按以上规律跳了 100 步时, 电子青蛙落在数轴上的点 x_{100} 所表示的数恰好是 20.03, 试求电子青蛙的初始位置点 x_0 所表示的数.

9. 如图, A, B, C, D, E 为数轴上的五个点, 且 $AB = BC = CD = DE$, 则图中与 P 点坐标比较接近的一个数是()

- A. -1 B. 1 C. 3 D. 5



(第 9 题)

B 级

1. a, b, c 三个有理数在数轴上的位置如图所示, 则()

(第十届“希望杯”邀请赛试题)

A. $\frac{1}{c-a} > \frac{1}{c-b} > \frac{1}{a-b}$

B. $\frac{1}{b-c} > \frac{1}{c-a} > \frac{1}{b-a}$