

小学算术四则应用题析解

小学算术 四则应用题析解

马文喜

河南人民出版社

小学算术
四则应用题析解

马文喜

河南人民出版社出版
洛阳印刷厂印刷
河南省新华书店发行

787×1092 32开本 $6\frac{1}{16}$ 印张 80千字

1979年10月第1版 1979年10月第1次印刷

印数 1—200,000

统一书号 7105·101 定价 0.46元

说 明

在华主席为首的党中央抓纲治国战略决策指引下，全国各条战线面貌一新，八亿人民都在为实现“四化”而忘我地工作着。

做为一个教育工作者，我亲眼看到了同学们是怎样从什么都不想学到如饥似渴地学习文化知识这一可喜的转变过程。

但是，由于“四人帮”的多年干扰，许多同学光有读书学习的热情，却缺乏学习的方法。尤其是算术，一些同学往往坐上几个小时，盲目地算一通，仍不能找出正确的答案。面对这一现实，我觉得自己有责任帮助这些同学，为此，我利用业余时间，编写了这本小册子。

这本小册子，共有十个部分，详细分析了一百多道例题，我想使同学们通过这一百多道例题，掌握怎样分析题意，怎样利用题中所给条件，从何处动手解题等方面的知识。对于那些水平较高的同学，自己可以先将这些题做一做，然后再和书上的对照一下。

由于自己的水平有限，在解题过程中肯定还有很多缺点，许多简便算法还要靠同学们自己去发现，因此，我衷心地希望，读者提出宝贵意见。

编 者

1978年10月

目 录

一、行程问题 (共12题)	(1)
二、和倍问题 (共10题)	(22)
三、和差问题 (共12题)	(42)
四、盈亏问题 (共 9 题)	(60)
五、鸡兔同笼问题 (共10题)	(77)
六、分数问题 (共 9 题)	(89)
七、还原问题 (共 8 题)	(109)
八、工程问题 (共12题)	(129)
九、比例问题 (共11题)	(156)
十、杂题 (共22题)	(170)
习 题	(204)

一、行程问题

行程问题变化虽多，但最基本的形式只有三种。例如：

1) 甲乙两地相距10公里，小明每小时可走5公里，几小时可以走到？

2) 小明从甲城出发往乙城，2小时可以走到，已知小明每小时可走5公里，求甲乙两地距离。

3) 甲乙两地相距10公里，小明2小时从甲城走到乙城，小明每小时走多少公里？

通过以上三个问题的解决，给出了行程问题的三个基本公式：

$$\text{时间} = \text{距离} \div \text{速度}$$

$$\text{距离} = \text{速度} \times \text{时间}$$

$$\text{速度} = \text{距离} \div \text{时间}$$

以后逐渐复杂的相遇、追击等问题，看起来是复杂了一点，可是仍然用的是这三个公式，因此，熟练掌握这三个公式的应用，是解决行程问题的基础。

下面做一些习题，供读者在做行程问题时参考。

例1. 向阳小学野营拉练，结束返回时，在离黄庄2公里的地方，小明想起借李大娘的针忘还了，匆忙赶回村去。队伍以每小时4公里的速度继续前进，小明每小时可走6公里，小明要多少时间才能赶上队伍？

析解：此题是求小明追上队伍所需要的时间，根据公式（1），我们首先应该知道小明的速度和他与队伍之间的距

离。小明速度是每小时 6 公里，已经知道了。而距离还不知道，因此，应该首先找出小明与队伍之间的距离，才能求得小明追赶队伍所需的时间。

假设，在小明回村时，队伍原地不动，等候小明，那么，小明要走多少公里才能回到队伍呢？也就是说，小明与队伍的距离实际是多少公里？根据分析可以看出，小明在离村 2 公里的地方回到村里，然后再返回原来的出发地点，一共走了两个 2 公里，即 4 公里（ $2 + 2$ ）。所以，我们可以这样说，小明与队伍的距离是 4 公里。

再来看题上给的另外两个条件，队伍以每小时 4 公里的速度继续前进，小明每小时可走 6 公里。不难看出，小明每小时比队伍多走 2 公里（ $6 - 4$ ）。也可以这样说，队伍不动，小明每小时走 2 公里。

根据以上分析，可把原题化简成为下面问题：

小明距离队伍 4 公里，他每小时走 2 公里，如果队伍不动，他几小时可回到队伍？

依公式（1）可得：

$$4 \div 2 = 2 \text{ (小时)}$$

小明 2 小时可回到队伍，即小明 2 小时可以追上队伍。

原题解法：

①小明实际距离队伍多少公里？

$$2 + 2 = 4 \text{ (公里)}$$

②小明比队伍每小时多走多少公里？

$$6 - 4 = 2 \text{ (公里)}$$

③小明多少时间可以追上队伍？

$$4 \div 2 = 2 \text{ (小时)}$$

综合式：

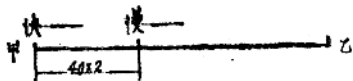
$$(2 \div 2) \div (6 - 4) = 2 \text{ (小时)}$$

例2. 一列客车以每小时40公里的速度在9时由甲城开往乙城，一列快车以每小时58公里的速度在11时也由甲城开往乙城，为了行驶安全，列车间距离不应少于8公里，那么，客车最晚应在什么时刻停车让快车错过去？

析解：快车追上慢车，要有两个条件。一是慢车必须在快车前面，二是快车的速度必须大于慢车。

先来看第一个条件，慢车是否在快车前面？

根据题上给的条件，慢车在9时开出，快车11时开出，也就是说，慢车比快车多行2小时。又知慢车速度每小时为40公里，可以推断，慢车在快车前面80公里（ 40×2 ）的地方（如图1）。



图：1

再来看第二个条件，快车速度是否大于慢车？

从题上给的条件可以看出，快车每小时比慢车多行18公里（ $58 - 40$ ）。

题上还给了另外一个条件，就是列车间的距离不应少于8公里。我们可以理解成当快车追击慢车72公里（ $80 - 8$ ）时，就算是追上了慢车，即慢车就应该停车。

由以上分析，可把题化简：

快车每小时比慢车多行18公里。多行72公里，要几小时？

根据公式（1），可得：

$$72 \div 18 = 4 \text{ (小时)}$$

即当快车行驶4小时后，慢车就必须停车。由于快车是在11时开出，所以，慢车应在15时（11 + 4）即下午3时（15 - 12）停车。

原题解法：

①快车与慢车的距离是多少公里？

$$40 \times (11 - 9) = 80 \text{ (公里)}$$

②实际应追击距离是多少公里？

$$80 - 8 = 72 \text{ (公里)}$$

③快车每小时多行多少公里？

$$58 - 40 = 18 \text{ (公里)}$$

④快车几小时可追上慢车？

$$72 \div 18 = 4 \text{ (小时)}$$

⑤慢车应在几时停车？

$$11 + 4 = 15 \text{ 时} = \text{下午 3 时}$$

综合式：

$$[40 \times (11 - 9) - 8] \div (58 - 40) = 4 \text{ (小时)}$$

$$4 + 11 = 15 \text{ (时)} = \text{下午 3 时}$$

例3.我军某部与敌人相距18里，半小时前发现敌人在2小时前以每小时18里的速度逃跑了，我军指挥员限令2小时追上敌人，求我军每小时行多少里？

析解：

解法(1) 求我军速度，需要知道我军共需走过的距离和我军走完这段距离所需的时间。

我军共需走过的距离是多少呢？

依题上所给条件“半小时前发现敌人在2小时前逃跑了。”可以理解为，我军侦察员到敌人驻地侦察，发现敌人2小时以

前已经逃跑了，迅速返回我军营地汇报。侦察员返回，及指挥员听取汇报和集合部队共用了半小时，所以，当我军出发追赶敌军时，敌军已逃走了2.5小时（ $2 + 0.5$ ）。

因此，两军之间的距离就是原来相距的18里和以敌军逃跑速度为速度的2.5小时的路程之和。已知敌军速度为每小时18里，则2.5小时的路程是45里（ 18×2.5 ）。所以，我军要追击敌军的距离应是63里（ $18 + 45$ ）（如图2）。

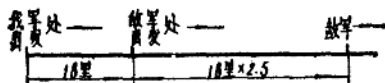


图 2

指挥员限令我军2小时追上敌人，而敌人在离我军63里的地方也要继续逃跑2小时，共36里（ 18×2 ）。因此，我军实际要走距离为99里（ $63 + 36$ ）（如图3）。

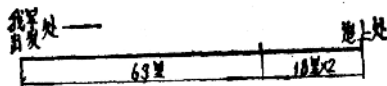


图 3

依题上所给的条件，知我军走完这段路程要2小时，所以，可把原题化简为：

我军2小时共行99里，求我军每小时速度。

依公式（3）可得：

$$99 \div 2 = 49.5 \text{ (里)}$$

原题解法：

①敌人先逃跑了多少里？

$$18 \times (2 + 0.5) = 45 \text{ (里)}$$

②两军相距多少里？

$$45 + 18 = 63 \text{ (里)}$$

③我军共要行军多少里？

$$63 + (18 \times 2) = 99 \text{ (里)}$$

④我军每小时行多少里？

$$99 \div 2 = 49.5 \text{ (里)}$$

综合式：

$$[18 + 18 \times (2 + 0.5) + 18 \times 2] \div 2 = 49.5 \text{ (里)}$$

解法(2) 敌人首先逃跑了2.5小时，因为我军追击敌军需2小时，因此，敌军又逃跑了2小时，不难看出，敌军共逃跑了4.5小时(2.5 + 2)。已知敌军每小时速度为18里，那么，敌军共逃跑了81里(18 × 4.5)。加上两军原来相距的18里，因此，我军共需行军99里(81 + 18) (如图4)。

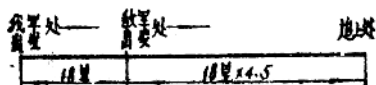


图 4

以下分析与解法(1)相同，算式可由读者自己列出。

追击问题的一般公式是：

相差距离 ÷ 速度差 (单位时间追上的距离) = 追及时间

在讲相遇问题以前，我们先来看这样一个问题。

两地相距500米，甲每分钟行25米，乙每分钟行15米，两人几分钟可相遇？

假设只有甲在走，那么，每分钟这段路程就只缩短了甲的速度25米，同理，对乙也是一样。但如两人同时行走，每分钟则缩短了 $(15+25)$ 米，即40米。因此，500米里包含有多少个40米，相遇时就需要多少分钟。

搞清楚了上面这个小问题，下面，我们接着来做习题。

例4.载重汽车以每小时45公里的速度自A城开往B城。它出发了3小时以后，另有一辆轻便汽车自B城出发往A城。它每小时比载重汽车快15公里。若两城相距345公里，轻便汽车出发几小时后可与载重汽车相遇？

析解：求两辆汽车相遇，就是求两汽车共同缩短某一距离的问题。因此，我们首先要求的是两车要共同缩短的距离和两车单位时间内共同缩短的距离（也就是人们常常提到的速度和）。

依题上所给条件，载重汽车每小时行45公里，先开了3小时，则一共走了135公里 (45×3) 。又知两地距离为345公里，所以，两车实际要共同缩短的距离只有210公里 $(345-135)$ （如图5）。

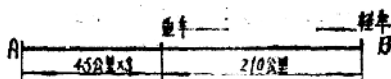


图 5

下面，我们接着来求两车行驶的速度和。

两车速度和就是载重汽车的速度加上轻便汽车的速度。已知载重汽车每小时行45公里，轻便汽车每小时比载重汽车快15公里，可以推断出，轻便汽车每小时可行60公里 $(45+15)$ ，

两汽车的速度和是105公里 ($45 + 60$)

由以上分析, 此题可化简为:

两车每小时可行 (缩短) 公路105公里, 一段公路长210公里, 几小时可走完全程?

依公式 (1) 可得:

$$210 \div 105 = 2 \text{ (小时)}$$

原题解法:

①载重汽车3小时共行多少公里?

$$45 \times 3 = 135 \text{ (公里)}$$

②两车共需行走的距离是多少公里?

$$345 - 135 = 210 \text{ (公里)}$$

③轻便车每小时可行多少公里?

$$45 + 15 = 60 \text{ (公里)}$$

④两车每小时共行多少公里?

$$45 + 60 = 105 \text{ (公里)}$$

⑤轻便汽车几小时后可与载重汽车相遇?

$$210 \div 105 = 2 \text{ (小时)}$$

综合式:

$$(345 - 45 \times 3) \div [45 + (45 + 15)] = 2 \text{ (小时)}$$

例5.一艘时速为25公里的侦察艇, 要到本舰队前面去侦察。预计3小时返回舰队。已知舰队前进的速度为每小时15公里, 侦察艇前进几小时就需返回, 才能在规定时间内与舰队相遇?

析解: 此题比一般相遇问题稍微复杂。

我们首先应找出要共同缩短的距离。那么, 需要共同缩短的距离怎样才能找出呢?

依题上所给条件, 侦察艇时速为25公里, 则3小时共可航

行75公里 (25×3)。现在假如舰队不动, 那么侦察艇就应在 $\frac{75}{2}$ 公里的地方返回, 在原来的出发地点和舰队相遇 (如图6)。

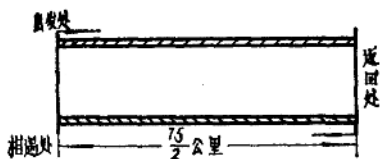


图 6

但是, 舰队也在向前移动, 且时速为15公里, 因此侦察艇3小时后和舰队相遇时, 舰队也前进了3小时, 行了45公里 (15×3)。现在侦察艇就不再需要返回原地去和舰队相遇了。现在侦察艇和舰队共同行走的距离 (如图7)。

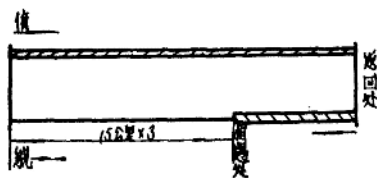


图 7

由图上可以看出, 共同行走的距离将是120公里 ($75 + 45$), 现在我们应该求的是侦察艇由出发处到返回处共行了多少公里 (如图8)?

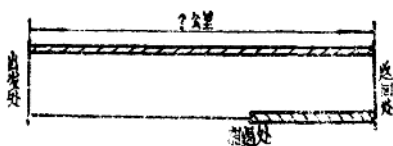


图 8

从图上可以看出，到返回处的距离是全程120公里的一半60公里（ $120 \div 2$ ）。

所以，侦察艇需在前方60公里处返回。又知，侦察艇速度为每小时25公里，所以，侦察艇前进2.4小时（ $60 \div 25$ ）就需返回。

原题解法：

①侦察艇共需走多少公里？

$$25 \times 3 = 75 \text{ (公里)}$$

②舰队共走了多少公里？

$$15 \times 3 = 45 \text{ (公里)}$$

③共需行走的距离是多少公里？

$$75 + 45 = 120 \text{ (公里)}$$

④到返回处侦察艇行了多少公里？

$$120 \div 2 = 60 \text{ (公里)}$$

⑤侦察艇前进几小时需返回？

$$60 \div 25 = 2.4 \text{ (小时)}$$

综合式：

$$[(25 \times 3 + 15 \times 3) \div 2] \div 25 = 2.4 \text{ (小时)}$$

相遇问题的一般公式为：

需要共同走的距离 $\div$ 速度和 = 相遇时间

例6. 一汽车由甲城开出5小时可到达乙城，另一汽车用同样速度也从甲城开出，3小时可到达丙城。已知甲乙两城距离比

甲丙两城的距离长76公里，求甲乙两城距离和甲丙两城距离。

析解：已知汽车从甲到乙和从甲到丙所需要的时间，因此，要求出甲乙两城距离和甲丙两城距离，必须知道汽车所行速度。

怎样才能求出两辆汽车的速度呢？

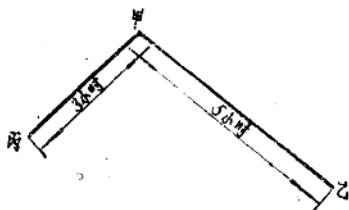


图 9

由题上给的条件，甲乙两城距离需 5 小时走完，甲丙两城距离需 3 小时走完(如图 9)。又知两汽车速度相同，可以推断出，甲乙两城距离比甲丙两城距离长了 2 小时(5—3)的路程。

在我们这道题的范围内，我们可以把图 9 理解成图10的形式。

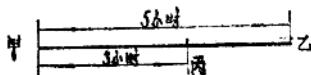


图 10

已知甲乙两地距离比甲丙两地距离远76公里，由以上分析可知，76公里就是 2 小时相差的路程（如图11）。

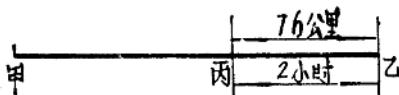


图 11

所以，我们可以算出，汽车的速度为每小时38公里（ $76 \div 2$ ）。知道了汽车速度，甲乙两城距离和甲丙两城距离这个问题也就迎刃而解。

由公式（2）可得：甲乙两地距离为190公里（ 38×5 ），甲丙两地距离为114公里（ 38×3 ）。

原题解法：

①第一辆比第二辆多行了几小时？

$$5 - 3 = 2 \text{ (小时)}$$

②汽车每小时可行多少公里？

$$76 \div 2 = 38 \text{ (公里)}$$

③甲乙两地距离是多少公里？

$$38 \times 5 = 190 \text{ (公里)}$$

④甲丙两地距离是多少公里？

$$38 \times 3 = 114 \text{ (公里)}$$

综合式：

$$76 \div (5 - 3) = 38 \text{ (公里)}$$

$$38 \times 5 = 190 \text{ (公里)}$$

$$38 \times 3 = 114 \text{ (公里)}$$

例7.从甲站到乙站开出一列快车，速度是每小时62公里，过1小时后，又从甲站向乙站开出一列慢车，速度是每小时55公里，快车到达乙站的时候，慢车还在离乙站195公里的地方，