

郭长立 主 编

大学物理实验

DAXUE WULI SHIYAN

陕西科学技术出版社

大学物理实验

主 编 郭长立
副主编 孟泉水 渊小春

陕西科学技术出版社

内 容 简 介

本书按照教育部高等学校非物理类专业物理基础课程教学指导分委员会于2004年12月制订的《非物理类理工科大学物理实验课程教学基本要求》编写而成,是西安科技大学多年工科物理实验教学的结晶。

全书分七章,共有实验37个。第一章讲解测量误差、测量不确定度和实验数据处理方法;第二章讲解物理实验常用测量方法;第三章讲解物理实验常用仪器;第四章是涵盖力学、热学、光学和电磁学的基础性实验内容;第五章是综合性实验及近代物理实验内容;第六章是设计性实验内容;第七章是计算机在物理实验中的应用。书后附录包括了最新的物理常数、国际单位及常用的物理量。

本书可作为各类高等院校工科专业和理科非物理专业的本科物理实验教材,也可作为专科或其他院校的物理实验教材,或用作实验技术人员、相关课程教师及其他科技工作者的参考书。

图书在版编目(CIP)数据

大学物理实验/郭长立主编. —西安:陕西科学技术出版社, 2006.1

ISBN 7-5369-3970-1

I. 大… II. 郭… III. 物理学-实验-高等学校-教材 IV. 04-33

中国版本图书馆 CIP数据核字(2006)第003415号

出 版 者 陕西科学技术出版社

西安北大街131号 邮编710003

电话(029)87211894 传真(029)87218236

<http://www.snstp.com>

发 行 者 陕西科学技术出版社

电话(029)87212206 87260001

印 刷 西安建筑科技大学印刷厂

规 格 787mm×1092mm 1/16开本

印 张 19.75

字 数 462千字

版 次 2006年2月第1版

2006年2月第1次印刷

定 价 24.00元

版权所有 翻印必究

前 言

本书按照教育部高等学校非物理类专业物理基础课程教学指导分委员会于2004年12月制订的《非物理类理工学科大学物理实验课程教学基本要求》,结合西安科技大学多年开设工科物理实验的教学实践以及教学改革和课程建设的经验,参照历年使用的教材编写而成,适用于各类高等院校工科专业和理科非物理专业的本科物理实验教学。

本书具有以下特点:

1. 按照国家计量技术规范《JJF1059-1999》的要求,全面使用测量不确定度表示评定实验的测量结果,以替代原测量结果中的测量误差部分。
2. 按照2004年12月最新制订的《非物理类理工学科大学物理实验课程教学基本要求》配置全书内容,合理安排了基础性实验、综合性实验和设计性实验内容,使学生通过本课程的学习既掌握基本的实验技能,又具有初步的实验设计能力。
3. 将常用的物理实验方法和实验室常用的仪器单列讲解,方便学生学习和查阅。
4. 在有限的实验学时内,尽量增加实验容量,如“实验1 基本测量”,在原有的长度测量基础上,增添了“质量、时间、温度、湿度、角度、密度”等测量内容,加强了基本训练内容。
5. 结合具体实验,适当介绍了相关的物理实验史料和物理实验在现代科学技术中的应用知识,以开拓学生的视野,提高学习的兴趣。
6. 新增了在当代科学研究与工程技术中广泛应用的现代物理技术实验内容,如激光技术和传感器技术等,并将计算机数据处理和仿真实验引入物理实验。

全书共分七章,第一章由浅入深讲解了测量误差、测量不确定度和实验数据处理方法;第二章讲解了物理实验常用测量方法;第三章讲解了物理实验常用仪器;第四章是涵盖力学、热学、光学和电磁学的基础性实验内容;第五章是综合性实验及近代物理实验内容;第六章是设计性实验内容;第七章讲解了计算机实验数据处理以及计算机仿真物理实验等计算机在物理实验中的应用内容。书后附录包括了最新的物理常数、国际单位及常用的物理量,以方便学生查阅。

本书由郭长立负责组稿、编写和一审,渊小春负责二审,王亚民教授负责终审定稿,闫小乐负责校稿。解忧、杨华平、郝丽梅等参与了校稿工作。执笔编写的有:孟泉水(实验16、实验27、实验28、第七章第二节)、渊小春(实验2、实验6、实验7、实验9、实验10、实验23、实验24、实验25、实验26)、朱金山(实验4、第七章第一节)、张涛(实验18)、解忧(实验21)、闫小乐(实验20)、杨华平(实验12)、郝丽梅(实验30),其余部分由郭长立完成。

本书是在黄国良、王树林以及廖少俊、王瑞平等主编的物理实验教材的基础上编写而成,在此向他们表示感谢。

物理实验教材的编写离不开物理实验室的建设,是实验室建设的集体结晶,在此向参与实验室建设的所有人员表示感谢。

对于有效位数及测量不确定度保留位数等有异议的问题,作者专门请教了清华大学的

朱鹤年先生和华东理工大学的张兆奎先生,在此向两位先生表示感谢。

在本书的编写过程中,作者借鉴和参阅了许多兄弟院校的相关教材,列入书后的参考文献,在此向他们表示感谢。

由于作者水平有限,且时间较为仓促,书中难免有错漏,敬请同仁批评指正。

编 者

2005 年 9 月

目 录

绪论	(1)
第一章 测量误差、测量不确定度和实验数据处理	
第一节 测量误差基本知识	(4)
第二节 测量不确定度评定与表示	(12)
第三节 实验数据修约	(22)
第四节 实验数据处理方法	(25)
第五节 随机变量的统计分布	(31)
第二章 物理实验常用测量方法	
第一节 比较法	(35)
第二节 放大法	(35)
第三节 转换法	(37)
第四节 补偿法	(37)
第五节 平衡法	(38)
第六节 模拟法	(38)
第七节 干涉法	(39)
第三章 物理实验常用仪器	
第一节 力学、热学常用仪器	(40)
第二节 电磁学常用仪器	(51)
第三节 光学常用仪器	(57)
第四章 基础性实验	
实验1 基本测量	(60)
实验2 机械能守恒定律的验证	(64)
实验3 金属杨氏模量的测定	(70)
实验4 金属杆线膨胀系数的测定	(75)
实验5 液体黏滞系数的测定	(77)
实验6 模拟法测绘静电场	(81)
实验7 伏安法测电阻	(87)
实验8 用惠斯通电桥测电阻	(91)
实验9 用电位差计测电动势	(97)
实验10 霍尔效应实验	(102)
实验11 运用示波器显示李萨如图形	(114)
实验12 声速的测量	(127)
实验13 分光仪的调整和玻璃折射率的测定	(134)
实验14 干涉法测透镜的曲率半径	(148)
实验15 汞灯光波波长的测定	(155)

实验 16	单缝衍射的光强分布及测量	(158)
实验 17	偏振法测葡萄糖溶液的浓度	(165)
第五章 综合性实验及近代物理实验		
实验 18	电子电荷的测定——密立根油滴仪实验	(170)
实验 19	迈克尔逊干涉仪的应用	(178)
实验 20	利用光电效应测普朗克常数	(185)
实验 21	磁聚焦法测定电子荷质比 e/m	(191)
实验 22	动态法测定杨氏模量	(197)
实验 23	钨的逸出功的测定	(204)
实验 24	铁磁材料居里温度的测定	(209)
实验 25	PN 结正向压降与温度关系的研究和应用	(213)
实验 26	传感器的原理与应用	(219)
实验 27	用光拍频法测量空气中的光速	(227)
实验 28	音频信号光纤传输技术实验	(234)
实验 29	电子动能分布的实验测定	(242)
实验 30	模拟电冰箱制冷系数的测量	(247)
实验 31	夫兰克-赫兹实验	(253)
实验 32	夫兰克-赫兹实验(计算机控制)	(260)
实验 33	红外、光导和全息	(264)
第六章 设计性实验基础		
实验 34	刚体转动惯量的实验测定	(269)
实验 35	电表的改装和校准	(278)
实验 36	简谐振动的研究	(282)
实验 37	硅光电池特性研究	(283)
第七章 计算机在物理实验中的应用		
第一节	计算机实验数据处理及实验演示程序示例	(285)
第二节	计算机仿真物理实验简介	(294)
附录 1	物理常数表	(301)
附录 2	中华人民共和国法定计量单位	(306)
参考文献		(309)

绪 论

物理学是研究物质的基本结构、基本运动形式、相互作用及其转化规律的学科,它的基本理论渗透在自然科学的各个领域,应用于生产技术的许多部门,是自然科学和工程技术的基础。

在人类追求真理、探索未知世界的过程中,物理学展现了一系列科学的世界观和方法论,深刻影响着人类对物质世界的基本认识、人类的思维方式和社会生活,是人类文明的基石,在人才的科学素质培养中具有重要的地位。

在物理学的发展过程中,实验起了重要的作用,物理理论及学说的提出无一不以实验观测为基础,而又进一步被实验所验证,如开普勒行星运动三定律的提出、牛顿万有引力定律的提出和经典力学体系的建立、能量守恒与转换定律的提出以及麦克斯韦电磁场理论的建立都是实验、观测规律的总结。而 1846 年海王星和 1930 年冥王星的发现则是牛顿万有引力定律正确性的有力佐证,1887 年赫兹关于电磁波的实验则从实验上证明了麦克斯韦的电磁场假设,使之成为举世公认的理论;1887 年的迈克尔逊-莫雷实验和 19 世纪末的黑体辐射实验更促进了 20 世纪伟大的“相对论”和“量子论”的诞生。这一切都说明了物理学本质上是一门实验科学,实验是物理学的基础,物理理论离不开实验,物理理论与物理实验是相辅相成的关系,离开了物理实验,理论物理就成了无源之水、无本之木。

物理实验的重要作用,可简单归结为以下几条。

- (1) 物理实验是提出物理理论及学说的基础,如开普勒行星运动三定律的提出。
- (2) 物理实验是判断物理理论正确与否的依据,如关于光的本质研究的“杨氏双缝干涉实验”对光的波动理论的证明以及后期的光电效应和康普顿效应对光的量子理论的证明。
- (3) 推广应用物理理论,开拓应用新领域。如电磁场理论建立之后,由各类电磁学实验产生的发明创造如发电机、电报等推动了电气工业和通讯工业的发展。
- (4) 物理实验是科学实验的先驱,体现了大多数科学实验的共性,在实验思想、实验方法以及实验手段等方面是各学科科学实验的基础。

综上所述,我们应该重视物理实验课程,学好物理实验,掌握最基本的实验知识和技能,掌握基本的实验分析方法和数据处理方法,为以后从事自然科学和工程技术研究打下良好的基础。

一、物理实验课的地位、作用和任务

物理实验课是高等理工科院校对学生进行科学实验基本训练的必修课程,是大学生进入大学后接受系统实验方法和实验技能训练的开端。物理实验课覆盖广泛的学科领域,具有多样化的实验思想、实验方法、实验手段以及综合性很强的基本实验技能训练,是培养学生创新意识和创新能力、引导学生确立正确科学思想和科学方法、提高学生科学素质的重要基础,在培养学生严谨的治学态度、活跃的创新意识、理论联系实际和适应科技发展的综合

应用能力等方面具有其他实践类课程不可替代的作用。

物理实验课的任务如下:

1. 培养与提高学生科学实验基本素质,确立正确的科学思想和科学方法。

通过物理实验课的教学,使学生掌握误差及测量不确定度分析、数据处理基本理论和方法,学会常用仪器的调整和使用,了解常用的实验方法,能够对常用物理量进行一般测量,具有初步的实验设计能力,同时应有效提高学生的科学实验能力,其中包括:

独立实验的能力——能够通过阅读实验教材、查询有关资料,掌握实验原理及方法,做好实验前的准备工作;正确使用仪器及辅助设备(如计算机等)、独立完成实验内容、撰写合格的实验报告,逐步培养学生独立实验的能力。

分析与研究的能力——能够融合实验原理、设计思想、实验方法及相关的理论知识对实验结果进行判断、归纳与分析,掌握通过实验进行物理现象和物理规律研究的基本方法,具有初步的分析与研究的能力。

理论联系实际的能力——能够在实验中发现、分析问题并学习解决问题;能够根据物理理论与实验的要求建立合理模型并完成简单的设计性实验,初步形成综合运用所学知识和技能解决实际问题的能力。

2. 培养与提高学生的创新思维、创新意识和创新能力。

通过物理实验引导学生深入观察实验现象,建立合理的模型,定量研究物理规律;能够运用物理学理论对实验现象进行初步的分析判断,逐步学会提出问题、分析问题和解决问题的方法,激发学生创造性思维;能够完成符合规范要求的设计性内容的实验,进行简单的具有研究性或创意性内容的实验。

3. 培养与提高学生的科学素养。

要求学生具有理论联系实际和实事求是的科学作风、严肃认真的工作态度、主动研究的探索精神以及遵守纪律、团结协作和爱护公共财产的优良品德。

二、物理实验课的主要教学要求

1. 预习。

预习是保证实验顺利进行的重要步骤,学生实验前应认真仔细阅读实验教材并查阅相关资料,了解相关仪器的构造和使用方法,对实验步骤、实验原理、实验方法及要测量的相关物理量做到心中有数,在实验前明确实验任务,并写出预习报告。预习报告应包括以下内容:

- (1) 实验名称。
- (2) 实验目的。
- (3) 实验原理(包括相关的实验方法或仪器测量原理、文字叙述及公式)。
- (4) 实验步骤。
- (5) 画好原始实验数据的记录表格。
- (6) 画出与实验相关的原理图、电路图或光路图等。

2. 实验。

学生进入实验室做实验,必须携带预习报告和实验教材。实验时应根据实验步骤和要求,认真调试仪器,使仪器处于正常工作状态,仔细观察实验现象并测量相关的物理量,正确

读取和记录数据,独立完成实验。

测量结束要尽快整理并分析数据,以便发现问题,做出必要的补充测量。

实验完毕,将数据送交教师审阅,待教师签字认可后,再拆除实验装置并将仪器及实验台整理好。

3. 撰写实验报告。

实验报告是实验工作的总结,撰写实验报告是实验课的重要任务之一。合格的实验报告就是一篇模拟的科学论文,是以后进行科学实验并撰写科学论文的基础,应学会撰写简明扼要、整洁清晰、数据准确可靠并有简单实验分析的实验报告。实验报告应包括以下内容:

- (1) 实验名称和实验日期。
- (2) 实验目的。
- (3) 实验仪器(包括规格及编号)。
- (4) 实验原理(包括实验所依据的物理定律、物理公式、电路图、光路图等等)。
- (5) 数据和图表(包括测量的原始数据及表格、计算结果、测量不确定度计算及结果表达式和用图表对数据的综合表述等)。
- (6) 分析讨论(包括实验的心得体会、对实验中出现问题或者误差因素分析、对实验装置和实验方法的改进意见)。

三、实验室规则

1. 学生进入实验室必须写好预习报告并画好原始实验数据表格,经教师检查同意后方可进行实验。
2. 使用电源时,需经教师检查后方可接通电源。
3. 爱护实验设备,不能擅自搬弄仪器,实验中严格按仪器说明书操作,损坏仪器要赔偿。
4. 遵守纪律,保持实验室安静。
5. 做完实验,学生应将仪器整理复原,并打扫实验室卫生。
6. 独立完成实验及实验报告,不得伪造或抄袭数据,实验报告在实验完成后一周内交任课教师。

第一章 测量误差、测量不确定度和实验数据处理

物理实验离不开测量,测量必须给出测量结果评定,传统上对测量结果的评定是以“误差”概念为基础的。误差定义为“测量结果减去被测量的真值”,而严格意义上的真值是无法得到的,因而严格意义上的误差也无法得到,使得传统的误差理论存在逻辑概念上的混乱;而且由于在误差来源上,随机误差和系统误差很难严格区分,在数学上也无法找到随机误差和系统误差统一的合成方法,使得世界各国之间以及同一国家内部的不同测量领域、不同测量人员采用的误差处理方法不一致,导致测量结果缺乏可比性。因此,在 20 世纪 60 年代,世界各国提出采用测量不确定度概念统一评价测量结果,使得不同领域、不同国家间的测量有了可比性,便于国际科技交流。

考虑到传统误差理论使用已久,且误差理论是测定不确定度的基础,测量不确定度是误差理论的发展,其评定要用到误差理论中的基础知识,同时平均(绝对)误差的概念比测量不确定度的概念更容易让学生接受,因此本章由浅入深地讲解了误差理论和测量不确定度,在实验结果的评定上全面采用测量不确定度表示,同时讲解了有效位数、数据处理方法和随机变量常用分布等知识。

第一节 测量误差基本知识

一、测量

1. 定义:以确定量值为目的的一组操作。

测量是物理实验的基本内容之一,其实质是将待测物体的某物理量与相应的标准做定量比较,其目的是要把所研究的量与一个数值联系起来,测量的结果应包括:数值(即度量的倍数)、单位(所选定的特定量)以及结果可信赖的程度(用不确定度表示)。上述三项称为测量结果表达式中的三要素。按照《中华人民共和国计量法》规定,采用国际单位制(SI制)为国家法定计量单位,即以米、千克、秒、安培、开尔文、摩尔、坎德拉作为基本单位,其他量都由以上 7 个基本单位导出,称为国际单位制的导出单位,中华人民共和国法定计量单位见书后附录 2。

2. 直接测量和间接测量。

按测量方法的不同,测量可分为直接测量和间接测量两类。直接测量就是将待测量和标准量直接进行比较,或者从已用标准量校准的仪器上直接读出测量值的方法,其特点是待测量的值和量纲可直接得到。如用米尺、游标卡尺测长度,用秒表测时间,用天平称质量,用电流表测电流等均为直接测量。相应的测量结果长度、时间、质量、电流等称为直接测量量。

间接测量就是通过测量与被测量有函数关系的其他量,计算出被测量值的一种测量方法。例如,用单摆测重力加速度时,由 $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$, 可以先用米尺直接测出摆线长度 L , 用秒表测出振动周期 T , 再根据公式 $g = \frac{4\pi^2}{T^2}L$ 求出重力加速度 g , g 为间接测量量。

3. 等精度测量和不等精度测量。

根据多次测量过程中的测量条件变化与否,将测量又分为等精度测量和不等精度测量。

等精度测量是指在相同实验条件下对同一物理量所做的重复测量,由于各次测量的实验条件相同,各次测量结果的可靠性也是相同的,没有理由认为哪一次测量更精确或更可靠,所以各次测量是等精度的。

若重复测量过程中,实验条件如测量人、仪器、实验方法或环境因素等发生改变,则这样的测量是不等精度测量。

在实际测量过程中,没有绝对不变的人和事物,运动是绝对的,实验条件总是处于变化之中,但只要其变化对实验的影响很小乃至可以忽略,就可以认为是等精度测量。若实验条件部分或全部发生明显变化,显著影响实验结果,则为不等精度测量。本书中若不强调说明,所指测量均为等精度测量。

二、误差

1. 真值。

测量的最终目的是要获得待测物理量的真值,而真值是“与给定的特定量的定义一致的值”。真值是一个理想的概念,按其本性是不确定的,但可以通过改进特定量的定义、测量方法和条件等,使获得的量值足够地逼近真值,满足实际使用测量值时的需要。在实际测量中使用约定真值来代替真值,约定真值可以是指定值、最佳估计值、约定值、参考值或理论值,实验中常用某量的多次测量结果来确定约定真值,如算术平均值就是最佳估计值。

2. 误差。

由于实验方法和测量条件的局限,测量值并非真值,测量值与真值之间必然存在或多或少的差值,这种差值称为测量误差,简称误差,即:误差 = 测量值 - 真值。

当有必要与相对误差相区别时,误差又称为绝对误差,绝对误差可正可负,注意不要与误差的绝对值相混淆。绝对误差反映了测量值偏离真值的大小和方向。

3. 误差分类。

由于测量值必然有误差,因此我们需要对测量值的准确程度做出估计,这就需要研究误差的来源、性质以及处理方法,从而完善测量,减小误差。

按照误差的特征,可将测量的误差分为系统误差、随机误差和粗大误差三类:

(1) 系统误差定义为:在重复性条件下,对同一被测量进行无限多次测量所得结果的平均值与被测量的真值之差,即 $\delta = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i - x_0$ 。系统误差及其原因不能完全获知,但其来源主要有以下三种:

i) 方法误差:这是由于实验原理不完善,公式的近似性以及实验方法过于简化等原因产生的误差。如用单摆测重力加速度时,忽略了空气对摆动的阻力;用伏安法测电阻时,忽略

了电表内阻的影响等。

ii) 仪器误差:这是由于仪器本身的缺陷或使用不当而产生的。如米尺的刻度不均匀;天平的两臂不等长;应水平放置的仪器没有水平放置等。

iii) 个人误差:这是由于实验者本人的生理特点或不良习惯产生的。如用秒表测时间,有的人习惯早按,有的人习惯迟按;观察仪表指针时,有的人习惯将头偏向一边等。

通过校准仪器、完善实验理论、改善实验条件和测量方法,可以将系统误差减小到允许的程度。但增加测量次数并不能减小系统误差。

(2) 随机误差定义为:测量结果与在重复性条件下,对同一被测量进行无限多次测量所得结果的平均值之差。即 $\delta_i = x_i - \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$ 。随机误差来源于影响量的变化,这种变化在时间上和空间上是不可预知的或随机的,它会引起被测量重复观测值的变化。就单个随机误差而言,它没有确定的规律,但就整体而言,随机误差却服从一定的统计规律,故可用统计方法估计其界限或它对测量结果的影响。增加测量次数,可明显减小随机误差。

服从正态分布的随机误差具有以下四大特征:

i) 单峰性:绝对值小的误差比绝对值大的误差出现的概率大。

ii) 对称性:绝对值相等的正负误差出现的概率相等。

iii) 有界性:误差的绝对值不会超过一定的界限,即不会出现绝对值很大的误差。

iv) 抵偿性:随机误差的算术平均值随着测量次数的增加而越来越趋向于零,即

$$\lim_{m \rightarrow \infty} \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \delta_i = 0。$$

随机误差主要有以下三种来源:

i) 判断性误差:实验者在对准目标(刻线等)、确定平衡(如天平)估读数时不一致而产生的误差。

ii) 实验条件的起伏:如电源电压的波动、环境温度、湿度的变化等产生的误差。

iii) 微小干扰:如振动、空气流动、外界电磁场的干扰等影响产生的误差。

由于测量次数有限,实验中可确定的系统误差和随机误差分别是系统误差的估计值和随机误差的估计值。

(3) 粗大误差:

明显地与事实不符的误差,它是由于测量者粗心大意,或者实验条件突变、仪器在非正常状态下工作、无意识的不正确操作等因素造成的。含有粗大误差的测量值称为可疑值。在没有充分依据的前提下,绝不能随意去除,应按照一定的统计准则予以剔除。

4. 测量的精密性、正确度和精确度。

通常系统误差和随机误差是混在一起出现的,有时也难以区分。在科学实验中,常用“精密性”表示随机误差的大小,反映测量结果的分散性,即测量值 x_i 偏离均值 $\bar{x}$ 的程度;用“正确度”表示系统误差的大小,反映 $\bar{x}$ 接近真值 x_0 的程度;用“精确度”综合反映随机误差和系统误差的大小。如图 1.1-1(a)、(b)、(c) 三张打靶图,圆心为目标,黑点为弹着点,(a) 图表示射击的精密度高,即分散性小,但弹着点均值偏离目标较大,即随机误差小而系统误差大;(b) 图比(a) 图系统误差小,但随机误差大,即精密性低而正确度高;(c) 图弹着点比较集中

且又聚集在靶心,表示精确度高,即精密度高、正确度也高。

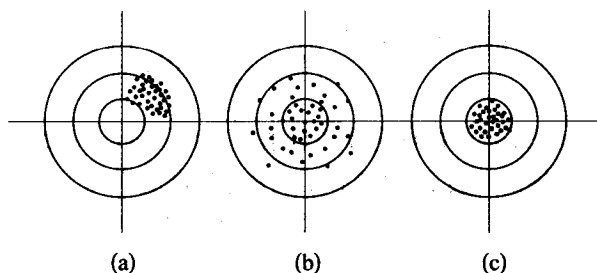


图 1.1-1 三种测量结果分布示意图

5. 测量误差的表示。

实验中,常用绝对误差、相对误差、百分误差表示测量结果的优劣。由于真值无法得到,常用多次测量的算术平均值 $\bar{x}$ 替代真值。测量值与算术平均值之差称为残差,

$$v_i = x_i - \bar{x}$$

(1) 绝对误差:测量结果减去被测量的真值

绝对误差: $\Delta x = \text{测量值 } x - \text{真值 } x_0$

(2) 相对误差:测量误差与被测量真值之比

相对误差 $E = \frac{\text{误差}}{\text{真值}} \times 100\%$

(3) 百分误差:有时将测量值与理论值或公认值进行比较,用百分误差 E_r 表示

$$E_r = \frac{|\text{测量值} - \text{理论值}|}{\text{理论值}} \times 100\%$$

当两被测量的大小相近时,通常用绝对误差比较测量结果的优劣;当两被测量值相差较大时,用相对误差才能进行有效比较。如测量标称值分别为 9.8mm 和 99.8mm 的甲、乙两物体的长度,实测值分别为 10.0mm 和 100.0mm,两者的绝对误差都为 +0.2mm,无法用绝对误差比较两者的测量水平,而用相对误差甲为 2%,乙为 0.2%,所以乙测量比甲准确,乙比甲的测量水平高一个数量级。

三、随机误差的估算

1. 多次等精度直接测量误差及测量结果表示。

(1) 算术平均值:

设对物理量 x 进行了 n 次测量,各次测量值分别为 $x_1, x_2, \dots, x_n$, 则算术平均值 $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$, 可以证明,算术平均值即是该物理量的最佳估计值。

(2) 平均误差(或平均绝对误差):

各次测量值的残差 $v_i = x_i - \bar{x}, i = 1, 2, \dots, n$, 各残差绝对值的算术平均值,称为平均(绝对)误差:

$$\overline{\Delta x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |v_i| = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |x_i - \bar{x}|$$

当测量次数少,测量仪表准确度不高时或数据离散性不大时,可用平均(绝对)误差估算随机误差。

用平均(绝对)误差表示的测量结果为:
$$\begin{cases} x = \bar{x} \pm \overline{\Delta x} (\text{单位}) \\ E = \frac{\overline{\Delta x}}{\bar{x}} \times 100\% \end{cases}$$

根据高斯误差理论,上式表示物理量 X 的真值落在 $(\bar{x} - \overline{\Delta x}, \bar{x} + \overline{\Delta x})$ 内的概率是 57.5%。

例 1 用米尺测一铜棒的长度,共测 5 次,各次的测量值为 $L_1 = 23.2\text{mm}, L_2 = 23.2\text{mm}, L_3 = 23.3\text{mm}, L_4 = 23.1\text{mm}, L_5 = 23.1\text{mm}$,试写出测量结果的表达式。

解 1) 算术平均值: $\bar{L} = \frac{1}{5} \sum_{i=1}^5 L_i = 23.2\text{mm}$

2) 平均绝对误差: $\overline{\Delta L} = \frac{1}{5} \sum_{i=1}^5 |L_i - \bar{L}| = 0.06\text{mm} = 0.1\text{mm}$

米尺的最小分度值为 1mm,我们只能估读出 0.1mm。当平均绝对误差小于仪器的估读数时,平均绝对误差一般取仪器的估读数。

3) 相对误差: $E = \frac{\overline{\Delta L}}{\bar{L}} \times 100\% = \frac{0.1}{23.2} \times 100\% = 0.5\%$

4) 测量结果:
$$\begin{cases} L = (23.2 \pm 0.1)\text{mm} \\ E = 0.5\% \end{cases}$$

它表示铜棒长度的真值落在 23.1 ~ 23.3mm 范围内的可能性是 57.5%。

(3) 标准误差。

在物理实验和科技论文中,更常用的是用标准误差来计算测量列随机误差的大小,因为标准误差更符合随机误差的正态分布理论,虽然标准误差的计算比绝对误差的计算复杂。标准误差的数学表达式为 $\sigma = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - x_0)^2}$ ($n \rightarrow \infty$), x_0 为真值。

而实际的测量次数都是有限的,实际计算时,用 $\bar{x}$ 代替真值 x_0 ,则标准误差 σ 的估计值

为: $S = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$,称为标准偏差。此式称为贝塞尔公式。

用数学知识可以证明算术平均值 $\bar{x}$ 的标准偏差 $S_{\bar{x}}$ 是测量列标准偏差 S 的 $\frac{1}{\sqrt{n}}$ 倍,表明多

次测量可以减小随机误差,测量次数一般取 6 ~ 10 次。
$$S_{\bar{x}} = \frac{S}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n(n-1)}}$$

用标准偏差表示的结果为:
$$\begin{cases} x = \bar{x} \pm S_{\bar{x}} (\text{单位}) \\ E = \frac{S_{\bar{x}}}{\bar{x}} \times 100\% \end{cases}$$

按照随机误差的统计理论,上式表示测量列中任一测量值的误差落在区间 $(-S_{\bar{x}}, +S_{\bar{x}})$ 内的概率是 68.3%,物理量的真值落在 $(\bar{x} - S_{\bar{x}}, \bar{x} + S_{\bar{x}})$ 内的概率也是 68.3%。

若误差取标准误差的 3 倍即 3σ ,则测量列中任一测量值的误差落在区间 $(-3\sigma, +3\sigma)$ 内的概率是 99.7%,落在这区间外的概率只有 0.3%,所以误差实际上不会超过此区间,因此

称 3σ 为极限误差, 用 Δ 表示, 即 $\Delta \approx 3\sigma$ 。误差大于 3σ 的测量值可以认为是错误的, 一般可以舍去, 称为 3σ 准则。但 3σ 准则是以测量次数充分大为前提的, 在测量次数较少时, 不宜用此准则, 只有测量次数 $n > 50$ 时才适用。

例2 测量某物体的长度, 共测 9 次, 各次测量值分别为 23.2mm, 23.4mm, 23.6mm, 23.0mm, 23.7mm, 23.2mm, 23.6mm, 23.0mm, 23.7mm, 试用标准误差表示测量结果。

解 可列表计算如下(见表1):

$$1) \text{ 算术平均值: } \bar{L} = \frac{1}{9} \sum_{i=1}^9 L_i = 23.4 \text{ mm}$$

$$2) \text{ 测量列标准偏差: } S = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (L_i - \bar{L})^2} = \sqrt{\frac{0.66}{9-1}} = 0.29 \text{ mm}$$

$$3) \text{ 算术平均值的标准偏差: } S_L = \frac{1}{\sqrt{n}} S = \frac{0.29}{\sqrt{9}} \approx 0.1 \text{ mm}$$

$$4) \text{ 相对误差: } E = \frac{S_L}{\bar{L}} \times 100\% = \frac{0.1}{23.4} \times 100\% = 0.4\%$$

$$5) \text{ 测量结果: } \begin{cases} L = (23.4 \pm 0.1) \text{ mm} \\ E = 0.4\% \end{cases}$$

表1 测量值及计算

测量次数	L_i/mm	$(L_i - \bar{L})/\text{mm}$	$(L_i - \bar{L})^2/\text{mm}^2$
1	23.2	-0.2	0.04
2	23.4	0.0	0.00
3	23.6	0.2	0.04
4	23.0	-0.4	0.16
5	23.7	0.3	0.09
6	23.2	-0.2	0.04
7	23.6	0.2	0.04
8	23.0	-0.4	0.16
9	23.7	0.3	0.09

2. 单次测量误差估算及测量结果表示。

在实验中, 有些物理量是动态测量, 只能测量一次; 或在间接测量过程中, 某一物理量的误差对最后的结果影响较小等, 则可以对被测量只测量一次, 称为单次测量。单次测量的误差, 采用平均误差表示时, 一般取仪器最小分度 Δ 的一半, 或用仪器的误差限 $\Delta_{\text{仪}}$ 表示, 即 $\Delta x = \frac{\Delta}{2}$, 或 $\Delta x = \Delta_{\text{仪}}$ 。

若采用标准误差表示, 单次测量的标准误差为 $\sigma = \frac{\Delta}{k}$, k 是与仪器误差分布有关的常数。

Δ 为仪器的极限误差, 没有标出极限误差的仪器, 则为其最小分度。

表2 k 因子与仪器误差分布关系

仪器	米尺	游标卡尺	千分尺	秒表	物理天平	电表、电阻箱
误差分布	正态	矩形	正态	正态	正态	近似均匀
k	3	$\sqrt{3}$	3	3	3	$\sqrt{3}$

例如,米尺最小分度 $\Delta = 1\text{mm}$,用米尺测物体长度:

$$\text{单次测量的平均误差, } \Delta x = \frac{1}{2}\text{mm} = 0.5\text{mm}$$

$$\text{单次测量的标准误差, } \sigma = \frac{1}{3}\text{mm} = 0.4\text{mm}$$

例如,用 $0 \sim 25\text{mm}$ 的一级千分尺测长度,千分尺仪器误差限 $\Delta_{\text{仪}} = 0.004\text{mm}$,

$$\text{单次测量平均误差, } \Delta_x = \Delta_{\text{仪}} = 0.004\text{mm}$$

$$\text{单次测量的标准误差, } \sigma = \frac{0.004}{3}\text{mm} = 0.002\text{mm}$$

$$\text{单次测量的测量结果,应表示为: } \begin{cases} x = x \pm \Delta x (\text{单位}) \\ E = \frac{\Delta x}{x} \times 100\% \end{cases} \quad \text{或} \quad \begin{cases} x = x \pm \sigma (\text{单位}) \\ E = \frac{\sigma}{x} \times 100\% \end{cases}$$

四、间接测量的误差

间接测量量是通过一定的函数关系由各直接测量量计算得到的,而各直接测量量都有误差,所以计算出的间接测量量也必有误差,称为误差的传递。由直接测量量误差计算间接测量量误差的公式称为误差传递公式。

设间接测量量为 N ,各直接测量值为 $x_1, x_2 \cdots x_m$,函数关系为 $N = f(x_1, x_2 \cdots x_m)$,以下讨论采用平均误差和标准偏差情况下的间接测量误差传递公式。

1. 误差传递基本公式。

已知各直接测量量 $x_i = \bar{x}_i \pm \Delta x_i, i = 1, 2 \cdots m$

则间接测量量 N 的算术平均值为 N 的最佳估计值 $\bar{N} = f(\bar{x}_1, \bar{x}_2 \cdots \bar{x}_m)$

$$\text{对函数 } N = f(x_1, x_2 \cdots x_m) \text{ 求全微分 } dN = \frac{\partial f}{\partial x_1} dx_1 + \frac{\partial f}{\partial x_2} dx_2 + \cdots + \frac{\partial f}{\partial x_m} dx_m$$

误差均为微小量,类似于数学中的微小增量,可以用 $\Delta x_1, \Delta x_2 \cdots \Delta x_m$ 误差符号替代微分符号 $dx_1, dx_2 \cdots dx_m$,则间接测量的误差为:

$$\Delta N = \frac{\partial f}{\partial x_1} \Delta x_1 + \frac{\partial f}{\partial x_2} \Delta x_2 + \cdots + \frac{\partial f}{\partial x_m} \Delta x_m$$

由于各个偏导数的值可正可负,为避免正负抵消,导致对间接测量误差估计不足,各误差分量均取绝对值,则最大误差传递公式为:

$$\Delta N = \left| \frac{\partial f}{\partial x_1} \Delta x_1 \right| + \left| \frac{\partial f}{\partial x_2} \Delta x_2 \right| + \cdots + \left| \frac{\partial f}{\partial x_m} \Delta x_m \right|$$

$$\text{平均误差为: } \bar{\Delta N} = \left| \frac{\partial f}{\partial x_1} \bar{\Delta x_1} \right| + \left| \frac{\partial f}{\partial x_2} \bar{\Delta x_2} \right| + \cdots + \left| \frac{\partial f}{\partial x_m} \bar{\Delta x_m} \right|$$

对函数 $N = f(x_1, x_2, \cdots x_m)$ 取自然对数,再取全微分, $\ln N = \ln f(x_1, x_2 \cdots x_m)$