

顶尖系列

自 主 学 习 先 锋

顶尖数学

九年级上册

课外训练
步步高

课程标准
华师大版



福建人民出版社



顶尖系列

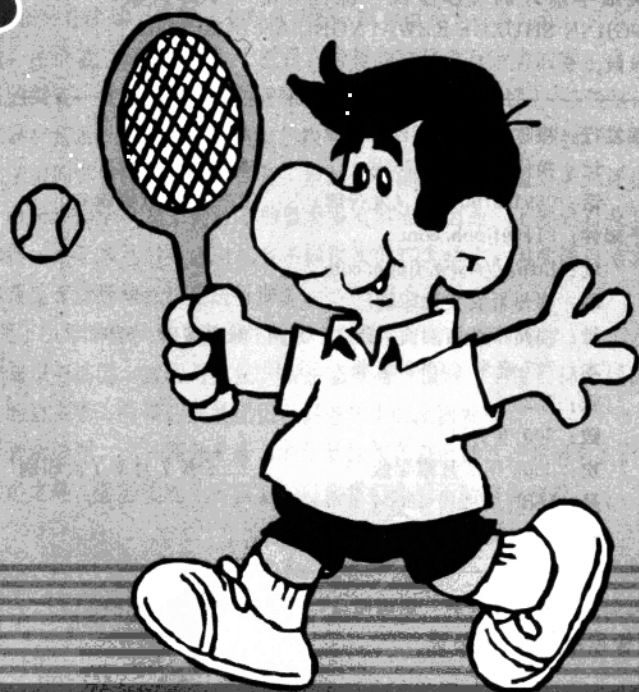
自 主 学 习 先 锋

顶尖 数学

九年级上册

课程标准
华师大版

课外训练 步步高



福建人民出版社

策划: 闻 教 佟 仁

编 委: (按姓氏笔画排列)

任 勇 (厦门一中校长、特级教师、中学高级教师、福建省特级教师协会副会长、苏步青数学教育奖一等奖获得者)

朱义泰 (福州格致中学高级教师)

江敬润 (福建省普教室原副主任、中学高级教师、全国语文学学习科学委员会副理事长、福建语文学学习科学学会副会长)

李松华 (福建省普教室中学理科主任、化学组组长、中学高级教师、中国教育学会化学教学专业委员会理事、福建省化学教学委员会副理事长)

杨继红 (福州教育学院政治科主任、中学高级教师、福建省思想政治教学研究会副秘书长)

陈 峰 (福建师范大学物理系副主任、副教授、硕士生导师、教育部中学物理课程标准组核心成员、中国教育学会物理教学专业委员会理事、福建省物理教学委员会副理事长)

陈松铨 (福建省普教室中学理科副主任、生物组组长、中学高级教师、福建省生物教学研究会副理事长)

林为炎 (福建省普教室中学理科副主任、物理组组长、特级教师、中国教育学会物理教学专业委员会理事、福建省物理教学委员会副理事长)

谢雨生 (福建省普教室中学文科主任、历史组组长、中学高级教师、中国教育学会历史教学专业委员会理事、福建省历史教学委员会副理事长)

曾立群 (福州一中地理组组长、中学高级教师、中国教育学会地理教学专业委员会理事、福建省地理教学委员会副理事长)

本书执行主编: 任 勇

本书编写人员: 张建怀 李 为 尤 健 李名济 邓衍生 温晓丹 李增华 (统稿)

顶尖数学课外训练步步高 (课程标准·华师大版)

DINGJIAN SHUXUE KEWAI XUNLIAN BUBUGAO

九年级上册

出版发行: 福建人民出版社

地 址: 福州市东水路 76 号

邮政编码: 350001

电 话: 0591-87604366 (发行部)

87521386 (编辑室)

电子邮件: 211@fjpph.com

网 址: <http://www.fjpph.com>

印 刷: 福州晋安文化印刷厂

地 址: 福州市新店湖前大街 39 号

邮政编码: 350012

开 本: 787 毫米×1092 毫米 1/16

印 张: 8.25

字 数: 200 千字

版 次: 2005 年 7 月第 1 版

2005 年 7 月第 1 次印刷

书 号: ISBN 7-211-05054-3/G·3229

定 价: 8.10 元

本书如有印装质量问题, 影响阅读, 请直接向承印厂调换。

版权所有, 翻印必究

编 写 说 明

“顶尖各科课外训练步步高”根据义务教育课程标准，配合各版本教材进行编写。丛书以课为训练单位，以单元为测试单位建构编写体系，符合教学规律，体现课改精神。丛书不仅注重帮助学生夯实基础知识、提高基本技能，还注重培养学生学习的自主性、探究性、合作性；不仅注重培养学生学会学习、学会反思、学会自我激励，还注重培养学生学习过程中情感、态度和价值观的形成。

为了使本丛书在理念上与最新教改理念、精神相吻合，我们在本套丛书的编写过程中，坚持“三参与”原则，即颇有造诣的课程研究专家参与，深谙当前基础教育课程改革的教研员参与和具有丰富教学实践经验的一线特级、高级教师参与，从而使本丛书在质量上得到充分保证。

“顶尖各科课外训练步步高”按章（或单元）进行编写，每一章（或单元）设“学前热身”、“知识平台”、“方法指津”、“自我评估”、“探究学习”（或“信息冲浪”）、“拓展延伸”、“单元评估”等栏目。“学前热身”通过阅读与本章（或本单元）主要内容有关的一个故事、一则新闻报道或一幅图等，使学生自然而然地产生学习本章（或本单元）内容的兴趣，从而变过去的被动学习为“我要学”、“我想学”的主动学习，激发学生的自主性。“知识平台”以课程标准为基准，以相应版本的教材为落脚点，较详细地分析本章（或本单元）内容的重点、难点。“方法指津”通过对经典题目的解析和点拨，拓展学生的思路，提升发散思维能力，掌握科学的学习方法。“自我评估”在题目设计上，特别注重吸收全国各地出现的最新题型，密切联系生产、生活实际的有趣题目，同时注重知识的现代化，以激活学生已有的知识、经验和方法，加强探究性习题的训练。“自我评估”含“双基达标”和“能力提高”两个部分。这两部分题目有一定的梯度，既注重基础性，又强调自主性、参与性、实践性、探究性、合作性。“探究学习”（或“信息冲浪”）精选与本章（或本节）内容相关的资料，并从中引出一些生动、活泼、有趣的话题，既可以补充课本知识，又有目的地提出一些问题，引发学生思考；同时，还设置“相关链接”子栏目，为有条件且学有余力的学生另外提供一些信息的出处，满足学生课外学习的需要，增强学生学习的趣味性，扩大学生的知识面。“拓展延伸”对本章（或本单元）知识进行梳理、交融、拓展，通过对一些典型的探究型、开放型的题目进行解析和点拨，使学生对章内、学科内、学科间知识结构的关系得以把握和拓展。经过系统的训练后，通过单元评估与期末评估对所学内容进行评价与总结。由于不同学科及不同版本的教材各有特点，因此，上述栏目及其写法允许根据实际需要适当调整，灵活掌握。由于本丛书要面向城乡不同层次的广大学生，因此题目难易有所兼顾，老师可以根据本校学生的具体情况有选择地让学生进行训练。

“顶尖各科课外训练步步高”实现了引导学生从预习到课外阅读全程自主学习的编写理念。我们在栏目设置上创设了科学的整合模式，将“知识与技能、过程与方法、情感态度与价值观”三维目标分层次地融入书中，激发学生的自主性，使学生的自主学习效果达到最优化，促进学生的全面发展。

在此，对丛书中选用作品的作者表示感谢，对一部分未署名的作品的作者表示歉意，并请与我们联系。由于编写时间仓促，其中难免还有不足之处，恳望读者不吝赐教，以便我们今后不断努力改进。

编 者

目 录

第 21 章 分式 1

- § 21.1 整式的除法 3
- § 21.2 分式及其基本性质 5
- § 21.3 分式的运算 8
- § 21.4 可化为一元一次方程的分式
方程 10
- § 21.5 零指数幂与负整指数幂 ... 12
- 单元评估 15

第 22 章 一元二次方程 18

- § 22.1 一元二次方程 22
- § 22.2 一元二次方程的解法 25
- § 22.3 实践与探索 29
- 单元评估 35

第 23 章 圆 38

- § 23.1 圆的认识 40
- § 23.2 与圆有关的位置关系 43
- § 23.3 圆中的计算问题 46

单元评估 51

第 24 章 图形的全等 55

- § 24.1 图形的全等 58
- § 24.2 全等三角形的识别 62
- § 24.3 命题与证明 66
- § 24.4 尺规作图 70
- 单元评估 75

第 25 章 样本与总体 79

- § 25.1 简单的随机抽样 82
- § 25.2 用样本估计总体 88
- § 25.3 概率的含义 93
- § 25.4 概率的预测 99
- 单元评估 104

期中评估 108

期末评估 111

部分参考答案 117

第21章 分式



学前热身

猫兔赛跑

“龟兔赛跑”的故事已经家喻户晓，兔子不服输，想出了一个花样，要与猫比一比，看谁跑得快，比赛项目是100 m赛跑。结果，当兔子跑到100 m终点时，猫落后了整整10 m。猫说：“我跑不过你，但是下次再跑，我一定能和你同时到达终点，不过要把你的起跑线后移10 m。”于是，根据猫提出的条件，兔子和猫又比赛了一次，请问，比赛的结果会怎样呢？

现有甲、乙、丙三位同学的结论，你认为谁的结论有道理呢？

甲生：由于第一次赛跑时，猫落后了10 m，所以兔子把起跑线后移10 m后，猫和兔子同时到达终点。

乙生：设兔子的速度是 a m/s，猫的速度是 b m/s，则 $\frac{100}{a} = \frac{90}{b}$ ，将上式两边同乘以 $\frac{11}{10}$ 得 $\frac{110}{a} = \frac{99}{b}$ ，比式说明：将兔子的起跑线后移10 m，当兔子跑完全程110 m时，猫只跑了99 m，差1 m到达终点，因此兔子先到达终点。

丙生：不列方程，可以这样想，在相同时间内，兔子跑了100 m，猫跑了90 m，距离之比为10:9，如果兔子再多跑10 m，那么猫只能多跑9 m，所以兔子先到达终点。

学完本章内容，你将会轻松解决这个问题。



学习导航

知识平台

1. 了解同底数幂除法的法则，会进行简单的整式的除法运算。
2. 了解分式的概念，会利用分式的基本性质进行约分和通分。
3. 会进行简单的分式的加、减、乘、除运算。
4. 了解分式方程的概念，会解一些简单的可化为一元一次方程的分式方程。
5. 理解零指数幂及负整数指数幂的意义，会用科学记数法表示绝对值小于1的数。

6. 通过与同底数幂的乘法性质的联系，学习同底数幂的除法性质；通过与分数的性质及运算的联系，学习分式的性质及运算；通过与正整数指数幂的性质的联系，学习零指数幂及负整数指数幂的性质。学会探索和理解运算性质，学会在原有的知识基础上学习和建构新的知识体系。



方法指津

例1 (§ 21.1)* 已知 $a^m=4$, $a^n=3$, $a^k=2$, 求 $a^{m-3k+2n}$ 的值.

分析 由同底数幂的乘、除法的法则 $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$, $a^m \div a^n = a^{m-n}$, 以及幂的乘方的意义: $(a^m)^n = a^{mn}$, 逆用上述法则即可.

$$\text{解 } a^{m-3k+2n} = a^m \div a^{3k} \cdot a^{2n} = a^m \div (a^k)^3 \cdot (a^n)^2 = 4 \div 2^3 \times 3^2 = 4 \div 8 \times 9 = \frac{9}{2}.$$

例2 (§ 21.2) 当 x 取何值时, 分式 $\frac{2x^2+x-6}{|x|-2}$ 有意义? 它的值等于 0?

分析 (1) 分式有无意义只看分母即可, 但不能研究化简后的分式; (2) 在分母不为 0 的前提下, 分子等于 0, 分式的值是 0.

解 令 $|x|-2=0$, 得 $x=2$ 或 $x=-2$; 令 $2x^2+x-6=0$, $(2x-3)(x+2)=0$,
 $\therefore x=\frac{3}{2}$ 或 $x=-2$.

$\therefore$ 当 $x \neq 2$ 且 $x \neq -2$ 时, 分式有意义; 当 $x=\frac{3}{2}$ 时, 分式的值为 0.

例3 (§ 21.3) 当 $x=4$ 时, 求 $\frac{2x-x^2}{x^2+x} \div \frac{x^2-5x+6}{x^2+2x+1}$ 的值.

分析 求较复杂的代数式的值, 不应忙于直接代入求值, 应先充分利用约分这个工具, 将代数式化简后再求值.

$$\text{解 原式} = \frac{-x(x-2)}{x(x+1)} \div \frac{(x-2)(x-3)}{(x+1)^2} = \frac{-(x-2)}{x+1} \cdot \frac{(x+1)^2}{(x-2)(x-3)} = -\frac{x+1}{x-3}.$$

$$\text{当 } x=4 \text{ 时, 原式} = -\frac{4+1}{4-3} = -5.$$

例4 (§ 21.3) 已知 $\frac{x+3}{(x-2)^2} = \frac{A}{x-2} + \frac{B}{(x-2)^2}$, 求 A 、 B 的值.

分析 要求 A 、 B 的值, 应先将分式的右边通分, 然后对比等号两边的系数, 列出方程可求.

$$\text{解 } \frac{x+3}{(x-2)^2} = \frac{A(x-2)+B}{(x-2)^2}, \therefore x+3 = A(x-2)+B = Ax + (-2A+B).$$

$$\therefore \begin{cases} A=1, \\ -2A+B=3. \end{cases} \quad \text{解得} \quad \begin{cases} A=1, \\ B=5. \end{cases}$$

例5 (§ 21.4) 解方程 $\frac{x-3}{x+3} - \frac{x+3}{x-3} = \frac{36}{x^2-9}$.

分析 解分式方程, 可去分母转化为整式方程, 然后解整式方程. 但一定要记得检验, 以防产生增根.

$$\text{解 由 } \frac{x-3}{x+3} - \frac{x+3}{x-3} = \frac{36}{(x+3)(x-3)},$$

$$\text{去分母得 } (x-3)^2 - (x+3)^2 = 36,$$

$$(x^2-6x+9) - (x^2+6x+9) = 36,$$

$$-12x=36,$$

$$\therefore x=-3.$$

经检验, $x=-3$ 是增根, $\therefore$ 原方程无解.

例6 (§21.5) 已知 $x+x^{-1}=3$, 求 x^2+x^{-2} 的值.

分析 将负指数幂转化后再利用公式变形解题.

$$\text{解 } \because x+\frac{1}{x}=3,$$

$$\therefore x^2+x^{-2}=x^2+\frac{1}{x^2}=\left(x+\frac{1}{x}\right)^2-2=7.$$

例7 (§21.3) 若解分式方程 $\frac{2x}{x+1}-\frac{m+1}{x^2+x}=\frac{x+1}{x}$ 产生增根, 求 m 的值.

分析 增根只可能是 $x=0$ 或 $x=-1$, 然后代入转化成整式方程后的方程求出 m 的值.

解 方程两边同乘以 $x(x+1)$ 得 $2x^2-(m+1)=(x+1)^2$,

当 $x=0$ 时, 得 $-m-1=1$, $\therefore m=-2$.

当 $x=-1$ 时, 得 $2-(m+1)=0$, $\therefore m=1$.

$\therefore$ 当 $m=1$ 或 $m=-2$ 时, 原方程会产生增根.

§21.1 整式的除法



自我评估

双基达标

- 计算: $(2 \times 10^2)^2 \div (2 \times 10^{-2})^{-2} =$ _____.
- 计算: $-a^5 \div a^2 =$ _____; $x^6 \div (-x)^3 =$ _____.
- 计算: $18x^2y^3 \div (-9xy^2) =$ _____.
- 计算: $(x-y)^7 \div (y-x)^6 + (-x-y)^3 \div (x+y)^2 =$ _____.
- 下面计算正确的是 ().
 A. $a^4 \div a = a^4$ B. $(-a)^3 \div (-a) = a^2$ C. $x^6 \div x^3 = x^2$ D. $(2a)^6 \div (2a)^2 = 2a^4$
- 若 $x^{2m} \div x^2 = x^6$, 则 m 的值为 ().
 A. 1 B. 2 C. 3 D. 4
- 下列计算正确的是 ().
 A. $(a^2+b^2) \div (a+b) = a+b$ B. $(a^2-b^2) \div (a-b) = a+b$
 C. $(a^2+b^2) \div (a-b) = a-b$ D. $(a^2-b^2) \div (a-b)^2 = 1$
- 写出一个满足“除以 x^2y 后所得到的商与 $\frac{1}{5}xy$ 是同类项”的单项式 _____.
- 直接写出下列各式的结果:
 (1) $x^2 \cdot x^3 + x^4 \cdot x$ (2) $(x^2 \cdot x^3)^2 \div (-x^4)$
 = =



(3) $x^{m+n} \div x^{m-n}$

=

(4) $(16 \times 10^7) \div (2 \times 10^3)$

=

10. 太阳的质量约是 2×10^{27} t, 地球的质量约是 6×10^{21} t, 问太阳的质量是地球的质量的几倍? (精确到个位)

11. 计算: $(3x^n)^3 \div (2x^n)^2 \cdot (4x^2)^2$.

12. 计算: $(a^6 \div a^2)^2 \div [(a^8 \div a^2) \cdot a^2]$.

13. 观察下列顺序排列的等式 (其中 $x \neq 0$)

(1) 计算: $2x^3 \div x =$ _____;

$4x^4 \div x^2 =$ _____;

$6x^5 \div x^3 =$ _____;

$8x^6 \div x^4 =$ _____

.....

(2) 试猜想: 第 n 个等式 (n 为正整数) 应为 _____.

14. 已知 $a^m = 3$, $a^n = 5$, 求: (1) a^{m-n} 的值; (2) a^{3m-2n} 的值.

15. 已知长方形的长是 $x+3$, 面积是 $2(x+5)(x+3)$, 求它的周长.

16. 先化简, 再求值: $a = \frac{1}{2}$, $b = -4$, $\left(\frac{3}{4}a^4b^7 + \frac{1}{2}a^3b^8 - \frac{1}{9}a^2b^6\right) \div \left(-\frac{1}{3}ab^3\right)^2$.

17. 解方程 $[(x+1)(x-1) - (x-1)(x^2+x+1)] \div x^2 = \frac{1}{2}x$.



能力提高

18. 已知 $\frac{6}{a+3}$ 的值是整数, 求整数 a 的所有可能的取值.
19. 已知 $(x^m \div x^{2n})^3 \div x^{2m-n}$ 与 $2x^3$ 是同类项, 且 $m+5n=2$, 求 m^2-25n^2 的值.
20. 一个整式的完全平方为 $9x^2+1+A$ (A 为单项式), 请你尽可能多地写出 A 所代表的单项式.
21. 已知多项式 $3x^3+ax^2+3x+1$ 能被 x^2+1 整除, 且商式是 $3x+1$, 那么 a 的值为多少?

§ 21.2 分式及其基本性质



自我评估

双基达标

- 当 $x = \underline{\hspace{2cm}}$ 时, 分式 $\frac{x+1}{3x-2}$ 没有意义; 当 $x = \underline{\hspace{2cm}}$ 时, 分式 $\frac{x+1}{3x-2}$ 的值为 0.
- 分式 $\frac{2x-1}{x+2}$ 的值为 1, 则 $x = \underline{\hspace{2cm}}$.
- 填空: $\frac{x-3}{(1-x)(2+x)} = \frac{(\hspace{1cm})}{(x-1)(x+2)}$; $\frac{x-1}{(1-x)^2(2-x)} = \frac{(\hspace{1cm})}{(x-1)(x-2)}$.
- 当 $x \underline{\hspace{2cm}}$ 时, 分式 $-\frac{5}{x-3}$ 的值为负数.
- 在有理式: ① $\frac{2}{5}$, ② $\frac{x+y}{3}$, ③ $\frac{1}{1-a}$, ④ $\frac{x}{m-2}$ 中, 属于分式的有 ().
A. ①② B. ③④ C. ① D. ①②③④
- 下列各式从左到右的变形正确的是 ().



A. $\frac{a}{b} = \frac{ax}{bx}$ B. $\frac{a}{b} = \frac{a^2}{ab}$ C. $\frac{a}{b} = \frac{ab}{b^2}$ D. $\frac{a}{b} = \frac{a^2b}{ab^2}$

7. 与分式 $\frac{-a}{-a-b}$ 的值相等的分式是 ().

A. $\frac{a}{-a-b}$ B. $\frac{a}{a+b}$ C. $-\frac{a}{a-b}$ D. $\frac{-a}{-a+b}$

8. 把分式 $\frac{x}{x+y}$ ($x \neq 0, y \neq 0$) 分子、分母中的 x 同时扩大 2 倍, 那么分式的值 ().

A. 扩大 2 倍 B. 缩小 2 倍 C. 不改变 D. 无法确定

9. 已知 $\frac{|x|}{x-2} = \frac{x}{2-x}$, 则 x 应满足 ().

A. $x < 2$ B. $x \leq 0$ C. $x > 2$ D. $x \geq 0$ 且 $x \neq 2$

10. 分式 $\frac{x^n}{x^n+1}$, $\frac{(x-1)^n}{1-x}$, $\frac{x^2+4}{x+2}$, $\frac{2abc}{3xyz}$, $\frac{x-m}{y-m}$ 中, 最简分式的个数是 ().

A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

11. 沿河两地相距 a km, 船在静水中的速度为 m km/h, 水流速度为 n km/h, 求船在两地往返一次所需要的时间.

12. 通分: (1) $\frac{1}{x^2+4x+3}$, $\frac{x}{x+3}$; (2) $\frac{x}{(x+y)(x-y)^3}$, $\frac{y}{(y+x)(y-x)^2}$.

13. 约分: (1) $\frac{6m^a}{4m^{3a}}$ (a 为正整数); (2) $\frac{x-2x^2}{4x^2-4x+1}$; (3) $\frac{(a+b)^2-c^2}{a+b+c}$.

14. 求下列各组分式的最简公分母:

(1) $\frac{a}{2b}$, $\frac{b}{3a^2}$, $\frac{c}{4ab}$; (2) $\frac{1}{b-a}$, $\frac{1}{2a-2b}$, $\frac{1}{a+b}$.

15. 已知 $\frac{1}{x} - \frac{1}{y} = 3$. 求 $\frac{2x+3xy-2y}{x-2xy-y}$ 的值.

能力提高

16. 已知 $y = \frac{x^2}{2-3x}$, 当 x 取哪些值时,

(1) y 的值是正数; (2) y 的值是负数; (3) y 的值等于 0; (4) 分式无意义.

17. 已知 $\frac{x}{3} = \frac{y}{4} = \frac{z}{6}$, 求 $\frac{xy+yz+zx}{x^2+y^2+z^2}$ 的值.

18. 计算: $\frac{2004^2 - 2004 + 1}{2004^2 - 2004 \times 2003 + 2003^2} \div \frac{1}{2005}$.

19. 已知 $x^2 + 3x - 1 = 0$, 求 $x^2 + \frac{1}{x^2} + 2x - \frac{2}{x}$ 的值.



信息冲浪

分数的由来

200 多年前, 瑞士数学家欧拉, 在《通用算术》一书中说, 要想把 7 m 长的一根绳子分成三等分是不可能的, 因为找不到一个合适的数来表示它. 如果我们把它分三等分, 每份是 $\frac{7}{3}$ m, 像 $\frac{7}{3}$ 就是一种新的数, 我们把它叫做分数.

为什么叫它分数呢? 分数这个名称直观而生动地表示这种数的特征. 例如, 一只西瓜四个人平均分, 不把它分成相等的四块行吗? 从这个例子就可以看出, 分数是度量和数学本身的需要——除法运算的需要而产生的.

最早使用分数的国家是中国. 我国古代有许多关于分数的记载. 在《左传》一书中记载, 春秋时代,



诸侯的城池，最大不能超过周国的 $\frac{1}{3}$ ，中等的不得超过 $\frac{1}{5}$ ，小的不得超过 $\frac{1}{9}$ 。

秦始皇时期，拟定了一年的天数为 $365 \frac{1}{4}$ 天。

《九章算术》是我国 1800 多年前的一本数学专著，其中第一章《方田》里就讲了分数四则算法。

相关链接：<http://chat.pep.com.cn>

<http://www.nts.edu.cn>



拓展延伸

已知 $abc=1$ ，求证 $\frac{a}{ab+a+1} + \frac{b}{bc+b+1} + \frac{c}{ac+c+1} = 1$ 。

分析 由于左边三个分式的分母都是多项式形式，不能直接运算，应考虑充分利用条件 $abc=1$ 将分母进行变形，统一分母后再进行运算。

$$\begin{aligned} \text{证明 左边} &= \frac{ac}{1+ac+c} + \frac{abc}{abc^2+abc+ac} + \frac{c}{ac+c+1} \\ &= \frac{ac}{ac+c+1} + \frac{1}{c+1+ac} + \frac{c}{ac+c+1} \\ &= \frac{ac+c+1}{ac+c+1} \\ &= 1 = \text{右边}. \end{aligned}$$

受此启发，我们也可以将要证明的等式的左边分母中的 1 用 abc 来替换，再约分，同学们可以自己试一试。

§ 21.3 分式的运算



自我评估

双基达标

- 计算： $\frac{x+1}{a-b} - \frac{3x-1}{b-a} =$ _____； $\frac{ab^2}{2c^2} \div \frac{-3a^2b^2}{4cd} =$ _____。
- 计算： $\left(\frac{x^2}{y}\right)^3 \div \left(-\frac{x}{y^2}\right)^2 =$ _____。
- 计算： $\frac{b}{2a} + \frac{c}{3b} + \frac{a}{6c} =$ _____。
- $\frac{1}{x} + \frac{1}{2x} + \frac{1}{3x} =$ _____。
- 若 $a+b=2$ ， $ab=-5$ ，则 $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} =$ _____。
- 若 $ab=1$ ，则 $\frac{1}{1+a^2} + \frac{1}{1+b^2} =$ _____。
- 化简： $\left(\frac{x^2-4}{x^2-4x+4} - \frac{1}{x-2}\right) \cdot \frac{x^2-2x}{x+1} =$ _____。
- 已知 $a + \frac{1}{a} = 5$ ，则 $\frac{a^4+a^2+1}{a^2} =$ _____。



9. 已知 $a-b \neq 0$, 且 $2a-3b=0$, 那么代数式 $\frac{2a+b}{a-b}$ 的值是 ().

- A. -12 B. 0 C. 8 D. 8 或 -12

10. 计算 $\frac{x-1}{x} \div \left(x - \frac{1}{x}\right)$ 所得结果, 正确的是 ().

- A. $\frac{1}{x+1}$ B. 1 C. $\frac{1}{x-1}$ D. -1

11. 若 $x=1-\frac{1}{y}$, $y=1-\frac{1}{z}$, 则用含 z 的代数式表示 x 应为 ().

- A. $x=\frac{1}{1-z}$ B. $z=\frac{x-1}{x}$ C. $x=\frac{1}{z-1}$ D. $z=\frac{1-x}{x}$

12. 若 $\frac{A}{x-3} + \frac{B}{x+4} = \frac{2x+1}{(x-3)(x+4)}$, 那么 A, B 的值为 ().

- A. $A=2, B=1$ B. $A=1, B=2$ C. $A=1, B=1$ D. $A=-1, B=-1$

13. 计算:

(1) $\left(\frac{a^2b}{-4a}\right)^2 \div \left(\frac{-b}{2ax^2}\right)^2 \div \left(\frac{-2x}{ab}\right)$; (2) $\frac{x^2+2x}{1+x} \div \left(x - \frac{2}{x+1}\right)$.

14. 计算: $\frac{7}{2a-4} - \frac{12}{a^2-4} - \frac{3}{a+2}$.

15. 先化简, 后求值: $\left(\frac{x^2-4}{x+1}\right)^2 \div \left(\frac{x^3-3x^2+2x}{x^2-1}\right)^2 \cdot \left(\frac{x}{x+2}\right)^3$, 其中 $x=-\frac{2}{3}$.

16. 已知 $|2a-b+1| + \left(3a+\frac{3}{2}b\right)^2 = 0$, 求代数式 $\frac{b^2}{a+b} \div \left(\frac{a}{a-b}-1\right) \cdot \left(a-\frac{a^2}{a-b}\right)$ 的值.

能力提高

17. 已知 $x^2-4x+1=0$, 求: (1) $x^2+\frac{1}{x^2}$, (2) $\frac{x^2}{x^4+x^2+1}$.



18. 计算: $\frac{1}{a-x} - \frac{1}{a+x} - \frac{2x}{a^2+x^2} - \frac{4x^3}{a^4+x^4} + \frac{8x^7}{x^8+a^8}$.

19. 已知 $x + \frac{9}{y} = 3$, $y + \frac{9}{z} = 3$, 求 $z + \frac{9}{x}$ 的值.

20. 已知 $\frac{1}{x} = \frac{2}{x+z} = \frac{3}{y+z}$, 求 $\frac{x}{z-y}$ 的值.

§ 21.4 可化为一元一次方程的分式方程



自我评估

双基达标

- 分式方程 $\frac{5}{x} = \frac{7}{x-2}$ 的解为_____.
- 当 $x =$ _____时, 分式 $\frac{1}{x+1}$ 与 $\frac{1}{x-1}$ 互为相反数.
- 若方程 $\frac{x-1}{x-2} = \frac{m}{2-x}$ 有增根, 则 $m =$ _____.
- 要使 $\frac{5}{x-1}$ 与 $\frac{4}{x-2}$ 的值相等, 则 $x =$ _____.
- 当 $k =$ _____时, 方程 $\frac{x-2}{x+2} + \frac{k}{x^2-4} = \frac{x+2}{x-2}$ 无解.
- 如果每人每天的工作效率相同, a 个人 b 天可以做 c 个零件, 那么 b 个人做 a 个零件所需的天数是_____.
- 方程 $\frac{2}{x-4} = \frac{x^2}{x^2-16}$ 的解的情况是 ().
 A. $x=2$ B. $x=-2$ C. $x=4$ D. 无实数解
- 已知汽车上坡的速度为 v_1 , 下坡的速度为 v_2 , 且上坡的路程和下坡的路程相等, 则上、下坡的平均速度是 ().

A. $\frac{2v_1 v_2}{v_1 + v_2}$

B. $\frac{v_1 + v_2}{2v_1 v_2}$

C. $\frac{v_1 + v_2}{2}$

D. $\frac{v_1 v_2}{v_1 + v_2}$

9. 把式子 $\frac{u-v}{r} = \frac{v}{s}$ 换成直接求 v 的式子, 正确的是 ().

A. $v = \frac{su}{s-r}$

B. $v = \frac{su-v}{r}$

C. $v = \frac{su}{s+r}$

D. $v = \frac{s+r}{su}$

10. 甲做 360 个零件与乙做 480 个零件所用的时间相同. 已知两人每天共做 140 个零件, 若设甲每天做 x 个零件, 列方程得 ().

A. $\frac{360}{x} = \frac{480}{140-x}$

B. $\frac{360}{140-x} = \frac{480}{x}$

C. $\frac{360}{x} + \frac{480}{x} = 140$

D. $\frac{360}{x} - 140 = \frac{480}{x}$

11. 解方程:

(1) $\frac{1}{2x+3} - \frac{1}{2x-3} = \frac{4x}{4x^2-9}$

(2) $\frac{8}{4x^2-1} + \frac{2x+3}{1-2x} = -1$

12. 甲、乙两队合作一项工程需 16 天完成, 两队合作 4 天后, 甲队因有其他任务, 而由乙队单独来完成, 结果乙队又做了 36 天. 问甲、乙两队单独做这项工程各需多少天?

11

13. 若关于 x 的方程 $\frac{2x+a}{x+a} = -1$ 的解为正数, 则实数 a 的取值范围是什么?

14. 有一工程, 需在规定日期完成. 如果甲单独做, 恰好按期完成; 如果乙单独做, 就要超过规定日期 3 天; 现在由甲乙合作 2 天, 剩下工程由乙单独做, 刚好在规定日期完成. 问规定日期是几天?

能力提高

15. 解方程 $\frac{1}{x+5} + \frac{1}{x+8} = \frac{1}{x+6} + \frac{1}{x+7}$.



16. 解方程 $\frac{1}{x-1} + \frac{1}{(x-1)(x-2)} + \frac{1}{(x-2)(x-3)} = 1 - \frac{1}{(x-3)(x-4)}$.

17. 若解分式方程 $\frac{2x}{x+1} - \frac{m+1}{x^2+x} = \frac{x+1}{x}$ 产生增根, 求 m 的值.

18. 某工程由甲、乙两个队合做 6 天完成, 厂家需付甲、乙两队共 8700 元; 乙、丙两队合做 10 天完成, 厂家需付乙、丙两队共 9500 元; 甲、丙两队合做 5 天完成全部工程的 $\frac{2}{3}$, 厂家需付甲、丙两队共 5500 元.

- (1) 求甲、乙、丙各队单独完成全部工程各需多少天;
(2) 若工期要求不超过 15 天完成全部工程, 问可由哪队单独做此项工程花钱最少? 请说明理由.

§ 21.5 零指数幂与负整指数幂



自我评估

双基达标

- 计算: $\left(\frac{1}{2}\right)^0 =$ _____; $(-3)^3 =$ _____.
- 当 $(a-1)^0 = 1$ 时, a 的取值范围是 _____.
- 用科学记数法表示: $0.0000123 =$ _____.
- 计算: $\left(-\frac{1}{3}\right)^{-2} \div \left(\frac{1}{3}\right)^{-4} =$ _____.
- 若 $4^{x-3} = 1$; 则 $x =$ _____; 若 $5^x = \frac{1}{125}$, 则 $x =$ _____.
- 若 $10^{2m} = 25$, 则 $10^{-m} =$ _____.