高考1+1

Gaokao

考前抢分

数学

SHUXUE

本册主编　杨西广

考前抢分　多抢1分　影响一生

- 考前必背　考前必会
- 考前必懂　考前必读
- 考前必纠　考前必做

高考
1+1
2006版

总编　宋伯涛

天津人民出版社

高考1+1

北京朗曼教学与研究中心

考前抢分

总编 宋伯涛
本册主编 杨西广
编委 苏向军 朱永明 殷欣 宋宏伟

天津人民出版社

图书在版编目(CIP)数据

高考 1+1 考前抢分．数学/宋伯涛主编．—天津:天津人民出版社,2006.3
ISBN 7-201-05234-9

Ⅰ.高… Ⅱ.宋… Ⅲ.数学课-高中-升学参考资料 Ⅳ.G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2006)第 018799 号

高考 1+1
考前抢分 数学

主编 杨西广

*

天津人民出版社出版
出版人:刘晓津
(天津市西康路 35 号 邮政编码:300051)
北京兴华昌盛印刷有限公司印刷 新华书店发行

*

2006 年 4 月第 1 版 2006 年 4 月第 1 次印刷
32 开本 890×1240 毫米 5.5 印张 字数:140 千字
定价:7.80 元
ISBN 7-201-05234-9

敬告读者

天天做模拟卷,心烦哪!

换一种方式,换一条思路,换一个角度,以全新的理念去面对这最后两个月的冲刺,于是我们编写了《考前抢分》。

考前怎样去抢分?

应该背的,必须记的,赶快去背,立即去记;还未弄懂的,仍有疑问的,马上动手,去整理,去请教,去钻研,去弄懂弄通,决不疏忽,且莫遗漏!以前做错的题订正了吗?还会再错吗?订正一个错题,熟练一种方法,比做几个新题更加重要。还要不要去练去做去想那些未见过的新题呢?如果有时间,假定精力还够得上,那么你不妨去钻研一下这里为你准备的那些好题,也许,在关键的时刻它们将会产生决定性的作用。

考前抢分,多抢1分,多一份力量。考前抢分,多抢1分,为你的明天创造更多的辉煌。

六月精彩,流火吐金,一壶美酒,等你豪饮。

宋伯涛

目录

必背公式与定理

公式要背，定理要背，经典的好题也要背，数学需要背诵. 背熟了，记牢了，才能活用.

下面这些公式和定理，你已经背得滚瓜烂熟了吗？

代 数

1. 集合与集合的关系

(1)对于任何集合 A，都有 $A\subseteq A$；

(2)对于两个集合 A、B，如果 $A\subseteq B$，且 $B\subseteq A$，那么 $A=B$；

(3)对于两个集合 A、B，如果 $A\subseteq B$，且 $A\neq B$，那么 $A\subsetneqq B$.

2. $A\cap B=\{x|x\in A，且\ x\in B\}$.

由交集定义可知，对于任何两个集合 A、B 都有

(1)$A\cap A=A$；(2)$A\cap\varnothing=\varnothing$；

(3)$A\cap B=B\cap A$；(4)$A\cap B\subseteq A$，$A\cap B\subseteq B$；

(5)若 $A\cap B=A$，则 $A\subseteq B$，反之亦真.

3. $A\cup B=\{x|x\in A，或\ x\in B\}$.

由并集的定义可知，对于任何两个集合 A、B 都有

(1)$A\cup A=A$；(2)$A\cup\varnothing=A$；

(3)$A\cup B=B\cup A$；(4)$A\subseteq(A\cup B)$，$B\subseteq(A\cup B)$；

(5)若 $A\cup B=A$，则 $B\subseteq A$，反之亦真.

4. 如果 $A\subseteq S$，那么由 S 中所有不属于 A 的元素组成的集合，叫做 S 中子集 A 的补集. 记作 $\complement_S A=\{x|x\in S，且\ x\notin A\}$.

由补集的定义可知：若全集为 U，集合 $A\subseteq U$，有

(1)$A\cup(\complement_U A)=U$；(2)$A\cap(\complement_U A)=\varnothing$；

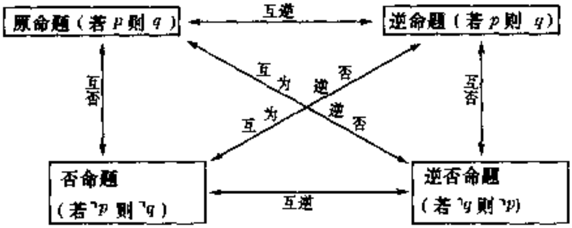
(3)$(\complement_U A)\cup U=U$；(4)$(\complement_U A)\cap U=\complement_U A$；

(5) $\complement_U(A\cup B)=(\complement_U A)\cap(\complement_U B)$；

(6) $\complement_U(A\cap B)=(\complement_U A)\cup(\complement_U B)$.

5. 四种命题的关系

(1)



(2)一个命题的真假与其他三个命题的真假有如下的四条关系：

①原命题为真，它的逆命题不一定为真；

②原命题为真，它的否命题不一定为真；

③原命题为真，它的逆否命题一定为真；

④逆命题为真，否命题一定为真.

6. 充要条件

定义	从集合观点看
①若 $p\Rightarrow q$，则 p 是 q 的充分条件	若集合 $p\subseteq q$，则 p 是 q 的充分条件
②若 $p\Rightarrow q$，则 q 是 p 的必要条件	若集合 $p\subseteq q$，则 q 是 p 的必要条件
③若 $p\Rightarrow q$ 且 $q\nRightarrow p$，则 p 是 q 的充分不必要条件	若集合 $p\subsetneqq q$，则 p 是 q 的充分不必要条件
④若 $q\Rightarrow p$ 且 $p\nRightarrow q$，则 p 是 q 的必要不充分条件	若集合 $q\subsetneqq p$，则 p 是 q 的必要不充分条件
⑤如果 $p\Leftrightarrow q$，则 p 是 q 的充分必要条件	若集合 $p=q$，则 p 是 q 的充分必要条件
⑥如果 $p\nRightarrow q$ 且 $q\nRightarrow p$，则 p 是 q 的非充分非必要条件	若集合 $p\nsubseteq q$ 且 $q\nsubseteq p$，则 p 是 q 的非充分非必要条件

7. 集合 A 中有 n 个元素，集合 B 中有 m 个元素，则从 A 到 B 上的映射个数为 m^n 个.

8. 函数的重要性质

(1)单调性

如果对于属于定义域 I 内某个区间的任意两个自变量的值 x_1,x_2，当 $x_1<x_2$ 时，都有 $f(x_1)<f(x_2)$，那么就说 $f(x)$ 在这个区间上是增函数.

如果对于属于定义域 I 内某个区间的任意两个自变量的值 x_1,x_2，当 $x_1<x_2$

时，都有$f(x_1)>f(x_2)$，那么就说$f(x)$在这个区间上是减函数.

(2)奇偶性

一般地，如果对于函数$f(x)$的定义域内任意一个x，都有$f(-x)=f(x)$，那么函数$f(x)$就叫做偶函数；若有$f(-x)=-f(x)$，那么函数$f(x)$就叫做奇函数.

(3)周期性

一般地，对于函数$f(x)$，如果存在一个非零常数T，使得当x取定义域内的每一个值时，都有$f(x+T)=f(x)$，那么函数$f(x)$就叫做周期函数．非零常数T叫做这个函数的周期.

函数$y=A\sin(\omega x+\varphi)$、$x\in\mathbf{R}$，及函数$y=A\cos(\omega x+\varphi)$（其中$A,\omega,\varphi$为常数，且$A\neq0,\omega>0,x\in\mathbf{R}$）的周期为$T=\frac{2\pi}{\omega}$.

函数$y=A\tan(\omega x+\varphi)$的周期$T=\frac{\pi}{\omega}$.

(4)对称性

①奇函数的图像关于原点对称；

②偶函数的图像关于y轴对称；

③函数$y=f(x)$与$y=f(-x)$关于y轴对称；

④函数$y=f(x)$与$y=-f(x)$关于x轴对称；

⑤函数$y=f(x)$的图像与它的反函数$y=f^{-1}(x)$的图像关于直线$y=x$对称；

⑥设函数$y=f(x)$的定义域为$\mathbf{R}$，且满足条件$f(a+x)=f(b-x)$，则函数$y=f(x)$的图像关于直线$x=\frac{a+b}{2}$对称.

9. 对数的运算性质

如果$a>0,a\neq1,M>0,N>0$，那么

(1)$\log_a MN=\log_a M+\log_a N$；

(2)$\log_a \frac{M}{N}=\log_a M-\log_a N$；

(3)$\log_a M^n=n\log_a M(n\in\mathbf{R})$.

10. 对数换底公式及常用结论

(1)$\log_a N=\frac{\log_b N}{\log_b a}$；

(2)$\log_a b\cdot\log_b a=1$；

(3)$\log_{a^n} b^m=\frac{m}{n}\log_a b$；

(4)$\log_{a^n} b^n=\log_a b$；

(5)$a^{\log_a N}=N$.

（以上都有$a>0$，且$a\neq1,b>0$，且$b\neq1,N>0$）.

11. 如果$\{a_n\}$为等差数列，公差为 d，则 $a_n=a_1+(n-1)d$，$a_n=a_m+(n-m)d$ $(m、n\in \mathbf{N}^*)$.

12. a、A、b 成等差数列$\Leftrightarrow 2A=a+b$.

13. 若$\{a_n\}$为等差数列，S_n 为其前 n 项和，公差为 d，则

$$S_n=\frac{n(a_1+a_n)}{2}=na_1+\frac{n(n-1)}{2}d.$$

14. 判断$\{a_n\}$为等差数列的方法

(1)$\{a_n\}$为等差数列$\Leftrightarrow a_{n+1}-a_n=d$($d$ 为常数)；

(2)$\{a_n\}$为等差数列$\Leftrightarrow a_n=An+B$(A、B 为常数)；

(3)$\{a_n\}$为等差数列$\Leftrightarrow S_n=An^2+Bn$($A$、$B$ 为常数)；

(4)$\{a_n\}$为等差数列$\Leftrightarrow \{c^{a_n}\}$是等比数列(其中 $c>0$，且 $c\neq 1$)；

(5)$\{a_n\}$为等差数列$\Leftrightarrow 2a_{n+1}=a_n+a_{n+2}$ $(n\in \mathbf{N}^*)$.

15. 若$\{a_n\}$为等差数列，则有

(1)$a_1+a_n=a_2+a_{n-1}=a_3+a_{n-2}=\cdots$；

(2)若 $p+q=l+k$ $(p、q、k、l\in \mathbf{N}^*)$，则有 $a_p+a_q=a_l+a_k$；

(3)连续 k 项的和组成的数列 S_k，$S_{2k}-S_k$，$S_{3k}-S_{2k}$，…仍是等差数列.

16. 若$\{a_n\}$为等比数列，公比为 q，则 $a_n=a_1q^{n-1}$，$a_n=a_mq^{n-m}$ $(m、n\in \mathbf{N}^*)$.

17. a、G、b 成等比数列$\Leftrightarrow G^2=ab$(a、G、b 均不为零).

18. $\{a_n\}$为等比数列，公比为 q，前 n 项和 S_n，则有

$$S_n=\begin{cases} na_1 (q=1), \\ \dfrac{a_1(1-q^n)}{1-q}=\dfrac{a_1-a_nq}{1-q} (q\neq 1). \end{cases}$$

19. 判断等比数列的方法

(1)$\{a_n\}$为等比数列$\Leftrightarrow \dfrac{a_{n+1}}{a_n}=q$ $(n\in \mathbf{N}^*$，q 为常数)；

(2)$\{a_n\}$为等比数列$\Leftrightarrow a_{n+1}^2=a_na_{n+2}$ $(n\in \mathbf{N}^*)$；

(3)$\{a_n\}$为等比数列$\Leftrightarrow$数列$\{\log_c a_n\}$为等差数列(其中 $c>0$，且 $c\neq 1$，$\{a_n\}$为各项为正数)；

(4)$\{a_n\}$为等比数列$\Leftrightarrow S_n=aq^n-a$ $(q\neq 0, q\neq 1, a\neq 0)$.

20. 若$\{a_n\}$为等比数列，则有

(1)$a_1a_n=a_2a_{n-1}=a_3a_{n-2}=\cdots$；

(2)当 $p+q=l+k$ $(p、q、l、k\in \mathbf{N}^*)$时，$a_p\cdot a_q=a_l\cdot a_k$；

(3)连续 k 项的和组成的数列 S_k，$S_{2k}-S_k$，$S_{3k}-S_{2k}$，…仍是等比数列.

21. $\{a_n\}$、$\{b_n\}$为等比数列，S_n、T_n 分别为其前 n 项和，则有$\dfrac{a_n}{b_n}=\dfrac{S_{2n-1}}{T_{2n-1}}$.

22. $\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n，则 $a_n=\begin{cases} S_1 (n=1), \\ S_n-S_{n-1} (n\geq 2). \end{cases}$

23. $|\alpha|=\frac{l}{r}$(l 是以角 α 为圆心角时所对弧的长,r 是半径).

24. 扇形面积公式:$S=\frac{1}{2}rl=\frac{1}{2}|\alpha|r^2$.

25. 同角三角函数之间的关系

(1)$\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$;

(2)$\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}=\tan\alpha$;

(3)$\tan\alpha\cdot\cot\alpha=1$.

26. 诱导公式

(1)$\sin(\alpha+2k\pi)=\sin\alpha$,$\cos(\alpha+2k\pi)=\cos\alpha$,$\tan(\alpha+2k\pi)=\tan\alpha$(以上 $k\in\mathbf{Z}$).

(2)$\sin(\pi+\alpha)=-\sin\alpha$,$\cos(\pi+\alpha)=-\cos\alpha$;

(3)$\sin(-\alpha)=-\sin\alpha$,$\cos(-\alpha)=\cos\alpha$;

(4)$\sin(\pi-\alpha)=\sin\alpha$,$\cos(\pi-\alpha)=-\cos\alpha$;

(5)$\sin(2\pi-\alpha)=-\sin\alpha$,$\cos(2\pi-\alpha)=\cos\alpha$;

(6)$\sin\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)=\cos\alpha$,$\cos\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)=\sin\alpha$.

27. 两角和与差的三角函数

$\sin(\alpha\pm\beta)=\sin\alpha\cos\beta\pm\cos\alpha\sin\beta$;

$\cos(\alpha\pm\beta)=\cos\alpha\cos\beta\mp\sin\alpha\sin\beta$;

$\tan(\alpha\pm\beta)=\frac{\tan\alpha\pm\tan\beta}{1\mp\tan\alpha\tan\beta}$.

28. 倍角公式

$\sin2\alpha=2\sin\alpha\cos\alpha$;

$\cos2\alpha=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha=2\cos^2\alpha-1=1-2\sin^2\alpha$;

$\tan2\alpha=\frac{2\tan\alpha}{1-\tan^2\alpha}$.

29. 函数 $y=\sin x$ 图像的对称中心为$(k\pi,0)$,对称轴方程为 $x=k\pi+\frac{\pi}{2}$,$k\in\mathbf{Z}$.

函数 $y=\cos x$ 图像的对称中心为$\left(k\pi+\frac{\pi}{2},0\right)$,对称轴方程为 $x=k\pi$,$k\in\mathbf{Z}$.

函数 $y=\tan x$ 图像的对称中心为$\left(\frac{k\pi}{2},0\right)$.

30. $y=a\sin x+b\cos x=\sqrt{a^2+b^2}\sin(x+\varphi)$$\left(其中\ \tan\varphi=\frac{b}{a}\right)$.

31. 正弦定理

$\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{C}{\sin C}=2R$($R$ 为$\triangle ABC$ 外接圆的半径).

32. 余弦定理

$a^2=b^2+c^2-2bc\cos A$；$b^2=c^2+a^2-2ca\cos B$；$c^2=a^2+b^2-2ab\cos C$.

或者，$\cos A=\dfrac{b^2+c^2-a^2}{2bc}$；$\cos B=\dfrac{a^2+c^2-b^2}{2ac}$；$\cos C=\dfrac{a^2+b^2-c^2}{2ab}$.

33. 三角形的面积公式：$S_{\triangle ABC}=\dfrac{1}{2}ab\sin C=\dfrac{1}{2}bc\sin A=\dfrac{1}{2}ac\sin B$.

34. 向量的加法与减法

(1)$\boldsymbol{a}+\boldsymbol{0}=\boldsymbol{a}$；

(2)$\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=\boldsymbol{b}+\boldsymbol{a}$；

(3)$(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})+\boldsymbol{c}=\boldsymbol{a}+(\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c})$；

(4)$\boldsymbol{a}+(-\boldsymbol{a})=\boldsymbol{0}$；

(5)$\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}=\boldsymbol{a}+(-\boldsymbol{b})$.

35. 实数与向量的积

(1)$|\lambda\cdot\boldsymbol{a}|=|\lambda||\boldsymbol{a}|$；

(2)$\lambda(\mu\boldsymbol{a})=(\lambda\mu)\boldsymbol{a}$；

(3)$(\lambda+\mu)\boldsymbol{a}=\lambda\boldsymbol{a}+\mu\boldsymbol{a}$；

(4)$\lambda(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})=\lambda\boldsymbol{a}+\lambda\boldsymbol{b}$.

36. 向量 $\boldsymbol{b}$ 与非零向量 $\boldsymbol{a}$ 共线的充要条件是有且只有一个实数 λ，使得 $\boldsymbol{b}=\lambda\boldsymbol{a}$.

37. 平面向量基本定理

如果 $\boldsymbol{e}_1$、$\boldsymbol{e}_2$ 是同一平面内的两个不共线向量，那么对于这一平面内的任一向量 $\boldsymbol{a}$，有且只有一对实数 λ_1，λ_2 使 $\boldsymbol{a}=\lambda_1\boldsymbol{e}_1+\lambda_2\boldsymbol{e}_2$.

38. 平面向量的坐标运算

$\boldsymbol{a}=(x_1,y_1)$，$\boldsymbol{b}=(x_2,y_2)$，则有

$\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=(x_1+x_2,y_1+y_2)$；

$\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}=(x_1-x_2,y_1-y_2)$；

$\lambda\boldsymbol{a}=(\lambda x_1,\lambda y_1)$；

$\boldsymbol{a}/\!/\boldsymbol{b}\Leftrightarrow x_1y_2-x_2y_1=0(\boldsymbol{b}\neq\boldsymbol{0})$；

$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=x_1x_2+y_1y_2$；

$|\boldsymbol{a}|=\sqrt{x_1^2+y_1^2}$；

$\boldsymbol{a}\perp\boldsymbol{b}\Leftrightarrow x_1x_2+y_1y_2=0$.

39. 定比分点公式

$P_1(x_1,y_1)$，$P_2(x_2,y_2)$，$P(x,y)$ 且 $\overrightarrow{P_1P}=\lambda\overrightarrow{PP_2}$，则

$$\begin{cases}x=\dfrac{x_1+\lambda x_2}{1+\lambda},\\[2ex] y=\dfrac{y_1+\lambda y_2}{1+\lambda}(\lambda\neq-1).\end{cases}$$

40. 平面向量的数量积及运算律

(1)已知 $\boldsymbol{a}$、$\boldsymbol{b}$ 为非零向量，它们的夹角为 θ，则 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=|\boldsymbol{a}||\boldsymbol{b}|\cos\theta$；

(2)$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=\boldsymbol{b}\cdot\boldsymbol{a}$;

(3)$(\lambda\boldsymbol{a})\cdot\boldsymbol{b}=\lambda(\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b})=\boldsymbol{a}\cdot(\lambda\boldsymbol{b})$;

(4)$(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})\cdot\boldsymbol{c}=\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{c}+\boldsymbol{b}\cdot\boldsymbol{c}$.

41. 数量积的重要性质

设 $\boldsymbol{a}$,$\boldsymbol{b}$ 都是非零向量,$\boldsymbol{e}$ 是与 $\boldsymbol{b}$ 方向相同的单位向量,θ 是 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{e}$ 的夹角,则

(1)$\boldsymbol{e}\cdot\boldsymbol{a}=\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{e}=|\boldsymbol{a}|\cos\theta$;

(2)$\boldsymbol{a}\perp\boldsymbol{b}\Leftrightarrow\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=0$;

(3)当 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 同向时,$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=|\boldsymbol{a}||\boldsymbol{b}|$;当 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 反向时,$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=-|\boldsymbol{a}||\boldsymbol{b}|$;

(特别地 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{a}=|\boldsymbol{a}|^2$ 或 $|\boldsymbol{a}|=\sqrt{\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{a}}$)

(4)$\cos\theta=\dfrac{\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}}{|\boldsymbol{a}||\boldsymbol{b}|}$;

(5)$|\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}|\leqslant|\boldsymbol{a}||\boldsymbol{b}|$;

(6)$(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})^2=\boldsymbol{a}^2+2\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}+\boldsymbol{b}^2$;

(7)$\boldsymbol{a}^2-\boldsymbol{b}^2=(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})$.

42. 平移公式

若 $P(x,y)$,$P'(x',y')$,$\overrightarrow{PP'}=(h,k)$,则

$$\begin{cases}x'=x+h,\\ y'=y+k.\end{cases}$$

43. 不等式的性质

定理(1)　若 $a>b$,则 $b<a$;若 $b<a$,则 $a>b$.

定理(2)　若 $a>b$,且 $b>c$,则 $a>c$.

定理(3)　如果 $a>b$,那么 $a+c>b+c$.

推论　如果 $a>b$,且 $c>d$,那么 $a+c>b+d$.

定理(4)　如果 $a>b$,且 $c>0$,那么 $ac>bc$;如果 $a>b$,且 $c<0$,那么 $ac<bc$.

推论(ⅰ)　如果 $a>b>0$,且 $c>d>0$,那么 $ac>bd$.

推论(ⅱ)　如果 $a>b>0$,那么 $a^n>b^n(n\in\mathbf{N}$,且 $n>1)$.

推论(ⅲ)　如果 $a>b>0$,那么 $\sqrt[n]{a}>\sqrt[n]{b}(n\in\mathbf{N}$,且 $n>1)$.

44. 算术平均数与几何平均数

(1)如果 $a,b\in\mathbf{R}$,那么 $a^2+b^2\geqslant2ab$(当且仅当 $a=b$ 时取"="号);

(2)如果 a,b 是正数,那么 $\dfrac{a+b}{2}\geqslant\sqrt{ab}$(当且仅当 $a=b$ 时取"="号);

(3)$\dfrac{a^2+b^2}{2}\geqslant\left(\dfrac{a+b}{2}\right)^2\geqslant ab(a,b\in\mathbf{R})$;

(4)$\left|\dfrac{a}{b}+\dfrac{b}{a}\right|\geqslant2(a,b\in\mathbf{R},a\neq0,b\neq0$,当且仅当 $|a|=|b|$ 时取"="号).

45. $|a|-|b|\leqslant|a+b|\leqslant|a|+|b|$.

当 $ab\geqslant0$ 时,$|a+b|=|a|+|b|$.

46. $|a|-|b| \leqslant |a-b| \leqslant |a|+|b|$.

当 $ab \leqslant 0$ 时，$|a-b|=|a|+|b|$.

47. $|a_1+a_2+a_3| \leqslant |a_1|+|a_2|+|a_3|$.

48. 分类计数原理

完成一件事，有 n 类办法，在第 1 类办法中有 m_1 种不同的方法，在第 2 类办法中有 m_2 种不同的方法……在第 n 类办法中有 m_n 种不同的方法. 那么完成这件事共有 $N=m_1+m_2+\cdots+m_n$ 种不同的方法.

49. 分步计数原理

完成一件事，需要分成 n 个步骤，做第一步有 m_1 种不同的方法，做第 2 步有 m_2 种不同的方法……做第 n 步有 m_n 种不同的方法. 那么完成这件事共有 $N=m_1 \cdot m_2 \cdot \cdots \cdot m_n$ 种不同的方法.

50. $A_n^m=n(n-1)(n-2)\cdots(n-m+1)=\dfrac{n!}{(n-m)!}(m \leqslant n)$.

51. $A_n^n=n!$ 规定 $0!=1$.

52. $C_n^m=\dfrac{A_n^m}{A_m^m}=\dfrac{n(n-1)(n-2)\cdots(n-m+1)}{m!}=\dfrac{n!}{m!(n-m)!}$.

53. $C_n^m=C_n^{n-m}$；$C_{n+1}^m=C_n^m+C_n^{m-1}$；规定 $C_n^0=1$.

54. $A_n^m=nA_{n-1}^{m-1}$；$A_n^m=(n-m+1)A_n^{m-1}$；

$kC_n^k=nC_{n-1}^{k-1}$；$C_n^m=\dfrac{m+1}{n-m}C_n^{m+1}$；$C_n^m=\dfrac{m+1}{n+1}\cdot C_{n+1}^{m+1}$；

$C_r^r+C_{r+1}^r+C_{r+2}^r+\cdots+C_n^r=C_{n+1}^{r+1}(n>r)$.

55. 二项式定理

(1) $(a+b)^n=C_n^0a^n+C_n^1a^{n-1}b^1+\cdots+C_n^ra^{n-r}b^r+\cdots+C_n^nb^n(n\in \mathbf{N}^*)$；

(2) $C_n^0+C_n^1+C_n^2+\cdots+C_n^r+\cdots+C_n^n=2^n$，

(3) $C_n^0+C_n^2+\cdots=C_n^1+C_n^3+\cdots=2^{n-1}$.

56. $0 \leqslant P(A) \leqslant 1$.

57. 当 A,B 互斥时，$P(A+B)=P(A)+P(B)$.

58. $P(A)+P(\overline{A})=P(A+\overline{A})=1$.

59. 当 A、B 是两个相互独立事件时，$P(A \cdot B)=P(A) \cdot P(B)$.

60. 在 n 次独立重复试验中，如果事件 A 在其中 1 次试验中发生的概率为 P，那么在 n 次独立重复试验中这个事件恰好发生 k 次的概率

$$P_n(k)=C_n^kP^k(1-P)^{n-k}.$$

61. 样本平均数 $\overline{x}=\dfrac{1}{n}(x_1+x_2+\cdots+x_n)$.

62. 样本方差 $s^2=\dfrac{1}{n}[(x_1-\overline{x})^2+(x_2-\overline{x})^2+\cdots+(x_n-\overline{x})^2]$.

63. 样本标准差 $s=\sqrt{\dfrac{1}{n}[(x_1-\overline{x})^2+(x_2-\overline{x})^2+\cdots+(x_n-\overline{x})^2]}$.

64. 常用的导数公式与运算法则

$C'=0$(C 为常数);

$(x^n)'=nx^{n-1}(n\in\mathbf{N}^*)$;

$[f(x)\pm g(x)]'=f'(x)\pm g'(x)$;

$[Cf(x)]'=Cf'(x)$.

65. 函数的单调性

设函数 $y=f(x)$ 在某个区间内有导数,如果在这个区间内 $y'>0$,$y=f(x)$ 为这个区间内的增函数;如果在这个区间内 $y'<0$,那么 $y=f(x)$ 为这个区间内的减函数.

66. 极大值与极小值的求法

一般地,如果 $y=f(x)$ 在某个区间有导数,就可以采用如下的方法求它的极值:

(1)求导数 $f'(x)$;

(2)求方程 $f'(x)=0$ 的根;

(3)检查 $f'(x)$ 在方程 $f'(x)=0$ 的根的左右的符号,如果在根的左侧附近为正,右侧附近为负,那么函数 $y=f(x)$ 在这个根处取得极大值;如果在根的左侧附近为负,在根的右侧附近为正,那么函数 $y=f(x)$ 在这个根处取得极小值.

67. 最大值与最小值的求法

一般地,设 $y=f(x)$ 是定义在 $[a,b]$ 上的函数,$y=f(x)$ 在 (a,b) 内有导数,求函数 $y=f(x)$ 在 $[a,b]$ 上的最大值与最小值,可分为两步进行:

(1)求 $y=f(x)$ 在 (a,b) 内的极值(极大值或极小值);

(2)将 $y=f(x)$ 的各极值与 $f(a)$,$f(b)$ 比较,其中最大的一个为最大值,最小的一个为最小值.

68. 离散型随机变量的分布列

一般地,设离散型随机变量 ξ 可能取的值为 $x_1,x_2,\cdots,x_i,\cdots$,$\xi$ 取每一个值 x_i $(i=1,2,\cdots)$ 的概率 $P(\xi=x_i)=P_i$,则称下表

ξ	x_1	x_2	$\cdots$	x_i	$\cdots$
P	P_1	P_2	$\cdots$	P_i	$\cdots$

为随机变量 ξ 的概率分布,简称 ξ 的分布列.

由概率的性质可知,任一离散型随机变量的分布列都具有下述三个性质:

①$P_i\geqslant 0$,$i=1,2,\cdots$;

②$P_1+P_2+\cdots=1$;

③离散型随机变量在某一范围内取值的概率等于它取这个范围内各个值的概率之和.

69. 二项分布

在一次随机试验中，某事件可能发生也可能不发生.在 n 次独立重复试验中这个事件发生的次数 ξ 是一个随机变量.我们知道，如果在一次试验中某事件发生的概率是 P，那么在 n 次独立重复试验中这个事件恰好发生 k 次的概率是

$$P(\xi=k)=C_n^k\cdot p^k\cdot q^{n-k}$$

其中 $k=0,1,2,\cdots,n,q=1-p$.于是得到随机变量 ξ 的概率分布如下

ξ	0	1	…	k	…	n
P	$C_n^0p^0q^n$	$C_n^1p^1q^{n-1}$	…	$C_n^k\cdot p^k\cdot q^{n-k}$	…	$C_n^np^nq^0$

由于 $C_n^k\cdot p^k\cdot q^{n-k}$ 恰好为 $(q+p)^n$ 展开式中的第 $k+1$ 项中的各个值，所以，称这样的随机变量 ξ 服从二项分布，记作 $\xi\sim B(n,p)$，其中 n,p 为参数，并记 $C_n^kp^kq^{n-k}=b(k;n,p)$.

70. 离散型随机变量的期望与方差

(1)数学期望.一般地，若离散型随机变量 ξ 的概率分布为

ξ	x_1	x_2	…	x_n	…
P	P_1	P_2	…	P_n	…

则称 $E\xi=x_1p_1+x_2p_2+\cdots+x_np_n+\cdots$ 为 ξ 的数学期望或平均数、均值，数学期望又称为期望.数学期望满足下列性质：

①$E(a\xi+b)=aE\xi+b$；

②若 $\xi\sim B(n,p)$，则 $E\xi=np$.

(2)方差：如果离散型随机变量 ξ 所有可能取的值是

$$x_1,x_2,\cdots,x_n,\cdots,$$

且取这些值的概率分别为 $P_1,P_2,\cdots,P_n,\cdots$，那么，把

$$D\xi=(x_1-E\xi)^2\cdot P_1+(x_2-E\xi)^2\cdot P_2+\cdots+(x_n-E\xi)^2\cdot P_n+\cdots$$

叫做随机变量 ξ 的均方差，简称为方差，式中 $E\xi$ 是随机变量 ξ 的期望，$\sqrt{D\xi}$ 叫随机变量 ξ 的标准差，记为 $\sigma\xi$.

它满足以下性质：

①$D(a\xi+b)=a^2D\xi$；

②如果 $\xi\sim B(n,p)$，那么 $D\xi=npq(q=1-p)$.

71. 数列的极限的四则运算法则

如果 $\lim\limits_{n\to\infty}a_n=a,\lim\limits_{n\to\infty}b_n=b$，那么

$\lim\limits_{n\to\infty}(a_n\pm b_n)=a\pm b$；

$\lim\limits_{n\to\infty}(a_n\cdot b_n)=a\cdot b$；

$\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{a_n}{b_n}=\dfrac{a}{b}(b\neq0)$.

72. 函数极限的四则运算法则

如果 $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)=a$，$\lim\limits_{x\to x_0} g(x)=b$，那么

$\lim\limits_{x\to x_0}[f(x)\pm g(x)]=a\pm b$；

$\lim\limits_{x\to x_0}[f(x)\cdot g(x)]=a\cdot b$；

$\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{f(x)}{g(x)}=\dfrac{a}{b}(b\neq 0)$；

$\lim\limits_{x\to x_0}[Cf(x)]=C\lim\limits_{x\to x_0} f(x)$（$C$ 为常数）；

$\lim\limits_{x\to x_0}[f(x)]^n=[\lim\limits_{x\to x_0} f(x)]^n(n\in\mathbf{N}^*)$.

73. 连续函数的性质

性质(1)　（最大值最小值定理）如果函数 $f(x)$ 是闭区间 $[a,b]$ 上的连续函数，那么 $f(x)$ 在闭区间 $[a,b]$ 上有最大值和最小值.

性质(2)　如果函数 $f(x)$、$g(x)$ 在点 $x=x_0$ 处连续，那么 $f(x)\pm g(x)$，$f(x)\cdot g(x)$，$\dfrac{f(x)}{g(x)}(g(x)\neq 0)$ 在点 $x=x_0$ 处都连续.

性质(3)　基本初等函数在定义域里每一点处都连续.

74. $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)=a \Leftrightarrow \lim\limits_{x\to x_0^-} f(x)=\lim\limits_{x\to x_0^+} f(x)=a$.

75. $\lim\limits_{n\to\infty} q^n=\begin{cases}0 & (|q|<1),\\ \text{不存在} & (|q|>1),\\ 1 & (q=1),\\ \text{不存在} & (q=-1).\end{cases}$

76. 函数 $f(x)$ 在点 x_0 处连续必须满足三个条件：

(1)函数 $f(x)$ 在点 $x=x_0$ 处有定义；

(2) $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)$ 存在；

(3) $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)=f(x_0)$.

如果上述三个条件有一个不成立，函数 $f(x)$ 在点 x_0 处就不连续.

77. 几种常见函数的导数

(1) $C'=0$（C 为常数）.

(2) $(x^n)'=nx^{n-1}(n\in\mathbf{Q})$.

(3) $(\sin x)'=\cos x$.

(4) $(\cos x)'=-\sin x$.

(5) $(\ln x)'=\dfrac{1}{x}$，$(\log_a x)'=\dfrac{1}{x}\log_a e$.

(6) $(e^x)'=e^x$，$(a^x)'=a^x\ln a$.

(7) $\left(\dfrac{1}{x}\right)'=-\dfrac{1}{x^2}$.

(8) $\left(\frac{x}{1+x}\right)'=\frac{1}{(1+x)^2}$.

(9) $\left(\frac{x}{1-x}\right)'=\frac{1}{(1-x)^2}$.

78. 函数的和、差、积、商的导数

(1) $(u\pm v)'=u'\pm v'$.

(2) $(uv)'=u'v+uv'$.

$(Cu)'=Cu'$（C 为常数）.

(3) $\left(\frac{u}{v}\right)'=\frac{u'v-uv'}{v^2}(v\neq 0)$.

79. 复合函数的导数

一般地，设函数 $u=\varphi(x)$ 在点 x 处有导数 $u'_x=\varphi'(x)$，函数 $y=f(u)$ 在点 x 的对应点 u 处有导数 $y'_u=f'(u)$，则复合函数 $y=f(\varphi(x))$ 在点 x 处也有导数，且 $y'_x=y'_u\cdot u'_x$，或写作 $f'_x(\varphi(x))=f'(u)\cdot\varphi'(x)$.

80. 函数的单调性及极值

(1)函数的单调性. 当函数 $y=f(x)$ 在某个区间内可导时，如果 $f'(x)>0$，则 $f(x)$ 为增函数；如果 $f'(x)<0$，则 $f(x)$ 为减函数.

(2)函数的极值. 设函数 $f(x)$ 在点 x_0 附近有定义，如果对 x_0 附近所有的点，都有 $f(x)<f(x_0)$（或 $f(x)>f(x_0)$），我们就说 $f(x_0)$ 是函数 $f(x)$ 的一个极大值（或极小值）.

一般地，当函数 $f(x)$ 在点 x_0 处连续时，判别 $f(x_0)$ 是极大(小)值的方法是：

①如果在 x_0 附近的左侧 $f'(x)>0$，右侧 $f'(x)<0$，那么 $f(x_0)$ 是极大值；

②如果在 x_0 附近的左侧 $f'(x)<0$，右侧 $f'(x)>0$，那么 $f(x_0)$ 是极小值.

(3)函数的最值，设函数 $f(x)$ 在 $[a,b]$ 上连续，在 (a,b) 内可导，求 $f(x)$ 上的最大值与最小值的步骤如下：

①求 $f(x)$ 在 (a,b) 内的极值；

②将 $f(x)$ 的各极值与 $f(a)$，$f(b)$ 比较，其中最大的一个是最大值，最小的一个是最小值.

81. 两个复数相等

令 $z_1=a+b\mathrm{i}$，$z_2=c+d\mathrm{i}(a,b,c,d\in\mathbf{R})$，则 $z_1=z_2\Leftrightarrow\begin{cases}a=c,\\b=d.\end{cases}$

82. 复数的向量表示

①复数 $z=a+b\mathrm{i}\xrightarrow{\text{一一对应}}$ 平面向量 $\overrightarrow{OZ}$；

②向量 $\overrightarrow{OZ}$ 的模 r 叫做复数 $z=a+bi$ 的模(或绝对值)，记作 $|z|$ 或 $|a+bi|$；$|z|=|a+b\mathrm{i}|=r=\sqrt{a^2+b^2}$（显然 $r\geqslant 0$）.

83. 复数代数形式的四则运算