GongKe WuLi
JIBEN XUNLIAN

工科物理
基本训练

魏京花 黄 伟 主编

中国建材工业出版社

GongKe WuLi
JIBEN XUNLIAN

工科物理

基本训练

工科物理基本训练

魏京花　黄　伟　主编

中国建材工业出版社

图书在版编目(CIP)数据

工科物理基本训练/魏京花等主编. —北京:中国建材工业出版社,2005.2(2006.3 重印)

ISBN 7-80159-804-0

Ⅰ.工… Ⅱ.魏… Ⅲ.物理学-高等学校-习题 Ⅳ.04-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2004)第 122336 号

工科物理基本训练

魏京花 黄 伟 主编

出版发行:中国建材工业出版社

地 址:北京市西城区车公庄大街 6 号

邮 编:100044

经 销:全国各地新华书店

印 刷:北京鑫正大印刷有限公司

开 本:787mm×1092mm 1/16

印 张:10.75

字 数:261 千字

版 次:2005 年 2 月第 1 版

印 次:2006 年 3 月第 2 次

定 价:17.00 元

网上书店:www.ecool100.com

本书如出现印装质量问题,由我社发行部负责调换。联系电话:(010)88386906

前　　言

物理学是研究物质的基本结构、基本运动形式及相互作用和转化规律的科学。它的基本理论渗透在自然科学的各个领域,广泛应用于生产技术,是自然科学和工程技术的基础。大学物理课程是高等院校理工科各专业学生一门重要的必修基础课,它在培养学生现代的科学的自然观、宇宙观和辩证唯物主义世界观,培养学生的探索、创新精神,培养学生的科学思维能力,掌握科学方法等方面,都具有其他课程不可替代的重要作用。

大学物理课程是理工科学生的必修考试课程,通过期末考试获取学分是每一位学生必须经历的过程。然而,繁重的课业负担、学时的压缩、习题课的减少等多方面的原因,使许多学生疲于奔命却收效甚微,对所学知识难以深入理解,整体上表现为及格率的下降,给不少同学带来困惑与烦恼,严重影响学生学习大学物理的兴趣和积极性。为了更好地帮助同学们学好大学物理课程,使学生真正掌握所学知识的内涵,把握知识点,了解重点、难点和解题思路,达到事半功倍的效果,使学生顺利通过课程考试,我们编写了这本《工科物理基本训练》。

本书编写的依据是1995年国家教委颁布的《大学物理课程教学基本要求》文件。教学基本要求分三级:掌握、理解和了解。掌握:属于较高要求,对要求掌握的内容(定律、定理、物理意义……)应透彻地弄清楚,并能用以分析和计算与工科大学物理有关的问题,能推导那些由基本定律导出的定理。理解:属一般要求,同“掌握”相比,不要求“透彻地”、“熟练地”、“会推导”。了解:属于较低要求,对要求了解的内容,应知道物理现象、物理实验,能定性解释。近代物理部分要求作代公式一类的计算。针对目前学生的状况,结合对以往各届学生教学实践的经验,我们编写了这本基本训练,以使学生更好地学习大学物理课程。本书的特点是①强化教学大纲要求,摆脱具体教材的束缚,对各章节内容的重点和难点给予了详细的说明;②强调学习与做题技巧,精心收集和编写了一些典型的例题;③着眼日常学习,突出应试能力,提供了精选的模拟试题和习题解答。应该指出的是,本书并不涵盖《大学物理课程教学基本要求》的全部内容,所选练习题目难题不多,了解内容部分题目亦较少,但基本可以满足普通工科院校对学生进行大学物理训练的教学目的,亦可作为参加高等教育自学考试人员学习《物理》(工)的参考书。

本书由北京建筑工程学院物理教研室教师编写。其中,黄伟编写力学部分,宫瑞婷编写热学部分,魏京花编写静电场和稳恒磁场部分,余丽芳编写振动与波动以及波动光学部分,聂传辉编写电磁感应和近代物理部分。全书由魏京花和黄伟统一编审。

编者

2004年9月

目　　录

第一篇　力　　学

一、基本要求

(一)质点运动学

1. 理解质点、参照系、坐标系等概念.

2. 掌握位置矢量、位移、速度、加速度的概念及特点(矢量性、瞬时性、相对性).

3. 能运用直角坐标系熟练地计算质点运动的速度和加速度(切向加速度和法向加速度).

4. 能分析质点的相对运动问题.

(二)牛顿运动定律

1. 掌握力的概念,能熟练准确地分析物体受力情况.

2. 掌握牛顿运动定律及其适用条件.

(三)动量守恒定律和能量守恒定律

1. 掌握动量和冲量的概念.

2. 掌握动量定理,并能用它分析解决质点在平面内运动的简单问题.

3. 掌握动量守恒定律并能用它解决二维碰撞问题.

4. 掌握功的概念,能熟练计算质点在曲线运动情况下变力的功.

5. 掌握保守力做功的特点及势能的概念,能熟练地计算重力和弹性力的势能,会计算万有引力势能.

6. 掌握动能定理、功能原理、机械能守恒定律,并能用它们分析解决质点在平面内运动的简单问题.

(四)刚体的定轴转动

1. 理解角速度和角加速度概念.

2. 了解转动惯量的概念,掌握刚体绕定轴转动的转动定律.

3. 理解转动动能的概念.

4. 理解角动量概念,理解角动量守恒定律及其适用条件,能运用此定律分析解决有关问题.

二、基本内容

(一)质点运动学

1. 基本概念

位置矢量:用以确定质点位置的矢量. $\boldsymbol{r} = r\boldsymbol{r}_0$

运动方程:位置矢量随时间的变化关系式即运动方程.

$$\boldsymbol{r} = x\boldsymbol{i} + y\boldsymbol{j} + z\boldsymbol{k}$$

位移矢量:质点在一段时间 Δt 内位置矢量的改变.

$$\Delta\boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}_2 - \boldsymbol{r}_1 = \Delta x\boldsymbol{i} + \Delta y\boldsymbol{j} + \Delta z\boldsymbol{k}$$

路程:运动质点的轨迹长度. ΔS

速度:质点位置矢量对时间的变化率.

$$\boldsymbol{v}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{i}+\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{j}+\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{k}$$

加速度:质点速度对时间的变化率.

$$\boldsymbol{a}=\frac{\mathrm{d}^2\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t^2}=\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2}\boldsymbol{i}+\frac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}t^2}\boldsymbol{j}+\frac{\mathrm{d}^2z}{\mathrm{d}t^2}\boldsymbol{k}$$

2. 圆周运动的加速度和相对运动

切向加速度 $a_t=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$

法向加速度 $a_n=\frac{v^2}{r}=r\omega^2$ 方向沿半径指向圆心

总加速度 $a=(a_t^2+a_n^2)^{\frac{1}{2}}$ $\tan\varphi=\frac{a_n}{a_t}$

相对运动 $\boldsymbol{v}=\boldsymbol{v}'+\boldsymbol{v}_0$

(二)质点动力学

1. 基本概念

动量:定义为质点的质量和速度的乘积. $\boldsymbol{p}=m\boldsymbol{v}$

冲量:为力对时间的积累作用. $\boldsymbol{I}=\int_0^t\boldsymbol{F}\mathrm{d}t=\Delta m\boldsymbol{v}$

力矩 $\boldsymbol{M}=\boldsymbol{r}\times\boldsymbol{F}$

功 $W=\int_l\boldsymbol{F}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{r}$

功率:功随时间的变化率. $p=\frac{\mathrm{d}W}{\mathrm{d}t}=\boldsymbol{F}\cdot\boldsymbol{v}$

保守力:指具有作功与路径无关的特性的力. $\oint_l\boldsymbol{F}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{r}=0$

动能 $E_{\mathrm{k}}=\frac{1}{2}mv^2$

势能:指质点在保守力作用下处于一定位置时的能量.

重力势能 $E_{\mathrm{p}}=mgh$

引力势能 $E_{\mathrm{p}}=-G\frac{Mm}{r}$

弹性势能 $E_{\mathrm{p}}=\frac{1}{2}kx^2$

机械能 $E=E_{\mathrm{k}}+E_{\mathrm{p}}$

2. 几种常见的力

万有引力 $F=G\frac{m_1m_2}{r^2}$

重力 $p=mg$

弹簧力 $F=-kx$

正压力与支持力 $N=-N'$

滑动摩擦力　$f=\mu N$

静摩擦力　$f\leqslant\mu_0 N$

3. 基本定理和定律

牛顿三个运动定律：重点第二定律　$\boldsymbol{F}=m\boldsymbol{a}=\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{p}}{\mathrm{d}t}$

质点的动量定理　$\boldsymbol{I}=\Delta\boldsymbol{p}=m\boldsymbol{v}_2-m\boldsymbol{v}_1$

动量守恒定律　$\sum_i m_i\boldsymbol{v}_{i2}-\sum_i m_i\boldsymbol{v}_{i1}=0$

质点的动能定理　$W=E_{\mathrm{kb}}-E_{\mathrm{ka}}=\Delta E_{\mathrm{k}}$

功能原理　$\mathrm{W}_{外}+\mathrm{W}_{非保守}=\Delta\mathrm{E}=E_{\mathrm{b}}-E_{\mathrm{a}}$

机械能守恒定律　$\Delta E_{\mathrm{k}}+\Delta E_{\mathrm{p}}=0$

(三)刚体的定轴转动

角速度指描述刚体转动的快慢程度．$\omega=\lim\limits_{\Delta t\to 0}\dfrac{\Delta\theta}{\Delta t}=\dfrac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}$

角加速度指描述角速度变化的快慢程度．$\beta=\dfrac{\mathrm{d}^2\theta}{\mathrm{d}t^2}$

质点的角动量　$\boldsymbol{L}=\boldsymbol{r}\times m\boldsymbol{v}$

刚体的角动量　$L=J\omega$

刚体转动惯量　$J=\sum_i\Delta m_i r_i^2$

$$J=\int r^2\mathrm{d}m$$

刚体转动定律　$M=J\beta$

刚体转动动能　$E_{\mathrm{k}}=\dfrac{1}{2}J\omega^2$

定轴转动时转动动能定理　$W=\dfrac{1}{2}J\omega_2^2-\dfrac{1}{2}J\omega_1^2$

角动量守恒定律　$L=J\omega=$常量

三、重点与难点

质点运动学中的重点是运动学的基本概念和规律，如位移、路程、速度、加速度等，特别是第一类运动学问题，即由运动方程求速度和加速度．难点是位移、速度、加速度的矢量性在具体问题中的应用以及运动学中由加速度及初始条件求运动方程．

质点动力学中重点是有关摩擦力的分析以及变力下牛顿定律的应用．难点是牛顿定律的应用和隔离体法解题，具体说明如下：

(一)明确牛顿定律的适用范围是惯性系中的低速宏观物体．

(二)理解三条定律是一有机联系的整体，其中第二定律是核心，应明确该定律的矢量性、瞬时性及相对性．

(三)掌握应用牛顿定律解题的一般方法和步骤．由于牛顿方程只适用于质点，因而在处理一个力学体系的问题时，要用隔离体法，具体步骤如下：

1. 根据题意选择研究对象，并适当划分隔离体．

2. 对每一物体(隔离体)进行受力分析，并画出受力图．

3. 考察各物体的运动情况，特别是加速度．

4. 对每一物体均需建立坐标、列出牛顿方程的分量式，通常采用直角坐标分量式或自然坐标分量式

$$\left.\begin{aligned} F_x &= ma_x \\ F_y &= ma_y \end{aligned}\right\}$$

$$\left.\begin{aligned} F_n &= ma_n = m\,\frac{v^2}{\rho} \\ F_t &= ma_t = m\,\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} \end{aligned}\right\}$$

质点动力学中另一个难点和重点是功的概念和计算.

若求力 $\boldsymbol{F}$ 在物体从 a 点运动到 b 点的过程中对物体做的功，那么可以把整个过程分为许许多多微小过程 $\mathrm{d}\boldsymbol{r}$，在这些微小过程中都可以把 $\boldsymbol{F}$ 看成恒力，它的功为

$$\mathrm{d}W = \boldsymbol{F}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{r}$$

对于整个从 a 到 b 的过程，力 $\boldsymbol{F}$ 的功为

$$W = \int_a^b \boldsymbol{F}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{r}$$

这个积分式叫做力 $\boldsymbol{F}$ 从 a 点到 b 点的线积分.

功是过程量，一般来说它不仅与过程的始末位置有关，而且与路径有关.

在直角坐标系中又可写成

$$W = \int_{x_a\to x_b} F_x\mathrm{d}x + \int_{y_a\to y_b} F_y\mathrm{d}y + \int_{z_a\to z_b} F_z\mathrm{d}z$$

若是一维运动，$W = \int_{x_a}^{x_b} F_x\mathrm{d}x$，过程中受的又是恒力，则 $W = F_x(x_b - x_a)$

功的值可正可负，为正就是正功，为负就是负功. 事实上在一个作功的过程中，正功和负功是同时存在的. 比如，飞机的上升过程，升力在这过程中作了正功，而重力作了负功.

刚体力学的难点和重点是刚体的转动定律和转动惯量的概念.

刚体在合外力矩 $\boldsymbol{M}$ 作用下，所获得的角加速度 $\boldsymbol{\beta}$ 的大小与合外力矩 $\boldsymbol{M}$ 的大小成正比，并与转动惯量 J 成反比，角加速度 $\boldsymbol{\beta}$ 与合外力矩 $\boldsymbol{M}$ 同方向.

$$M = J\beta = J\,\frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t}$$

这里 M 和 β 都是对转轴的投影量，J 是对转轴的转动惯量

$$J = \sum_i m_i r_i^2$$

式中，m_i 是组成刚体的各个质点的质量，r_i 是各个质点到转轴的距离.

对于质量是连续分布的物体，转动惯量的定义式应写成积分形式

$$J = \int_m r^2\mathrm{d}m$$

当质量为体分布时，$dm=\rho dV$；当质量为面分布时，$dm=\sigma dS$；当质量为线分布时，$dm=\lambda dl$. 其中 ρ、σ、λ 分别为质量的体密度、面密度和线密度. r 为质元 dm 到转轴的距离.

转动惯量 J 决定于刚体本身性质，是与转动力矩 $\boldsymbol{M}$ 及转动角加速度 $\boldsymbol{\beta}$ 无关的常量. 如果两个刚体受到相等的力矩作用时，转动惯量大的，角加速度小，即角速度在相等时间内改变较小，反之亦然. J 是刚体转动惯性的量度.

刚体的转动惯量决定于刚体各部分的质量对给定转轴的分布情况. 具体地说刚体的转动惯量与下列因素有关：

(1)与刚体的质量有关.

(2)在质量一定的情况下还与质量的分布有关，亦即与刚体的形状、大小和各部分的密度有关. 例如同材料的质量相等的空心圆柱和实心圆柱，对于圆柱的轴来说，前者的转动惯量较大. 又如质量和半径都相等的两个圆盘，一个中间密度大而边缘密度小，另一个中间密度小而边缘密度大，对于通过圆心并与圆面垂直的轴来说，后者的转动惯量较大.

(3)转动惯量与转轴位置有关. 例如同一均匀细长棒，对于通过棒的中心并与棒垂直的转轴和通过棒的一端并与棒垂直的另一转轴，转动惯量是不相同的，后者较大. 所以刚体的转动惯量只有指出是对哪个转轴而言时，转动惯量才有明确意义.

形状简单而规则、密度均匀的刚体的转动惯量可由定义式计算得出，形状较为复杂的刚体的转动惯量需通过实验来测定.

四、解题思路与范例

【思考题 1】 在什么情况下，位移才在数值上等于路程？

答：一般情况下，位移的量值不等于路程，即 $|\Delta \boldsymbol{r}| \neq \Delta S$. 只在单方向的直线运动中，或在微分的情况下(即无限短时间内)，位移的量值才等于路程.

【思考题 2】 速度 $\boldsymbol{v}=\dfrac{d\boldsymbol{r}}{dt}$，那么速度的数值(即速率)$v=\dfrac{dr}{dt}$吗？

答：$v \neq \dfrac{dr}{dt}$

因为 $v=\dfrac{|d\boldsymbol{r}|}{dt}=\dfrac{dS}{dt}$，而从矢量图 1-1 中可以看出 $|d\boldsymbol{r}|$(即 dS)并不等于 dr.

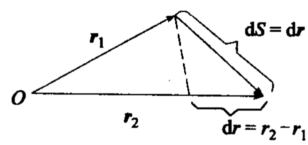

图 1-1

本题亦可用直角坐标分量式来说明.

因为
$$v=\sqrt{v_x^2+v_y^2}=\sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2+\left(\frac{dy}{dt}\right)^2}$$

而
$$\frac{dr}{dt}=\frac{d}{dt}\sqrt{x^2+y^2}$$

显然，$\sqrt{\left(\dfrac{dx}{dt}\right)^2+\left(\dfrac{dy}{dt}\right)^2}$一般不等于$\dfrac{d}{dt}\sqrt{x^2+y^2}$，所以

$$v \neq \frac{dr}{dt}$$

【思考题 3】 匀质圆球静止放置，如图 1-2 所示，试分析它们的受力.

答：分析结果如图 1-2 所示.

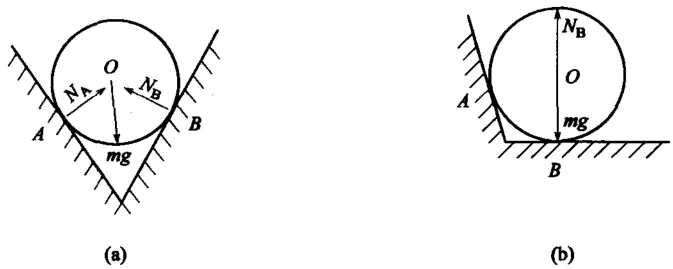

图 1-2

(a)物体共受三力(mg、N_A、N_B);(b)物体共受二力(mg、N_B)

【思考题 4】 “一对力”的力矩和等于多少?

答:等于零.因为作用力与反作用力数值相等,并且对一轴的力臂也相等,惟独转向相反.由此还可知,质点组对任一轴的内力矩之和必为零.

【思考题 5】 刚体所受合外力为零时,它一定不会转动起来吗?

答:否.因为合外力为零时,合外力矩(即诸外力矩之和)不一定为零.比如,刚体受力偶作用时,就属于这种情况.

【思考题 6】 定轴转动的刚体,在变力矩作用下,其角速度将怎样变化?

答:首先按转动定律,角加速度与力矩成正比变化,即

$$\beta=\frac{M}{J}$$

其次,角速度 ω 并不完全由力矩决定,而是由初始值 ω_0 和 β 共同决定,其中 β 受外力矩 M 的影响,所以有

$$\omega = \omega_0 + \int_0^t \beta \mathrm{d}t = \omega_0 + \int_0^t \frac{M}{J}\mathrm{d}t$$

只有 M 恒定(即恒外力矩)时,才与时间成简单线性关系,即

$$\omega=\omega_0+\beta t=\omega_0+\frac{M}{J}t$$

【选择题 1】 沿直线运动的质点,其速度大小与时间成反比,则其加速度的大小与速度大小的关系是:

A. 与速度大小成正比.　　B. 与速度大小平方成正比.

C. 与速度大小成反比.　　D. 与速度大小平方成反比.

解:本题主要考查加速度的概念.根据题目条件:$v\propto\frac{1}{t}$,由加速度的定义 $\boldsymbol{a}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}$,求导数,可以得出加速度 $a\propto\frac{1}{t^2}\propto v^2$,因此加速度的大小与速度大小平方成正比.结果为 B.

【选择题 2】 一质点系不受外力作用,则

A. 系统的动量一定守恒,机械能不一定守恒.

B. 系统的机械能一定守恒,动量不一定守恒.

C. 系统的机械能一定守恒,动量一定守恒.

D. 系统的机械能、动量均不一定守恒.

解:本题主要考查动量守恒和机械能守恒的条件.动量守恒的条件是合外力为零或不受合外力的作用.机械能守恒的条件是外力不做功以外,还要加上内部非保守力不做功.所以题目中符合条件的只有 A.

【选择题 3】 一个质点沿半径为 R 的圆周运动,在一个周期 T 内其平均速度的大小与平均速率分别为:

A. $\frac{2\pi R}{T},\frac{2\pi R}{T}$.　　B. $\frac{2\pi R}{T}$,0.

C. 0,0.　　D. 0,$\frac{2\pi R}{T}$.

解:考查了学生描述质点运动状态的两个基本概念.平均速度 $\overline{\boldsymbol{v}}=\frac{\Delta \boldsymbol{r}}{\Delta t}$,平均速率 $\overline{v}=\frac{\Delta S}{\Delta t}$.由于圆周运动在一个周期内位移 $\Delta \boldsymbol{r}=0$、路程 $\Delta S=2\pi R$,所以平均速度的大小为零,平均速率分别为$\frac{2\pi R}{T}$,答案为 D.

【选择题 4】 一个质点沿直线运动,其运动方程为 $x=6t-t^2$,x 的单位为 m,t 的单位为 s,在 t 从 0 到 4s 的时间间隔内,质点所走过的路程为:

A. 8m.　　B. 9m.　　C. 10m.　　D. 11m.

解:本题难点在于判断速度为零的时间。由 $v=6-2t=0$,得出 $t=3$s.所以 0 到 3s 内路程 $S_1=9$m,3 到 4s 内 $S_2=1$m.整个路程为:$S=9+1=10$(m).答案为 C.

例题 1 质点沿半径为 R 的圆周运动,且 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{v}$ 两者方向之间的夹角 θ 保持不变,试求质点速率 v 随时间的变化的规律.(已知初速率为 v_0)

解:圆周运动中,$\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{v}$ 间的夹角 θ 保持不变,也即 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{a}_t$(切向加速度)之夹角不变,故

$$\frac{a_t}{a_n}=\pm\operatorname{ctan}\theta=k(k\text{ 为常数})$$

即$\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=k\frac{v^2}{R}$,分离变量得积分:$\int_{v_0}^{v}\frac{\mathrm{d}v}{v^2}=\int_0^t\frac{k}{R}\mathrm{d}t$

解得
$$v=\frac{v_0}{1-\frac{kv_0t}{R}}$$

例题 2 质点沿半径为 R 的圆周按规律 $S=at-\frac{b}{2}t^2$ 运动.式中 S 为路程,a、b 为常数,试求:(1)初始时刻的角速度和角加速度;(2)法向加速度与切向加速度数值相等前,质点运动的时间.

解:由角量和线量关系得
$$\theta=\frac{S}{R}=\frac{a}{R}t-\frac{b}{2R}t^2$$

(1)角速度
$$\omega=\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}=\frac{a}{R}-\frac{b}{R}t$$

$$t=0\quad \omega=\frac{a}{R}$$

角加速度
$$\beta=\frac{\mathrm{d}^2\theta}{\mathrm{d}t^2}=-\frac{b}{R}$$

(2)切向加速度与法向加速度为

$$a_t = R\beta = -b$$

$$a_n = R\omega^2 = \frac{1}{R}(a-bt)^2$$

两者数值相等，即 $a_n = |a_t|$，将上二式代入可解得 $t = \frac{a}{b} - \sqrt{\frac{R}{b}}$.

例题 3 某质点沿轴作直线运动，受力 $\boldsymbol{F} = (4+5x)\boldsymbol{i}$N，试求质点从 $x=0$ 移动到 $x=10$m 的过程中，该力作功多少？

解： $W = \int \boldsymbol{F} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{r} = \int_{x_0}^{x}(4+5x)\boldsymbol{i} \cdot \mathrm{d}x\boldsymbol{i} = \int_0^{10}(4+5x)\mathrm{d}x = 290(\mathrm{J})$

说明：本题为变力作功，一定要按照定义积分求解，切不可按下式计算，即

$$W = \boldsymbol{F} \cdot \boldsymbol{S} = (4+5x)(x-x_0) = 540(\mathrm{J})$$

例题 4 质量为 m 的物体 A 在光滑水平面上紧靠着固定于其上的圆环（半径为 R）内壁做圆周运动，物体与环壁之摩擦系数为 μ，已知物体初速率为 v_0，求任一时刻的速率 v.

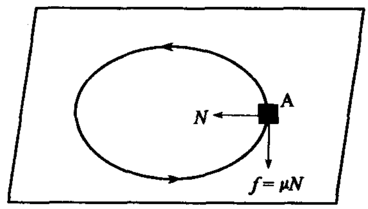

图 1-3

解： 以 A 为研究对象.

分析：除重力 mg、桌面支持力外，在水平面内共受二力，如图 1-3 所示（环壁的正压力 N 及滑动摩擦力 f）.

看运动：A 在水平面内做减速圆周运动，存在 a_n 及 a_t.

列方程：可列出牛顿方程的自然坐标分量式

$$\left.\begin{aligned} -\mu N &= m\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} \\ N &= m\frac{v^2}{R} \end{aligned}\right\}$$

解方程：将第二式代入第一式得

$$-\mu\frac{v^2}{R} = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$$

分离变量再积分有

$$\int_{v_0}^{v}\frac{\mathrm{d}v}{v^2} = \int_0^t -\frac{\mu}{R}\mathrm{d}t$$

解得

$$v = v_0\left[\frac{1}{1+\frac{\mu v_0}{R}t}\right]$$

例题 5 如图 1-4 所示，轻质弹簧一端悬于竖直圆环的 P 点，另一端系一珠子（质量为 m）. 珠子穿在圆环上并能沿光滑圆环运动. 开始时珠子静止于 A 点，$\overline{PA} = R$ 为弹簧自然长度. 当珠子沿圆环运动到底端 B 时，对圆环的压力恰为零，试求弹簧的倔强系数 k 等于多少？

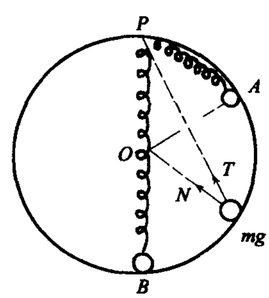

图 1-4

解:取珠子、弹簧、地球为研究系统.

分析:内力有重力 mg、弹簧弹力 T,它们均为保守力;外力有圆环对 m 的支持力 N 及 P 点圆环对弹簧的拉力,此二外力均不作功,所以该系统机械能守恒.

列出 A、B 两状态下的机械能守恒式为

$$mgR(1+\sin30°)=\frac{1}{2}mv^2+\frac{1}{2}kR^2$$

又对珠子在 B 处,可列出牛顿方程为

$$kR-mg=m\frac{v^2}{R}$$

解上述二方程,可得

$$k=\frac{2mg}{R}$$

说明:本题为牛顿定律与守恒定律的综合题.针对本题情况,选择物体系统如上述,则系统具有两种势能——弹性势能和重力势能.各势能零点之选择,虽属任意,但应以方便为宜.比如,本题中弹性势能宜取自然长度(A 点)为零点,而重力势能宜取最低点(B 点)为零点.

例题 6 一质量为 m 的质点沿 x 轴正向运动,设该质点通过坐标为 $x(x>0)$时的速度为 $k\sqrt{x}$(k 为正常量)求:

(1)这时它所受到的合力;

(2)该质点从 $x=x_1$ 处运动到 $x=x_2$ 处所经历的时间。

解:(1)由速度 $v=k\sqrt{x}$,可得加速度

$$a=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(k\cdot\sqrt{x})=k\frac{\mathrm{d}\sqrt{x}}{\mathrm{d}x}\cdot\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=\frac{k}{2\sqrt{x}}\cdot v=\frac{k^2}{2}$$

于是,所求的合力 $\boldsymbol{F}=m\boldsymbol{a}=\frac{mk^2}{2}\boldsymbol{i}$(为一常矢量)。

(2)由

$$v=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=k\sqrt{x}$$

$$\frac{\mathrm{d}x}{\sqrt{x}}=k\mathrm{d}t$$

应有积分

$$\int_{x_1}^{x_2}\frac{\mathrm{d}x}{\sqrt{x}}=k\int_{t_1}^{t_2}\mathrm{d}t$$

即

$$2(\sqrt{x_2}-\sqrt{x_1})=k(t_2-t_1)$$

于是,所求的时间

$$\Delta t=t_2-t_1=2\left(\frac{\sqrt{x_2}-\sqrt{x_1}}{k}\right)$$

例题 7 物块 $\mathrm{m_1}$ 放在物块 $\mathrm{m_2}$ 上,$\mathrm{m_2}$ 放在光滑的水平面上,在 $\mathrm{m_2}$ 上作用一水平力 F 后,$\mathrm{m_1}$ 和 $\mathrm{m_2}$ 以相同的加速度在 F 的方向上加速运动,此时 $\mathrm{m_1}$ 和 $\mathrm{m_2}$ 之间的摩擦力为多大?

解:因为 m_1,m_2 加速度相同

所以 $$F=(m_1+m_2)a$$

$$a=\frac{F}{m_1+m_2}$$

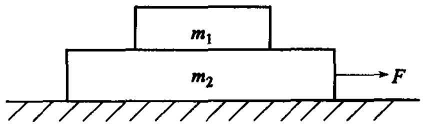

图 1-5

对 m_1 作受力分析可知,在运动方向 m_1 仅受静摩擦力作用

所以 $$f=m_1a=\frac{m_1F}{m_1+m_2}$$

例题 8 质量为 $m=1\text{kg}$ 的物体在变力 $F=4+3t^2$(SI)的作用下从静止开始作直线运动.求:(1)从 $t=0\text{s}$ 到 $t=1\text{s}$ 这段时间内力 F 对物体作的功;

(2)从 $t=0\text{s}$ 到 $t=1\text{s}$ 这段时间内力 F 对物体的冲量.

解:(1)$F=ma=4+3t^2$ 因为 $m=1\text{kg}$ 所以 $a=4+3t^2$

$$v=\int_0^t a\,\mathrm{d}t=\int_0^t(4+3t^2)\mathrm{d}t=4t+t^3$$

$$t=1\text{s}时,v_1=5\text{m/s}$$

由动能定理 $$W=\frac{1}{2}mv^2-0=12.5(\text{J})$$

(2)由动量定理 $$I=mv_1-0=5(\text{N}\cdot\text{s})$$

例题 9 如图 1-6 所示,光滑桌面上,一根轻弹簧(弹性系数 k)两端各连质量为 m 的滑块 A 和 B.如果滑块 A 被水平飞来的质量为$\frac{m}{4}$、速度为 v 的子弹射中,并停留其中,试求运动过程中弹簧的最大压缩量.

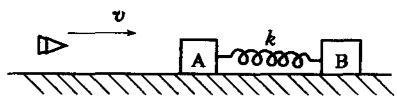

图 1-6

解: 本题可分为两个过程:第一过程是子弹射入滑块 A,第二过程是弹簧被压缩.

第一个过程经历时间甚短,A、B 的位置尚无明显变化.选取子弹和 A 块为研究系统,因所受合外力近于零,故可按动量守恒处理.设第一过程结束时,A 与子弹的共同速度是 V',则可列出动量守恒式

$$\frac{m}{4}v=\left(\frac{m}{4}+m\right)V'$$

第二过程情况是子弹与 A 具有速度 V'而开始向右运动压缩弹簧,于是弹簧产生弹性力,一方面使 A(含子弹)减速;另一方面使 B 向右加速运动。且只要 A 比 B 速度大,弹簧就继续被压缩,直至它们速度相等而相对静止时,弹簧压缩量达到最大 Δl。设此时它们的共同速度为 V'',则对第二过程可列出子弹、滑块 A 及 B 的动量守恒和机械能守恒式,为

$$\frac{5}{4}mV'=\left(\frac{5}{4}m+m\right)V''$$

$$\frac{1}{2}\left(\frac{5}{4}m\right)V'^2=\frac{1}{2}\left(\frac{5}{4}m+m\right)V''^2+\frac{1}{2}k\Delta l^2$$

将上面的 3 个方程联立,可解出

$$\Delta l=\frac{\sqrt{20}}{30}\sqrt{\frac{m}{k}}v$$