

主编 马德尧
副主编 朱 威

高考试题 分类研究

数 学



分册主编 王 琛
华文出版社

GAOKAO SHITI FENLEI YANJIU

主编 马德尧
副主编 朱 魏

高考试题 分类研究

数 学

分册主编 王 琛

华文出版社

GAIOKAO SHIJIU YANJIU

图书在版编目(CIP)数据

高考试题分类研究·数学/马德尧主编;王琛分册主编
一北京:华文出版社,2006.3
ISBN 7-5075-2002-1

I. 高... II. ①马... ②王... III. 数学课—高中—试题—升学参考资料 IV. G632.479

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2006)第 020590 号

华文出版社出版

(邮编 100055 北京市宣武区广安门外大街 305 号 8 区 5 号楼)

网络实名名称:华文出版社

电子邮箱:hwcbs@263.net

电话:010—63370164 63370169

新华书店经销

杭州大众美术印刷厂印刷

787×1092 1/16 开本 85 印张 2815 千字

2006 年 4 月第 1 版 2006 年 4 月第 1 次印刷

*

印数:0001—3000 册

全套定价:160.00 元

编者的话

本书以本人多年教学经验积累为基础,对1993~2005年的高考题,以人民教育出版社出版的《全日制高级中学教科书(数学)》的目录为主线,高考题型为二层目录,考纲知识点内容为三层目录,进行系统的筛选和归类。全书共三册,约12万字。同时适用于学生同步练习和高三的高考复习。

2005年8月

目 录

高一部分

第一册(上)

第一章 集合与简易逻辑	(1)
一 集合(§ 1.1, § 1.2, § 1.3)	(1)
题型 1 集合中有关计数的试题	(1)
题型 2 元素与集合、集合与集合关系的试题	(1)
题型 3 有关集合运算的试题	(1)
二 集合综合题	(1)
三 含绝对值不等式、一元二次不等式解法	(2)
题型 1 含绝对值的不等式解法(§ 1.4)	(2)
题型 2 一元二次不等式解法(§ 1.5)	(2)
四 不等式综合题	(2)
五 简易逻辑(§ 1.6, § 1.7, § 1.8)	(3)
题型 1 命题、命题的真假	(3)
题型 2 四种命题	(3)
题型 3 充分条件与必要条件	(3)
六 简易逻辑综合题	(3)
第二章 函数	(4)
一 函数(§ 2.1)	(4)
题型 1 有关映射的试题	(4)
题型 2 解方程	(4)
题型 3 求函数值	(4)
题型 4 求值域或最值	(5)
二 函数的表示法(§ 2.2)	(5)
题型 1 函数的图象	(5)
题型 2 函数解析式	(5)
三 函数的单调性(§ 2.3)	(5)
题型 1 判断或证明函数的增减性	(5)
题型 2 求函数的单调区间	(5)
题型 3 函数单调性的应用	(6)
四 反函数(§ 2.4)	(6)
题型 1 反函数概念和求法	(6)
题型 2 反函数的应用	(6)

五 指数与指数函数(§ 2.5, § 2.6)	(6)
六 对数与对数函数(§ 2.7, § 2.8)	(7)
七 函数的应用举例(§ 2.9)	(9)
八 实习作业 建立实际问题的函数模型(§ 2.10)	(11)
九 函数综合题	(11)
第三章 数列	(15)
一 数列(§ 3.1)	(15)
题型 1 数列的概念	(15)
题型 2 数列的表示	(15)
二 等差数列(§ 3.2, § 3.3)	(15)
题型 1 等差数列的概念和表示	(15)
题型 2 等差数列中的计算问题	(16)
三 等比数列(§ 3.4, § 3.5)	(17)
题型 1 等比数列的概念和表示	(17)
题型 2 等比数列中的计算问题	(17)
题型 3 运用公式 $a_n = S_n - S_{n-1}$ 的试题	(18)
四 等差数列和等比数列的综合题	(18)
五 数列有关的应用题	(20)
六 拓展与延伸	(22)
题型 1 已知递推关系求通项、前 n 项和等试题	(22)
题型 2 应用数列寻找规律类试题	(23)
题型 3 与简易逻辑结合的试题	(24)
题型 4 与函数结合的试题	(24)
题型 5 与不等式结合的试题	(24)
第一册(下)	
第四章 三角函数	(25)
一 任意角的三角函数(§ 4.1, § 4.2, § 4.3, § 4.4, § 4.5)	(25)
题型 1 角的概念的推广	(25)
题型 2 任意角的三角函数	(25)
题型 3 同角三角函数的基本关系式	(25)
题型 4 诱导公式	(25)
二 两角和与差的三角函数	(25)
题型 1 两角和与差的正弦、余弦、正切(§ 4.6)	(25)
题型 2 二倍角的正弦、余弦、正切(§ 4.7)	(26)
三 三角函数的图象与性质	(27)
题型 1 函数 $y = A\sin(\omega x + \varphi)$ (或 $y = A\cos(\omega x + \varphi)$) 的图象 与性质(§ 4.8, § 4.9)	(27)
题型 2 正切函数的图象和性质(§ 4.10)	(31)
四 已知三角函数求值(§ 4.11)	(32)
五 阅读材料: 潮汐与港口水深	(32)

六 三角函数综合题	(33)
七 拓展与延伸	(34)
题型 1 与集合结合的试题	(34)
题型 2 与充要条件结合的试题	(34)
题型 3 与其他函数结合的试题	(34)
题型 4 与数列结合的试题	(35)
第五章 平面向量	(36)
一 平面向量的定义、表示及加、减运算(§ 5.1, § 5.2, § 5.3, § 5.4)	(36)
二 平面向量的数量积及运算律(§ 5.6, § 5.7)	(36)
三 综合性试题	(37)
四 平面向量的应用	(38)
题型 1 线段的定比分点(§ 5.5)	(38)
题型 2 平移(§ 5.8)	(38)
五 拓展与延伸	(38)
题型 1 与平面几何结合的试题	(38)
题型 2 与充要条件结合的试题	(39)
六 解斜三角形	(39)
题型 1 正弦、余弦定理(§ 5.9)	(39)
题型 2 解斜三角形应用举例(§ 5.10)	(41)
七 拓展与延伸	(41)

高二部分

第二册(上)

第六章 不等式	(42)
一 不等式的性质(§ 6.1)	(42)
二 算术平均数与几何平均数(§ 6.2)	(42)
题型 1 比较大小或判断对错	(42)
题型 2 求范围	(42)
题型 3 求最值	(43)
三 不等式的证明(§ 6.3)	(43)
四 不等式的解法举例(§ 6.4)	(43)
题型 1 分式不等式	(43)
题型 2 高次不等式	(43)
题型 3 指数不等式	(43)
题型 4 对数不等式	(43)
题型 5 无理不等式	(43)
题型 6 分段不等式	(43)
题型 7 综合题	(44)
五 含绝对值的不等式(§ 6.5)	(44)

六 不等式应用题	(45)
七 拓展与延伸	(45)
题型 1 与集合结合的试题	(45)
题型 2 与简易逻辑结合的试题	(45)
题型 3 与函数结合的试题	(45)
题型 4 与数列结合的试题	(46)
题型 5 与三角结合的试题	(47)
题型 6 信息题	(47)
第七章 直线和圆的方程	(48)
一 直线的倾斜角和斜率(§ 7.1)	(48)
二 直线的方程(§ 7.2)	(48)
三 两条直线的位置关系(§ 7.3)	(48)
题型 1 平行	(48)
题型 2 垂直	(48)
题型 3 夹角	(48)
题型 4 交点	(48)
题型 5 距离	(49)
题型 6 对称	(49)
题型 7 综合	(49)
四 简单的线性规划(§ 7.4)	(49)
题型 1 平面区域	(49)
题型 2 最值与范围	(49)
五 曲线和方程(§ 7.5)	(50)
六 圆的方程(§ 7.6)	(50)
题型 1 求圆方程	(50)
题型 2 直线与圆有关的试题	(50)
题型 3 圆与圆有关的试题	(51)
题型 4 圆的参数方程	(51)
题型 5 圆的综合题	(52)
题型 6 应用题	(52)
七 拓展与延伸	(52)
题型 1 与集合结合的试题	(52)
题型 2 与充要条件结合的试题	(52)
题型 3 与函数结合的试题	(52)
题型 4 与数列结合的试题	(52)
题型 5 与向量结合的试题	(53)
题型 6 与定比分点结合的试题	(53)
第八章 圆锥曲线	(54)
一 椭圆(§ 8.1, § 8.2)	(54)
题型 1 椭圆的定义和方程	(54)

题型 2 椭圆的性质	(54)
题型 3 直线与椭圆	(55)
题型 4 椭圆的参数方程	(55)
题型 5 综合题	(56)
二 双曲线(§ 8.3, § 8.4)	(58)
题型 1 双曲线的定义和方程	(58)
题型 2 双曲线的性质	(58)
题型 3 直线与双曲线	(59)
题型 4 综合题	(59)
三 抛物线(§ 8.5, § 8.6)	(60)
题型 1 抛物线的定义和方程	(60)
题型 2 抛物线的性质	(61)
题型 3 直线与抛物线	(61)
题型 4 综合题	(61)
四 圆锥曲线综合题	(63)
五 应用题	(65)
六 拓展与延伸	(66)
题型 1 与平面几何结合的试题	(66)
题型 2 与集合结合的试题	(66)
题型 3 与函数、数列结合的试题	(67)
题型 4 与三角函数结合的试题	(67)
题型 5 与向量结合的试题	(67)

第二册(下)

第九章 直线、平面、简单几何体	(68)
一 空间的直线与平面(§ 9.1, § 9.2, § 9.3, § 9.4)	(68)
题型 1 各类命题的对错判断	(68)
题型 2 异面直线	(70)
二 直线和平面所成的角与二面角(§ 9.7)	(70)
题型 1 直线与平面所成角	(70)
题型 2 二面角的平面角	(71)
题型 3 综合题	(71)
三 距离(§ 9.8)	(71)
四 棱柱与棱锥(§ 9.9)	(71)
五 立体几何中有关证明和求值的综合题	(73)
题型 1 以三棱锥为载体的综合题	(73)
题型 2 以四棱锥为载体的综合题	(74)
题型 3 以三棱柱为载体的综合题	(75)
题型 4 以一般四棱柱为载体的综合题	(76)
题型 5 以其他几何体为载体的综合题	(78)
六 球(§ 9.10)	(79)

七 立体几何中的开放题	(80)
八 立体几何中的应用题	(80)
九 拓展与延伸	(80)
题型1 与函数结合的试题	(80)
题型2 与数列结合的试题	(81)
题型3 与解析几何结合的试题	(81)
第十章 排列、组合和二项式定理	(82)
一 排列与组合(§ 10.1, § 10.2, § 10.3)	(82)
题型1 排列	(82)
题型2 组合	(82)
题型3 排列组合综合题	(83)
二 二项式定理(§ 10.4)	(85)
题型1 展开式	(85)
题型2 展开式中的特殊项	(85)
题型3 系数问题	(85)
题型4 杨辉三角问题	(86)
第十一章 概率	(87)
一 等可能事件的概率(§ 11.1)	(87)
二 互斥事件有一个发生的概率(§ 11.2)	(88)
三 相互独立事件同时发生的概率(§ 11.3)	(89)

高三部分

第十二章 概率与统计	(93)
一 随机变量(§ 1.1, § 1.2)(理科)	(93)
二 拓展与延伸	(95)
题型1 与函数结合	(96)
题型2 与线性规划结合	(96)
三 统计(§ 1.3, § 1.4, § 1.5, § 1.6)	(97)
第十三章 极限(理科)	(99)
一 数学归纳法(§ 2.1)	(99)
二 极限(§ 2.2, § 2.3, § 2.4)	(99)
三 函数的连续性(§ 2.5)	(100)
第十四章 导数	(101)
一 导数(§ 3.1, § 3.2, § 3.3, § 3.4, § 3.5)	(101)
二 导数的应用(§ 3.6, § 3.7, § 3.8, § 3.9)	(101)
三 综合题	(103)
题型1 高次函数	(103)
题型2 指数函数(理)	(105)
题型3 对数函数(理)	(105)

题型 1 三角函数(理)	(106)
题型 5 其他函数(理)	(107)
四 应用题	(108)
第十五章 数系的扩充 一 复数(理科)	(109)
一 复数的概念(§ 4.1, § 4.3)	(109)
二 复数的运算(§ 4.2)	(109)
参考答案	(110)

高一部分 第一册(上)

第一章 集合与简易逻辑

一 集合(§ 1.1, § 1.2, § 1.3)

题型 1 集合中有关计数的试题

1. (2005·天津·文)集合 $A=\{x|0\leq x<3 \text{ 且 } x\in N\}$ 的真子集的个数是 ()

- A. 16 B. 8 C. 7 D. 4

2. (2002·北京)满足条件 $M\cup\{1\}=\{1,2,3\}$ 的集合 M 的个数是 ()

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

3. (2005·湖北)设 P, Q 为两个非空实数集合, 定义集合 $P+Q=\{a+b|a\in P, b\in Q\}$. 若 $P=\{0, 2, 5\}, Q=\{1, 2, 8\}$, 则 $P+Q$ 中元素的个数是 ()

- A. 9 B. 8 C. 7 D. 6

题型 2 元素与集合、集合与集合关系的试题

4. (2002·全国)设集合, $M=\{x|x=\frac{k}{2}+\frac{1}{4}, k\in Z\}, N=\{x|x=\frac{k}{4}+\frac{1}{2}, k\in Z\}$, 则 ()

- A. $M=N$ B. $M\subset N$
C. $M\supset N$ D. $M\cap N=\emptyset$

5. (1995·全国)已知 I 为全集, 集合 $M, N\subseteq I$, 若 $M\cap N=N$, 则 ()

- A. $C_I M\supseteq C_I N$ B. $M\subseteq C_I N$
C. $C_I M\subseteq C_I N$ D. $M\supseteq C_I N$

6. (2004·湖北)设 A, B 为两个集合, 下列四个命题:

- ① $A\supseteq B\Leftrightarrow$ 对任意 $x\in A$, 有 $x\notin B$
② $A\supseteq B\Leftrightarrow A\cap B=\emptyset$
③ $A\supseteq B\Leftrightarrow A\supsetneq B$
④ $A\supseteq B\Leftrightarrow$ 存在 $x\in A$, 使得 $x\notin B$

其中真命题的序号是 _____. (把符合要求的命题序号都填上)

题型 3 有关集合运算的试题

7. (2005·浙江·文)设全集 $U=\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}, P=\{1, 2, 3, 4, 5\}, Q=\{3, 4, 5, 6, 7\}$. 则 $P\cap(C_U Q)=$ ()

- A. {1, 2} B. {3, 4, 5}
C. {1, 2, 6, 7} D. {1, 2, 3, 4, 5}

8. (2004·浙江)若 $U=\{1, 2, 3, 4\}, M=\{1, 2\}, N=\{2, 3\}$, 则 $C_U(M\cup N)=$ ()

- A. {1, 2, 3} B. {2}
C. {1, 3, 4} D. {4}

9. (2004·全国·理)已知集合 $M=\{0, 1, 2\}, N=\{x|x=2a, a\in M\}$, 则集合 $M\cap N=$ ()

- A. {0} B. {0, 1}
C. {1, 2} D. {0, 2}

10. (1996·全国·理)已知全集 $I=N$, 集合 $A=\{x|x=2n, n\in N\}, B=\{x|x=4n, n\in N\}$, 则 ()

- A. $I=A\cup B$ B. $I=C_I A\cup B$
C. $I=A\cup(C_I B)$ D. $I=(C_I A)\cup(C_I B)$

11. (2004·全国·理)设 A, B, I 均为非空集合, 且满足 $A\subseteq B\subseteq I$, 则下列各式中错误的是 ()

- A. $(C_I A)\cup B=I$
B. $(C_I A)\cup(C_I B)=I$
C. $A\cap(C_I B)=\emptyset$
D. $(C_I A)\cup(C_I B)=C_I B$

12. (2004·湖北·文)设 $A=\{x|x=\sqrt{5k+1}, k\in N\}, B=\{x|x\leq 6, x\in Q\}$, 则 $A\cap B$ 等于 ()

- A. {1, 4} B. {1, 6}
C. {4, 6} D. {1, 4, 6}

13. (2004·北京·理)设全集是实数集 $R, M=\{x|-2\leq x\leq 2\}, N=\{x|x<1\}$, 则 $(C_R M)\cap N$ 等于 ()

- A. {x|x<-2} B. {x|-2<x<1}
C. {x|x<1} D. {x|-2\leq x<1}

14. (2001·赣晋津·文)设 $A=\{x|x^2-x=0\}, B=\{x|x^2+x=0\}$, 则 $A\cap B$ 等于 ()

- A. 0 B. {0}
C. \emptyset D. {-1, 0, 1}

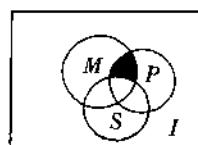
二 集合综合题

15. (1999·全国)如图, I 是全集, M, P, S 是 I 的 3 个子集, 则阴影部分所表示的集合是 ()

- A. $(M\cap P)\cup S$

- B. $(M \cap P) \cup S$
 C. $(M \cap P) \cap (C_S)$
 D. $(M \cap P) \cup (C_S)$

16. (2005·全国)设 I 为全集, S_1, S_2, S_3 是 I 的三个非空子集且 $S_1 \cup S_2 \cup S_3 = I$, 则下面论断正确的是



()

- A. $(C_S)_1 \cap (S_2 \cup S_3) = \emptyset$
 B. $S_1 \subseteq (C_S)_2 \cap (C_S)_3$
 C. $(C_S)_1 \cap (C_S)_2 \cap (C_S)_3 = \emptyset$
 D. $S_1 \subseteq (C_S)_2 \cup (C_S)_3$

17. (2005·浙江·理)设 $f(n)=2n+1 (n \in N)$, $P=\{1, 2, 3, 4, 5\}$, $Q=\{3, 4, 5, 6, 7\}$. 记 $\hat{P}=\{n \in N | f(n) \in P\}$, $\hat{Q}=\{n \in N | f(n) \in Q\}$, 则 $(\hat{P} \cap C_N \hat{Q}) \cup (\hat{Q} \cap C_N \hat{P})=$

- A. $\{0, 3\}$ B. $\{1, 2\}$
 C. $\{3, 4, 5\}$ D. $\{1, 2, 6, 7\}$

三 含绝对值不等式、一元二次不等式解法

题型 1 含绝对值不等式解法(§1.4)

18. (2005·福建·文)已知集合 $P=\{x | |x-1| \leq 1, x \in R\}$, $Q=\{x | x \in N\}$, 则 $P \cap Q$ 等于 ()

- A. P B. Q
 C. $\{1, 2\}$ D. $\{0, 1, 2\}$

19. (2004·全国)不等式 $1 < |x+1| < 3$ 的解集为 ()

- A. $(0, 2)$ B. $(-2, 0) \cup (2, 4)$
 C. $(-4, 0)$ D. $(-4, -2) \cup (0, 2)$

20. (2003春·全国·理)若不等式的解集为 $|ax+2| < 6$ 的解集为 $(-1, 2)$, 则实数 a 等于 ()

- A. 8 B. 2
 C. -4 D. -8

21. (2004·全国·理)不等式 $|x+2| \geq |x|$ 的解集是 _____.

题型 2 一元二次不等式解法(§1.5)

22. (2005·北京)设合集 $U=R$, 集合 $M=\{x | x > 1\}$, $P=\{x | x^2 > 1\}$, 则下列关系中正确的是 ()

- A. $M=P$ B. $P \subsetneq M$
 C. $M \subsetneq P$ D. $(C_U M) \cap N = \emptyset$

23. (2004·湖北·理)设集合 $P=\{m | -1 < m < 0\}$, $Q=\{m \in R | mx^2 + 4mx - 4 < 0 \text{ 对任意实数 } x \text{ 恒成立}\}$, 则下列关系中成立的是 ()

- A. $P \subsetneq Q$ B. $Q \subsetneq P$

- C. $P=Q$ D. $P \cap Q = \emptyset$

24. (2005·重庆·文)若集合, 则 $A=\{x \in R | x^2 - 4x + 3 < 0\}$, $B=\{x \in R | (x-2)(x-5) < 0\}$, 则 $A \cap B=$ _____.

25. (2004·江苏)二次函数 $y=ax^2+bx+c (x \in R)$ 的部分对应值如下表:

x	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
y	6	0	-4	-6	-6	-4	0	6

则不等式 $ax^2+bx+c > 0$ 的解集是 _____.

26. (1998·全国·文)设 $a \neq b$, 解关于 x 的不等式 $a^2x+b^2(1-x) \geq [ax+b(1-x)]^2$.

四 不等式综合题

27. (2004·天津)不等式 $\frac{x-1}{x} \geq 2$ 的解集为 ()

- A. $[-1, 0)$
 B. $[-1, +\infty)$
 C. $(-\infty, -1]$
 D. $(-\infty, -1] \cup (0, +\infty)$

28. (2005·上海)已知集合 $M=\{x | |x-1| \leq 2, x \in R\}$, $P=\{x | \frac{5}{x+1} \geq 1, x \in Z\}$, 则 $M \cap P$ 等于 ()

- A. $\{x | 0 < x \leq 3, x \in Z\}$
 B. $\{x | 0 \leq x \leq 3, x \in Z\}$
 C. $\{x | -1 \leq x \leq 0, x \in Z\}$
 D. $\{x | -1 \leq x < 0, x \in Z\}$

29. (2004·广东)已知 $A=\{x | |2x+1| > 3\}$, $B=\{x | x^2+x-6 \leq 0\}$, 则 $A \cap B=$ ()

- A. $[-3, -2] \cup (1, 2]$
 B. $(-3, -2] \cup (1, +\infty)$
 C. $(-3, -2] \cup [1, 2)$
 D. $(-\infty, -3] \cup (1, 2]$

30. (2002·全国)不等式 $(1+x)(1-|x|) > 0$ 的解集是 ()

- A. $\{x | 0 \leq x < 1\}$ B. $\{x | x < 0 \text{ 且 } x \neq -1\}$
 C. $\{x | -1 < x < 1\}$ D. $\{x | x < 1 \text{ 且 } x \neq -1\}$

31. (2005·天津·理)设集合 $A=\{x | 4x-1 \geq 9, x \in R\}$, $B=\{x | \frac{x}{x+3} \geq 0, x \in R\}$, 则 $A \cap B=$ ()

A. $(-3, -2]$ B. $(-3, -2] \cup [0, \frac{5}{2}]$ C. $(-\infty, -3] \cup [\frac{3}{2}, +\infty)$ D. $(-\infty, -3) \cup [\frac{5}{2}, +\infty)$ 32. (2001·赣晋津·理)解关于 x 的不等式

$$\frac{x-a}{x-a^2} < 0 \quad (a \in \mathbb{R}).$$

五 简易逻辑(§1.6, §1.7, §1.8)

题型 1 命题、命题的真假

33. (2005·湖北)对任意实数 a, b, c , 给出下列命题:

①“ $a=b$ ”是“ $ac=bc$ ”充要条件; ②“ $a+5$ 是无理数”是“ a 是无理数”的充要条件 ③“ $a>b$ ”是“ $a^2>b^2$ ”的充分条件; ④“ $a<5$ ”是“ $a<3$ ”的必要条件. 其中真命题的个数是 ()

- A. 1 B. 2
C. 3 D. 4

34. (2004·天津·文)对任意实数 a, b, c 在下列命题中, 真命题是 ()

- A. “ $ac>bc$ ”是“ $a>b$ ”的必要条件
B. “ $ac=bc$ ”是“ $a=b$ ”的必要条件
C. “ $ac>bc$ ”是“ $a>b$ ”的充分条件
D. “ $ac=bc$ ”是“ $a=b$ ”的充分条件

题型 2 四种命题

35. (1989·全国)若 A 是 B 的必要不充分条件, 则 $\neg A$ 是 $\neg B$ 的_____.

题型 3 充分条件和必要条件

36. (2004春·上海)若非空集合 $M \subset N$, 则“ $a \in M$ 或 $a \in N$ ”是“ $a \in M \cap N$ ”的 ()

- A. 充分非必要条件
B. 必要非充分条件
C. 充要条件
D. 既非充分又非必要条件

37. (2005·福建·文)已知的 $p: a \neq 0, q: ab \neq 0$, 则 p 是 q 的 ()

- A. 充分不必要条件
B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

38. (2005·上海·文)条件甲:“ $a>1$ ”是条件乙:“ $a>\sqrt{a}$ ”的 ()

A. 既不充分也不必要条件

B. 充要条件

C. 充分不必要条件

D. 必要不充分条件

39. (2005·福建·理)已知 $p: |2x-3|<1, q: x(x-3)<0$, 则 p 是 q 的 ()

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

40. (2004·重庆·文)已知 p 是 r 的充分必要条件, s 是 r 的必要条件, q 是 s 的必要条件, 那么 p 是 q 成立的 ()

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

六 简易逻辑综合题

41. (2005·山东)设集合 A, B 是全集 U 的两个子集, 则 $A \subseteq B$ 是 $(C_U A) \cup B = U$ 的 ()

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

42. (2003·上海·理) $a_1, b_1, c_1, a_2, b_2, c_2$ 均为非零实数, 不等式 $a_1x^2 + b_1x + c_1 > 0$ 和 $a_2x^2 + b_2x + c_2 > 0$ 的解集分别为集合 M 和 N , 那么“ $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$ ”是“ $M=N$ ”的 ()

A. 充分非必要条件

B. 必要非充分条件

C. 充要条件

D. 既非充分又非必要条件

43. (2005·湖南·理)集合 $A = \{x \mid \frac{x-1}{x+1} < 0\}$, $B = \{x \mid |x-b| < a\}$, 若“ $a=1$ ”是“ $A \cap B \neq \emptyset$ ”的充分条件, 则 b 的取值范围是 ()

- A. $-2 \leq b \leq 0$ B. $0 < b \leq 2$
C. $-3 < b < -1$ D. $-1 \leq b < 2$

第二章 函数

一 函数(§ 2.1)

题型 1 有关映射的试题

1. (2000·赣津·理) 设集合 A 和 B 都是坐标平面上的点集 $\{(x, y) | x \in \mathbb{R}, y \in \mathbb{R}\}$, 映射 $f: A \rightarrow B$ 把集合 A 中的元素 (x, y) 映射成集合 B 中的元素 $(x+y, x-y)$, 则在映射 f 下, 象 $(2, 1)$ 的原象是()

- A. $(3, 1)$ B. $(\frac{3}{2}, \frac{1}{2})$
 C. $(\frac{3}{2}, -\frac{1}{2})$ D. $(1, 3)$

2. (2000·全国·理) 设集合 A 和 B 都是自然数集合 \mathbb{N} , 映射 $f: A \rightarrow B$ 把集合 A 中的元素 n 映射到集合 B 中的元素 $2^n + n$, 则在映射 f 下, 象 20 的原象是()

- A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

题型 2 解方程

3. (2003 春·全国) 若 $f(x) = \frac{x-1}{x}$, 则方程 $f(4x)=x$ 的根是()

- A. $\frac{1}{2}$ B. $-\frac{1}{2}$
 C. 2 D. -2

题型 3 求函数值

4. (2005·浙江·文) 设 $f(x) = |x-1| - |x|$, 则 $f[f(\frac{1}{2})] =$ ()

- A. $-\frac{1}{2}$ B. 0
 C. $\frac{1}{2}$ D. 1

5. (2004·重庆·文) 函数 $f(x) = \frac{x^2-1}{x^2+1}$, 则 $f(\frac{2}{3}) =$ ()

- A. 1 B. -1
 C. $\frac{3}{5}$ D. $-\frac{3}{5}$

6. (2005·浙江·理) 设 $f(x) = \begin{cases} |x-1|-2, & |x| \leq 1 \\ \frac{1}{1+x^2}, & |x| > 1 \end{cases}$ 则 $f[f(\frac{1}{2})] =$ ()

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{4}{13}$
 C. $-\frac{9}{5}$ D. $\frac{25}{41}$

7. (2003·北京) 某班 k 名同学都有选举权和被选举权, 他们的编号分别为 $1, 2, \dots, k$, 规定: 同意按“1”, 不同意(含弃权)按“0”, 令 $a_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{第 } i \text{ 号同学同意第 } j \text{ 号同学当选} \\ 0, & \text{第 } i \text{ 号同学不同意第 } j \text{ 号同学当选} \end{cases}$, 其中 $i=1, 2, \dots, k$, 且 $j=1, 2, \dots, k$, 则同时同意第 1, 2 号同学当选的人数为()

- A. $a_{11} + a_{12} + \dots + a_{1k} + a_{21} + a_{22} + \dots + a_{2k}$
 B. $a_{11} + a_{21} + \dots + a_{1k} + a_{12} + a_{22} + \dots + a_{k2}$
 C. $a_{11}a_{12} + a_{21}a_{22} + \dots + a_{1k}a_{k2}$
 D. $a_{11}a_{21} + a_{12}a_{22} + \dots + a_{1k}a_{k2}$

8. (2002·全国·理) 已知 $f(x) = \frac{x^2}{1+x^2}$, 那么 $f(1) + f(2) + f(\frac{1}{2}) + f(3) + f(\frac{1}{3}) + f(4) + f(\frac{1}{4}) =$ _____.

题型 4 求值域或最值

9. (2000·上海) 若集合 $S = \{y | y = 3x, x \in \mathbb{R}\}$, $T = \{y | y = x^2 - 1, x \in \mathbb{R}\}$, 则 $S \cap T$ 是()

- A. S B. T
 C. \emptyset D. 有限集

10. (2003 春·全国·理) 函数 $f(x) = \frac{1}{1-x(1-x)}$ 的最大值是()

- A. $\frac{4}{5}$ B. $\frac{5}{4}$
 C. $\frac{3}{4}$ D. $\frac{4}{3}$

11. (2004·北京) 函数 $f(x) = \begin{cases} x, & x \in P \\ -x, & x \in M \end{cases}$, 其中 P, M 为实数集 \mathbb{R} 的两个非空子集, 又规定 $f(P) = \{y | y = f(x), x \in P\}$, $f(M) = \{y | y = f(x), x \in M\}$, 给出下列四个判断:

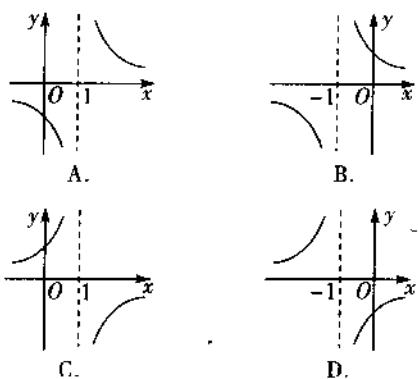
- ①若 $P \cap M = \emptyset$, 则 $f(P) \cap f(M) = \emptyset$
 ②若 $P \cap M \neq \emptyset$, 则 $f(P) \cap f(M) \neq \emptyset$
 ③若 $P \cup M = \mathbb{R}$, 则 $f(P) \cup f(M) = \mathbb{R}$

- ④若 $P \cup M \neq R$, 则 $f(P) \cup f(M) \neq R$
 其中正确判断有 ()
 A. 1个 B. 2个 C. 3个 D. 4个

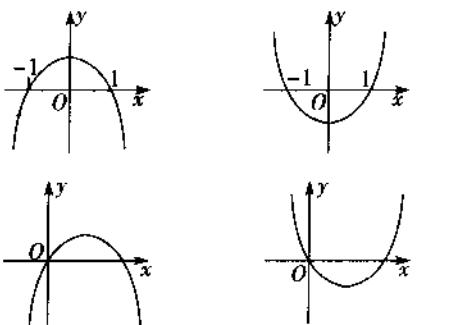
二 函数的表示法(§ 2.2)

题型 1 函数的图象

12. (2005·山东)函数 $y = \frac{1-x}{x}$ ($x \neq 0$) 的反函数的图象大致是 ()



13. (2005·全国·理)设 $b > 0$, 二次函数 $y = ax^2 + bx + a^2 - 1$ 的图象下列之一:



- 则 a 的值为 ()
 A. 1 B. -1
 C. $\frac{-1-\sqrt{5}}{2}$ D. $\frac{-1+\sqrt{5}}{2}$

14. (2004·全国)函数 $y = -e^x$ 的图象 ()
 A. 与 $y = e^x$ 的图象关于 y 轴对称
 B. 与 $y = e^x$ 的图象关于坐标原点对称
 C. 与 $y = e^{-x}$ 的图象关于 y 轴对称
 D. 与 $y = e^{-x}$ 的图象关于坐标原点对称

15. (1997·全国·文)设函数 $y = f(x)$ 定义在实数集上, 则函数 $y = f(x-1)$ 与 $y = f(1-x)$ 的图象关于 ()

- A. 直线 $y=0$ 对称 B. 直线 $x=0$ 对称
 C. 直线 $y=1$ 对称 D. 直线 $x=1$ 对称

题型 2 函数解析式

16. (2004·湖北·理)已知 $f(\frac{1-x}{1+x}) = \frac{1-x^2}{1+x^2}$, 则 $f(x)$ 的解析式可取为 ()
 A. $\frac{x}{1+x^2}$ B. $-\frac{2x}{1+x^2}$
 C. $\frac{2x}{1+x^2}$ D. $-\frac{x}{1+x^2}$

三 函数的单调性(§ 2.3)

题型 1 判断或证明函数的增减性

17. (2001·全国)设 $f(x)$ 、 $g(x)$ 都是单调函数, 有如下四个命题: ()

- ① 若 $f(x)$ 单调递增, $g(x)$ 单调递增, 则 $f(x) - g(x)$ 单调递增;
- ② 若 $f(x)$ 单调递增, $g(x)$ 单调递减, 则 $f(x) - g(x)$ 单调递增;
- ③ 若 $f(x)$ 单调递减, $g(x)$ 单调递增, 则 $f(x) - g(x)$ 单调递减;
- ④ 若 $f(x)$ 单调递减, $g(x)$ 单调递减, 则 $f(x) - g(x)$ 单调递减.

其中, 正确的命题是 ()

- A. ①③ B. ①④
 C. ②③ D. ②④

18. (2002·全国)函数 $y = x^2 + bx + c$ ($b \in [0, +\infty)$) 是单调函数的充要条件是 ()

- A. $b \geq 0$ B. $b \leq 0$
 C. $b > 0$ D. $b < 0$

19. (2005·辽宁)已知 $y = f(x)$ 是定义在 R 上的单调函数, 实数 $x_1 \neq x_2$, $\lambda \neq -1$, $\alpha = \frac{x_1 + \lambda x_2}{1 + \lambda}$, $\beta = \frac{x_2 + \lambda x_1}{1 + \lambda}$, 若 $|f(x_1) - f(x_2)| < |f(\alpha) - f(\beta)|$, 则 ()

- A. $\lambda < 0$ B. $\lambda = 0$
 C. $0 < \lambda < 1$ D. $\lambda \geq 1$

20. (2001春·京蒙徽)设函数 $f(x) = \frac{x+a}{x+b}$ ($a > b > 0$), 求 $f(x)$ 的单调区间, 并证明 $f(x)$ 在其单调区间上的单调性.

题型 2 求函数的单调区间

21. (2003 春·北京·文) 函数 $f(x)=|x|$ 和 $g(x)=x(2-x)$ 的递增区间依次是 ()

- A. $(-\infty, 0], (-\infty, 1]$
- B. $(-\infty, 0], [1, +\infty)$
- C. $[0, +\infty), (-\infty, 1]$
- D. $[0, +\infty), [1, +\infty)$

题型 3 函数单调性的应用

22. (2004·上海) 若函数 $f(x)=a|x-b|+2$ 在 $[0, +\infty)$ 上为增函数, 则实数 a, b 的取值范围是 _____.

四 反函数(§ 2.4)**题型 1 反函数概念和求法**

23. (2004·北京) 函数 $f(x)=x^2-2ax-3$ 在区间 $[1, 2]$ 上存在反函数的充分必要条件是 ()

- A. $a \in (-\infty, 1]$
- B. $a \in [2, +\infty)$
- C. $a \in [1, 2]$
- D. $a \in (-\infty, 1] \cup [2, +\infty)$

24. (2004·全国·文) 函数 $y=\frac{1}{x+5}$ ($x \neq -5$) 的反函数是 ()

- A. $y=\frac{1}{x}-5$ ($x \neq 0$)
- B. $y=x+5$ ($x \in \mathbb{R}$)
- C. $y=\frac{1}{x}+5$ ($x \neq 0$)
- D. $y=x-5$ ($x \in \mathbb{R}$)

25. (2004·全国) 函数 $y=\sqrt{x-1}+1$ ($x \geq 1$) 的反函数是 ()

- A. $y=x^2-2x+2$ ($x < 1$)
- B. $y=x^2-2x+2$ ($x \geq 1$)
- C. $y=x^2-2x$ ($x < 1$)
- D. $y=x^2-2x$ ($x \geq 1$)

26. (2005·全国·文) $y=\sqrt{2x-x^2}$ ($1 \leq x \leq 2$) 的反函数是 ()

- A. $y=1+\sqrt{1-x^2}$ ($-1 \leq x \leq 1$)
- B. $y=1+\sqrt{1-x^2}$ ($0 \leq x \leq 1$)
- C. $y=1-\sqrt{1-x^2}$ ($-1 \leq x \leq 1$)
- D. $y=1-\sqrt{1-x^2}$ ($0 \leq x \leq 1$)

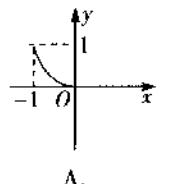
27. (2005·浙江·理) 函数 $y=\frac{x}{x+2}$ ($x \in \mathbb{R}$, 且 $x \neq -2$) 的反函数是 _____.

题型 2 反函数的应用

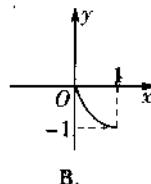
29. (1999·全国) 若函数 $y=f(x)$ 的反函数是 $y=g(x)$, $f(a)=b$, $ab \neq 0$, 则 $g(b)$ 等于 ()

- A. a
- B. a^{-1}
- C. b
- D. b^{-1}

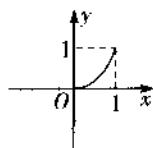
30. (1994·全国) 设函数 $f(x)=1-\sqrt{1-x^2}$ ($-1 \leq x \leq 0$), 则函数 $y=f^{-1}(x)$ 的图象是 ()



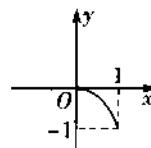
A.



B.



C.



D.

31. (2002·全国·文) 函数 $y=\frac{2x}{1+x}$ ($x \in (-1, +\infty)$) 图象与其反函数图象的交点为 _____.

32. (2002·上海) 已知函数 $y=f(x)$ (定义域为 D , 值域为 A) 有反函数 $y=f^{-1}(x)$, 则方程 $f(x)=0$ 有解 $x=a$, 且 $f(x)>x$ ($x \in D$) 的充要条件是 $y=f^{-1}(x)$ 满足 _____.

33. (2005·湖南·理) 设函数 $f(x)$ 的图象关于点 $(1, 2)$ 对称, 且存在反函数 $f^{-1}(x)$, $f(4)=0$, 则 $f^{-1}(4)=$ _____.

五 指数与指数函数(§ 2.5, § 2.6)

34. (1994·全国) 某种细菌在培养过程中, 每 20 分钟分裂一次 (一个分裂为两个). 经过 3 小时, 这种细菌由 1 个可繁殖成 ()

- A. 511 个
- B. 512 个
- C. 1023 个
- D. 1024 个

35. (2001 春·京蒙徽) 函数 $f(x)=a^x$ ($a>0$ 且 $a \neq 1$) 对于任意的实数 x, y 都有 ()

- A. $f(xy)=f(x)f(y)$
- B. $f(xy)=f(x)+f(y)$
- C. $f(x+y)=f(x)f(y)$
- D. $f(x+y)=f(x)+f(y)$

36. (2005·福建) 函数 $f(x)=a^{-b}$ 的图象如图, 其中 a 、 b 为常数, 则下列结论正确的是 ()

- A. $a>1, b<0$
- B. $a>1, b>0$

