

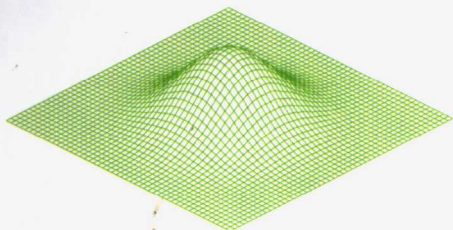
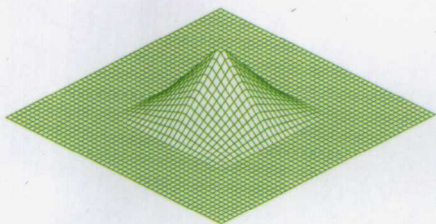
西北工业大学专著出版基金资助项目



无网格法 及其应用

MESHFREE METHODS
AND THEIR APPLICATIONS

刘更 刘天祥 谢琴 著



西北工业大学出版社

西北工业大学专著出版基金资助项目

无网格法及其应用

刘 更 刘天祥 谢 琴 著

西北工业大学出版社

【内容简介】 全书共分9章。介绍了无网格法的产生、发展及研究动态,阐述了无网格法的近似函数、权函数及有关问题的处理等基本知识。给出了无网格伽辽金方法、再生核粒子方法、光滑粒子动力学方法、单元分解法及多尺度再生核粒子法等无网格法的数学模型、实现过程及数值算例,研究了无网格法与其他方法耦合的基本原理和实现过程,最后论述了无网格法在接触问题和微/纳米领域中的应用。附录中给出了用 Fortran 语言编写的无网格伽辽金方法和无网格伽辽金-有限元耦合方法的两套完整的计算程序,将有利于读者尽快掌握无网格法的程序实现,并在此基础上应用该方法解决工程实际问题。

本书可作为机械工程、力学与土木、航空航天、计算数学等专业本科高年级学生和研究生的教材,也可作为上述专业工程技术人员和教师的参考书。

图书在版编目(CIP)数据

无网格法及其应用/刘更,刘天祥,谢琴著. —西安:西北工业大学出版社,2005.9

ISBN 7-5612-1991-1

I. 无… II. ①刘… ②刘… ③谢… III. 计算力学—高等学校—教材 IV. 0302

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2005)第 096216 号

出版发行:西北工业大学出版社

通信地址:西安市友谊西路 127 号 邮编:710072

电 话:029-88493844 88491757

网 址:www.nwpup.com

印 刷 者:陕西向阳印务有限公司

开 本:850 mm×1 168 mm 1/32

印 张:13.75

字 数:335 千字

版 次:2005 年 10 月第 1 版 2005 年 10 月第 1 次印刷

定 价:20.00 元



作者简介

刘 更 1982年毕业于西北工业大学机械设计专业，1994年于西安交通大学获博士学位。现为西北工业大学机电学院教授、博士生导师；中美联合工程设计仿真研究所所长，中国机械工程学会机械设计分会理事，全国现代设计与方法委员会理事，西安市科技进步奖评审专家组成员等。主要从事机械动力学、动态设计与仿真和接触力学等方向的研究。获国家和省部级科技进步奖6项，在国内外学术刊物上发表论文90余篇，其中SCI和EI收录30余篇，并被SCI他人引用30余次。独立撰写专著《结构动力学有限元程序设计》一部。1997—1999年在美国西北大学摩擦学及表面工程中心等作高级访问学者。获国家政府特殊津贴和光华基金三等奖，被评为航空工业总公司“做出突出成绩的中国博士学位获得者”、“航空工业总公司优秀青年教师”和陕西省“三五”人才等。



作者简介

刘天祥 2002年毕业于西北工业大学机械设计及理论专业，获工学硕士学位，现为在读博士研究生。完成的硕士学位论文“二维弹塑性接触问题的无网格伽辽金有限元耦合方法研究”被评为西北工业大学2002届优秀硕士学位论文一等奖。已撰写论文10余篇，其中多篇文章被 ASME Journal of Tribology、机械工程学报、中国机械工程等国内外刊物录用发表。



作者简介

谢琴 1995年毕业于西北工业大学机械设计及制造专业，2002年获工学硕士学位，西北工业大学机电学院讲师，在职博士研究生。主要从事机械动力学、摩擦学、接触力学和数值计算方法研究。分别主持陕西省自然科学基金和西北工业大学青年教师创新基金等。

序 言

无网格法起源于 20 世纪 70 年代 Lucy 提出的“smoothed particle hydrodynamics”方法(1977 年),到 80 年代后期引起了计算力学专家的重视,是近 10 多年计算力学领域最活跃的研究分支之一。经过 10 多年的发展,已经形成了多种方法形态的具有不同功效的无网格法。由于无网格法回避了有限元计算中网格畸变带来的困难,并且容易局部地嵌入与主体数学物理模型相关联的其他计算模型,使得它在解决裂纹扩展、冲击破坏、材料失效、局部相变、局部大变形与失稳,以及多尺度模型耦合等问题方面显示出了越来越大的潜力。

无网格法的基本思想是在求解区域上任意设置有限个结点,采用结点权函数(或核函数)来表征结点及其邻域内的物理和力学量,即利用结点权函数近似地表示其影响域内的位移函数和物理场函数,进而形成与结点位移和结点物理场相关的系统刚度方程,进行求解。无网格法与有限元法和有限差分法的根本区别在于它免除了定义在求解区域上的网格结构,不受网格约束,可以方便地在求解域内增加和减少结点,从而可以极大地改善局部区域内的求解精度。无网格法的创立和发展对于求解传统的有限元法、有限差分法等不易或无法解决的复杂的科学和工程问题具有重要的理论意义和广泛的应用价值。

本书是作者在总结自己在无网格法及其应用方面研究工作的基础上,通过全面收集国际上最新的研究进展,经过系统整理编著而成的。作者在书中系统地论述了无网格法的基础知识,重点叙

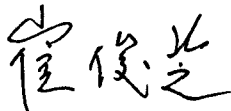
述了无网格法发展和工程应用中比较重要的方法形态,诸如无网格伽辽金方法、再生核粒子方法、光滑粒子动力学方法、单元分解法、多尺度再生核粒子法以及微/纳米尺度的无网格法等数学模型、实现过程及数值算例,给出了无网格法与其他方法耦合的基本框架及上述无网格法的工程应用。每章都列出了重要参考文献,有利于读者深入学习和研究。本书取材新颖,内容系统。

本书的另一个重要特色在于理论、方法和程序、应用相结合,作者在附录中分别给出了用 Fortran 语言编写的无网格伽辽金方法和无网格伽辽金-有限元耦合方法的两套计算源程序及其程序结构和变量说明。通过算例详细讲述了程序的使用方法,极大地方便了读者掌握无网格法的程序实现,有利于读者快速应用无网格法解决实际的科学和工程问题。

本书可以作为“无网格法及其应用”课程的研究生教材,对于从事无网格法及其应用研究的科学工作者、工程技术专家也具有重要的参考价值。

因此,笔者强烈推荐并祝贺本书出版。

中国工程院院士



2005年5月

前 言

作为 20 世纪建立的最有效的工程数值分析工具,有限元法不仅自身理论得到了迅猛发展,而且几乎被应用于所有可被简化为场(如固体场、流场、电场、磁场以及各耦合场)的各个工程领域中,解决了大量重大工程科学问题。但是,有限元方法在解决冲击裂纹扩展、材料破坏及失效、材料相变、腐蚀和渗透,以及大变形等问题时遇到了越来越大的困难。

虽然,无网格法思想在 20 世纪 70 年代就已经提出,但对该方法的研究进展一直比较缓慢。随着需要揭示、解决的科学问题越来越复杂,近 10 多年来无网格法得到了世界各国相关科学家的极大重视,进行了一系列深入系统的研究,解决了一些用传统有限元法等数值方法不易或无法求解的工程技术问题,成为当前数值分析研究的热点。在 2004 年第六届国际计算力学大会上,无网格法及其相关研究的论文成为最引人注目的焦点之一。

本书第一作者在美国西北大学进行访问研究期间接触到了无网格法,基于多年有限元法及应用的研究经历,作者被无网格法中无需网格(单元)信息这一特点所吸引。1999 年回国后,即带领课题组对该方法展开研究。期间,阅读了大量相关文献,对无网格法及其耦合方法进行了深入研究,完成了从理论公式到程序实现的关键步骤,并应用于有关工程科学问题中。

全书共 9 章。系统阐述了无网格法的基本理论和有关应用。在附录 B 中给出的无网格伽辽金方法和无网格伽辽金-有限元耦合方法的两套完整的计算程序,使读者尽快掌握无网格法的程序

实现,并在此基础上应用该方法解决工程实际问题。本书撰写历时三年多,广泛参考了国内外相关的有代表性论著和作者从事该项研究的成果。对于他人的工作,书中在引用时已做了标注,在此向各位作者表示感谢。

非常感谢中国科学院计算数学与科学工程计算所崔俊芝院士、美国西北大学 Wing Kam Liu 教授和 Qian Jane Wang 教授,他们为本书提供了有关的最新成果,并对作者的研究工作给予了极大鼓励和帮助,使作者受益匪浅。在本书初稿完成后,崔俊芝院士和李玉龙教授仔细审阅了全书,提出了许多宝贵意见,尤其是崔俊芝院士在百忙之中亲自为本书作序,在此表示深深的谢意。

本书的研究工作先后得到了国家自然科学基金、教育部优秀青年教师资助计划、教育部留学人员回国启动基金、高等学校博士点专项基金、教育部重点实验室访问学者基金、陕西省自然科学基金和西北工业大学博士论文创新基金等项目的资助。工程设计与仿真研究所研究生张征、万晓峰、刘鹏、陈建辉、佟瑞庭、曾泉人、朱世俊等为本书做出了有益贡献。作者在此表示衷心感谢。

特别感谢西北工业大学专著出版基金对本书顺利出版给予的资助。

受专业和水平所限,书中在取材和论述中难免有疏漏和错误之处,敬请读者提出宝贵意见。

作者
2005年5月

目 录

第一章 绪论	1
1.1 无网格法的产生、主要分类及发展.....	1
1.2 无网格法和有限元法	6
1.3 本书主要内容	8
参考文献.....	9
第二章 基础理论	15
2.1 弹性力学基本知识.....	15
2.2 张量分析.....	27
2.3 变分原理.....	40
参考文献	47
第三章 无网格法的基本知识	48
3.1 无网格法的基本近似.....	48
3.2 权函数.....	51
3.3 无网格法的数值积分.....	54
3.4 不连续问题中权函数及近似函数的处理.....	57
3.5 边界条件的处理.....	61
参考文献	62

第四章 无网格伽辽金方法	64
4.1 近似函数及权函数的具体描述	65
4.2 数值实现	68
4.3 EFG 修正变分法	70
4.4 自适应 EFG 方法	72
4.5 算例及讨论	75
4.6 工程应用	80
参考文献	90
第五章 再生核粒子方法	92
5.1 再生核形函数	92
5.2 多维 RKPM 方法形函数	98
5.3 位移边界条件的实现	99
5.4 改进的 RKPM 方法	100
5.5 非线性 RKPM 方法	116
5.6 数值实现	129
5.7 算例及应用	133
5.8 RKPM 方法的发展状况和方向	142
参考文献	144
第六章 其他无网格法	149
6.1 光滑粒子动力学方法	149
6.2 单元分解方法	165
6.3 多尺度再生核粒子方法	180
参考文献	195

第七章 无网格法与其他数值方法的耦合	203
7.1 无网格伽辽金方法与有限元法的耦合	203
7.2 无网格法与边界元法的耦合	218
参考文献	226
第八章 接触问题中的 EFG-FE 耦合方法	228
8.1 接触问题概述	228
8.2 求解接触问题的 EFG-FE-增量线性规划法	230
8.3 一般弹塑性问题的解法	233
8.4 弹塑性接触问题解法	241
8.5 接触问题无网格计算中合理参数的选择	243
8.6 弹塑性接触问题算例	248
8.7 真实粗糙表面的弹塑性接触问题	252
参考文献	253
第九章 微/纳米尺度的无网格法	254
9.1 微/纳米尺度问题的数值计算方法	254
9.2 无网格法求解碳纳米管力学问题	272
9.3 微/纳米黏着接触问题的无网格法	275
参考文献	288
附录	296
附录 A	296
参考文献	320
附录 B	321

第一章 绪 论

1.1 无网格法的产生、主要分类及发展

有限元法是 20 世纪工程数值分析领域中建立的最重要的计算方法,解决了大量重大科学和工程问题。随着时代的发展,有限元法遇到了越来越大的挑战。对许多不连续问题,如动态裂纹扩展、材料破坏及失效、材料相变、腐蚀和渗透,以及大变形等,采用有限元法解决都是有困难的,因为它需要在计算过程中不断地重新划分网格,这必然使计算量加大,精确度降低。

无网格法(Meshless Methods)^[1~6]为有效地解决以上问题带来了希望。其基本思想是将有限元法中的网格结构去除,完全代之以一系列的结点排列,如图 1.1 所示,采用一种与权函数(或核函数)有关的近似,用权函数来表征结点信息。某个域上的结点可以影响研究对象上任何一点的力学特性。这样,摆脱了不连续性对问题的束缚(如网格的重构等),保证了求解的精度。

无网格法起源于 20 世纪 70 年代。Lucy^[7]在解决无边界天体物理问题时,运用了光滑粒子动力学(Smoothed Particle Hydrodynamic, 简称为 SPH)方法。Monaghan^[8~10]在对 SPH 方法深入研究后,将其解释为核(kernel)近似方法。Swegle 等^[11]指出了 SPH 方法不稳定的原因,并提出了一个黏度系数来保证其运算稳定。Dyka^[12]则提出了应力粒子法来改善其稳定性。Johnson 和 Beissel^[13]提出了改善其应力计算的方法。SPH 方法在解决一些复杂问题如流体力学、爆炸力学等问题时具有其他数值方法如有

限元法无法比拟的优点。进一步的研究,修正光滑粒子动力学(Corrected Smoothed Particle Hydrodynamics)方法^[14]、规则光滑粒子动力学(Regularized Smoothed Particle Hydrodynamics)方法^[15,16]、B样条有限元插值的SPH方法^[17]等的提出改善了该方法的计算精度和稳定性,并解决了磁流体动力学(Magneto Hydro Dynamics, 简称为MHD)振动、拉伸和压缩的材料动力学稳定性^[18]、弹性波^[19]和弹丸侵入混凝土^[20]等问题。

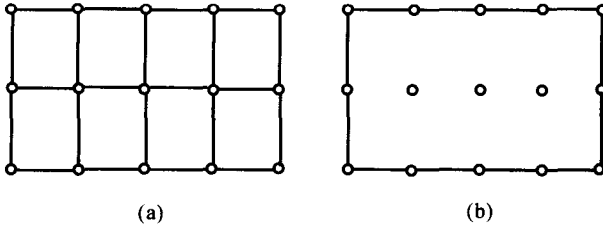


图 1.1 有限元法与无网格法求解域离散对比
(a) 有限元法求解域离散; (b) 无网格法求解域离散

SPH 方法存在两个缺陷。其一,对于非均匀布置的粒子不满足线性一致性条件,即使对于均匀布置的粒子在边界处亦不满足线性一致性条件。一致性条件的丧失使得其在边界处变得很不稳定。其二,由于在控制方程变分形式的数值积分中采用了梯形积分,所以当总粒子数目相对较少时,计算精度降低。为了克服 SPH 方法的不足,Liu 等^[21]在 1995 年提出再生核粒子方法(Reproducing Kernel Particle Method, 简称为 RKPM)。RKPM 也是一种基于核近似的无网格法,它通过引入修正函数施加再生条件和采用高斯积分,使边界上一致性条件得到满足并提高了求解精度。再生核粒子方法不仅解决了 SPH 方法在边界条件上的不一致性,而且完全消除了 SPH 方法的张力不稳定性(tensile instability)。RKPM 在结构动力学^[22]、大变形^[23]、流体动力学^[24]

等许多领域均有广泛的应用。

除了基于核近似的无网格法,人们从另一角度提出了采用移动最小二乘(Moving Least-square, 简称为 MLS)近似的无网格法。Nayroles 等^[25]首先在一种称为扩散元素(Diffuse Element)的伽辽金(Galerkin)方法中采用了 MLS 近似。在此之前,Lancaster 等^[26],Mclain^[27],Gordon 等^[28]和 Barnhill 等^[29]对 MLS 进行了较全面的研究。MLS 近似函数是一种光滑的能与各取样点的值达到最佳近似的函数。1994 年,Belytschko 等提出了采用 MLS 近似函数的新方法,称为无网格伽辽金(Element-free Galerkin Method, 简称为 EFG)方法^[30]。目前,EFG 方法已被广泛应用于工程力学的许多领域^[30~36],如二维和三维裂纹扩展动态模拟、三维弹性和弹塑性材料变形、不连续材料的断裂和多相多孔介质渗透模拟等。研究表明,EFG 方法计算稳定、精度较高,是无网格法中较为成熟的一种方法。另外,Liu 等^[37]也利用 MLS 近似提出了移动最小二乘再生核(Moving Least-square Reproducing Kernel)方法,建立了较完善的理论基础。

事实上,以上两种近似路线可以归结为一种称为单元分解(Partition of Unity, 简称为 PU)方法的特例,这是由 Duarte 和 Oden^[38]及 Babuška 和 Melenk^[39]提出的。这无疑提供了一种强有力的求解工具。Li 和 Liu^[40,41]也对这类方法进行了研究,提出了再生核递阶单元分解(Reproducing Kernel Hierarchical Partition of Unity)方法。这是应用递阶(Hierarchical)基的无网格法,是对 MLS 插值函数和再生核插值的进一步扩展。它是在原 MLS 近似的基础上,加入了小波函数,提高了大规模运算的效率。

近来,多尺度科学及多尺度方法的发展使无网格法有了新的发展方向。多尺度方法是一项基于不同尺度连接的新技术^[42],其考虑了空间和时间的跨尺度与跨层次现象,并将相关尺度耦合。多尺度方法是求解各种复杂的科学技术和工程问题的重要方法,

对于解决与尺度相关的各种不连续问题、复合材料和异构材料的性能模拟问题以及考虑材料微/纳观力学特性、材料晶格位错、剪切等问题时较为有用。Liu 等^[43~44]首先将小波与 RKPM 相结合,对小波变换与 RKPM 之间的关系进行了较全面、理论性的研究,提出了多尺度再生核粒子方法 (Multi-scale Reproducing Kernel Particle Method, 简称为 Multi-scale RKPM)^[45,46],并对其收敛性作了研究。在应用方面,多尺度 RKPM 自适应计算方法被用于求解结构声学问题^[47,48]、大变形问题^[49]、计算流体力学问题^[50]、微/纳米尺度问题^[51]、大变形断裂和破坏问题^[52]以及剪切带问题等。

无网格法还可以从许多不同的角度进行构造。Perrone, Kao^[53]和 Liszka, Orkisz^[54]提出了从有限差分法发展而来的方法,刘桂荣提出了无网格点插值法^[55],张雄等建立了伽辽金无网格配点法^[56],Zhu^[57]提出了边界积分的无网格法等。

无网格法就目前来说,仍没有有限元法发展得那么快。而且,大规模地使用无网格法将大大增加计算时间。因此通常只需要在那些不连续、大变形或应力集中区域使用无网格法进行离散,如冲击区域、裂纹扩展区域、大变形区域等,其余区域仍然可采用其他数值方法,如有限元法。这种耦合既可提高运算的精确度,也可提高运算效率。Belytschko 等^[58]将 EFG 方法与有限元法相耦合,通过给出一个 EFG 方法与有限元法结合的调和方程,把两种方法耦合到一起。这不仅减小了运算量,提高了效率,而且消除了无网格法处理边界条件的局限性。但这一方法在交界面上的形函数比较复杂。刘天祥等^[59~61]在深入研究 EFG-FE 耦合方法的基础上,将该方法应用于接触问题中。此外,耦合方法还有可根据需要自动地在有限元法和无网格法之间切换的自适应耦合方法^[62]、其他无网格法与有限元耦合方法^[63~65],以及与边界元法耦合方法^[66]等。

基于无网格法的三大发展阶段,产生了一系列分支,主要有:

- (1)光滑粒子动力学方法(Smooth Particle Hydrodynamics Method);
- (2)扩散元素方法(Diffuse Element Method);
- (3)无网格伽辽金方法(Element-free Galerkin Method);
- (4)再生核粒子方法(Reproducing Kernel Particle Method);
- (5)单元分解方法(Partition of Unity Method);
- (6)有限点方法(Finite Pointset Method);
- (7)局部彼得罗夫-伽辽金方法(Local Petrov-Galerkin Method);
- (8)多尺度无网格法(Multi-scale Meshless Methods)。

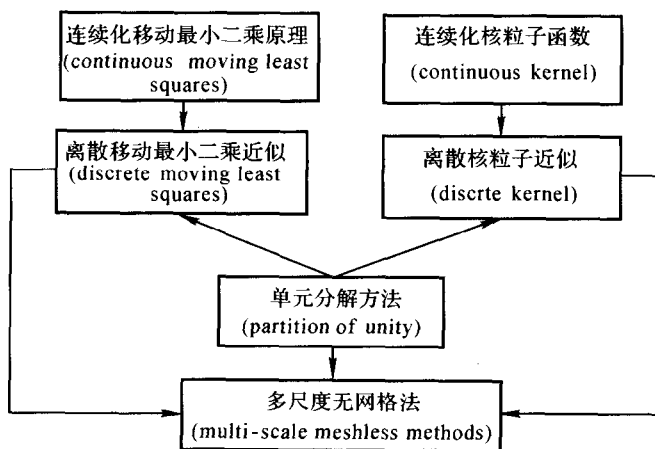


图 1.2 各类无网格法的发展状况及相互关系

正如前面所说,无网格法的发展经历了三大阶段。即第一阶段的基于核近似的方法,第二阶段的基于MLS近似的伽辽金方法,以及第三阶段的单元分解方法。以上三类方法是在不同问题的基础上提出来的,它们对求解不同的工程问题有各不相同的适