

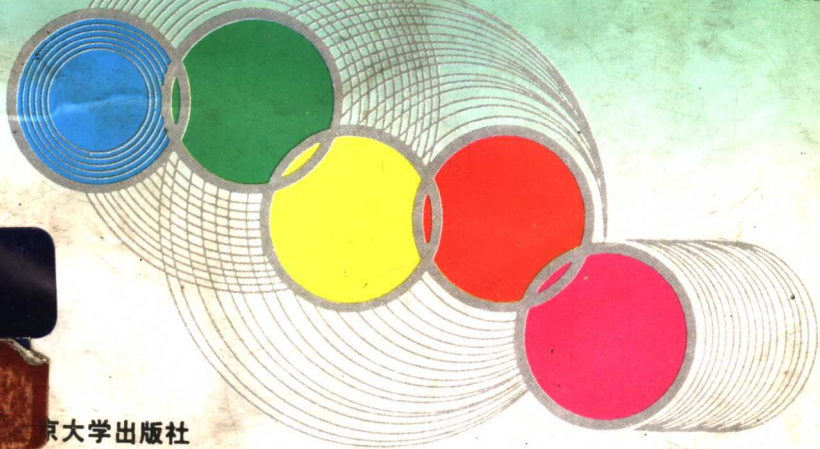


单墀 主编

数学

奥林匹克

小学版新版
启蒙篇



清华大学出版社



北京大学出版社

ISBN 7-301-01984-X/G · 133

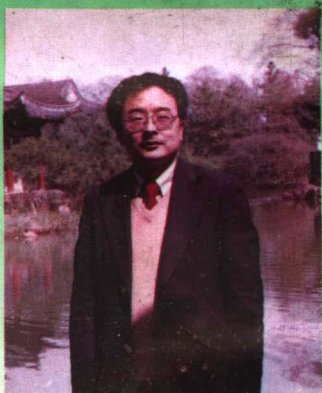
定价: 9.00 元

单增, 1964 年大学毕业
后在南京某中学任教。1978
年进入中国科技大学深造,
师从著名数学家王元教授,
成为我国首批博士。现任南
京师范大学数学系系主任。

单增教授在数学领域的
初等数论、解析数论和组合
数学研究方面, 都取得了令
人瞩目的成果, 发表了许多
具有较高水平的研究论文。

难能可贵的是, 单增教
授花费了很多时间和精力, 从事数学普及工作。他经常为
喜爱数学的各地青少年作精彩的辅导讲座, 并编著了一批
高水平的普及读物, 受到我国青少年数学爱好者的爱
戴。自 1985 年我国参加一年一度的国际数学奥林匹克以
来, 他 5 次被聘为国家集训队教练, 曾担任过数学奥林匹
克国家教练组组长、国家队副领队、领队。

单增教授以他出色的工作受到了人们的敬重。他是
全国优秀教师, 国家级有突出贡献的中青年专家。



数学奥林匹克

小学版新版·启蒙篇

单 增 主编
孙瑞清 编撰

北京 大学出版社

数学奥林匹克

小学版新版·启蒙篇

单 增 主编

孙瑞清 编撰

责任编辑:王明舟

*

北京大学出版社出版发行

(北京大学校内)

北京大学印刷厂印刷

新华书店经售

*

787×1092 毫米 32 开本 10.125 印张 228 千字

1992 年 9 月第一版 1998 年 2 月第十次印刷

ISBN 7-301-01984-X/G · 133

定价:9.00 元

凡北大出版社出版的图书,发现漏页、错页,

本社一律负责退换。本社邮编:100871

《数学奥林匹克》系列图书编委会

顾 问(按姓氏笔划为序)

丁石孙 王 元 王梓坤 龚 升

主 编 单 墀

副主编 孙瑞清 熊 斌 刘鸿坤

编 委(按姓氏笔划为序)

王明舟 孙维刚 刘亚强 陈 计

余红兵 严镇军 苏 淳 胡大同

钱展望 陶晓永 曹鸿德 葛 军

傅敬良

序

数学竞赛在我国普遍开展，成绩斐然。不少出版社出版了与竞赛有关的图书，起到良好的推动作用。北京大学出版社出版的这套《数学奥林匹克系列图书》就是其中的一种，它能受到广大读者的欢迎我们非常高兴。

这是我国出版的第一套数学竞赛的系列图书。系列中有高中册，也有初中册与小学册；有普及，也有提高；有最新的资料，也有经过系统整理的题解辞典。目前已出16册，近两年内还将推出10多册。各地奥林匹克学校采用，普遍反映效果很好。一个突出的例子是国家教委所办的理科实验班使用这套图书，每年都为参加国际数学奥林匹克的我国国家集训队、国家代表队输送约 $2/3$ 的队员。第33届IMO中各国得分最低的第五道题，早已载入这套图书，我国五名队员（四名是理科班学生）获得满分。

根据各地提出的意见与建议，这套图书作了不少改进，小学册与初中册均出了新版，并编写了高中版。新版致力于“浅”（即深入浅出）、“趣”（生动有趣）。注意普及，面向广大中小学生，避免过深、过难；注意教学原则的运用，循序渐进，适当重复；注意数学思想的启蒙与打好扎实的基础。我们相信这对于发展智力，对于参加竞赛，对于升学考试均有益处。

系列的另一个特点是“新”。有不少新鲜的资料，如《第31届国家集训队资料》、《第31届国际数学竞赛预选题》、《苏联数

学奥林匹克试题汇编》、《美国数学竞赛试题汇编》等都及时整理推出。这套系列中，有关国际竞赛的若干册，可以说代表了当前竞赛的最高水平。这些属于提高的分册，已成为我国集训队人人必备的材料。

除“浅”、“趣”、“新”等特点外，我们还尽力做到“准”，即科学性方面没有错误。各册作者与编者为此付出不少心血，但由于水平与时间等原因，错误与不妥之处仍难完全避免，敬请广大读者不吝指正。

参加编写工作的有教育家，高级教练及有丰富实践经验的中学教师，更有著名数学家丁石孙、王元、王梓坤、龚升诸位先生担任顾问，保证了这套系列图书的质量。

北京大学出版社，重视社会效益，以最快的速度出版这套系列图书，我们表示衷心地感谢。

单 博

1992年9月

编辑说明

数学奥林匹克事业在中国大地迅猛发展,并得到了党和政府的大力扶持,各级教育行政部门及社会各界也都积极支持这项事业,为中国在国际竞赛中取得优异成绩提供了强有力的保证。

但是,我国正式参加国际竞赛的时间较短,与长期普遍开展这一活动的国家相比,在一些方面还有差距,特别是高水平的基层教练人员不多,可供培训使用的科学性、系统性、针对性都较强的材料贫乏,这些已成为阻碍我国数学竞赛向更高层次、更广范围发展的重要因素。基于此,北京大学出版社从1988年开始,着手组织编写了一套供小学学生到高中学生使用的《数学奥林匹克》系列图书,著名数学家丁石孙、王元、王梓坤、龚升诸先生任顾问,在国内外享有盛誉的数学奥林匹克专家、前国家教练组组长、第31届国际数学竞赛中国国家队领队兼主教练单墀教授任主编,编委及主要作者均为在国内外有一定影响的数学奥林匹克专家。

《数学奥林匹克》系列图书包括三个部分:从小学到高中的培训教材、国内外高水平竞赛材料、国家集训队集训资料;在近期内还将出版竞赛题解辞典。本系列图书自正式出版发行以来,行销全国各地,普遍反映效果很好。国家教委理科实验班及国家集训队、国家代表队都将本系列中的部分图书作为主要培训材料之一。在此,北京大学出版社及系列图书编委会向广大新老读者表示衷心的感谢!

根据各地读者提供的意见与建议,我们在继续及时出版有关国内外竞赛材料的同时,重新组织编写了小学版、初中版、高中版。新版广泛吸取了读者的建议,熔入了国内外各级竞赛的最新材料,特别参照国家教委新颁教学大纲,有层次,有梯度,有特点,旨在使程度不同的学生都可以学有所获。

小学版新版由单增教授主编,写作提纲由编委会讨论并征求了部分专家、中小学教师及学生的意见。《启蒙篇》由北京市奥林匹克学校副校长孙瑞清副教授撰写,《基础篇》由北京市数学奥林匹克学校总教练、高级教练员、特级教师胡大同及葛军、傅敬良撰写,《提高篇》由武钢三中特级教师、武汉市数学会竞赛委员会主任、高级教练员钱展望撰写。全书由主编单增教授审定。

为了使这套图书更好地发挥作用,热忱希望读者朋友及社会各界人士提出改进意见。

北京大学出版社将一如既往地 为数学奥林匹克事业服务,为振兴中国的数学尽我们的力量。

最后,再次向读者朋友表示衷心的感谢!

1992年9月

目 录

序	(1)
编辑说明	(3)
第一讲 想想、画画、算算	(1)
第二讲 数线段	(11)
第三讲 图形中的计数	(20)
第四讲 高斯的故事	(28)
第五讲 火柴棍游戏	(35)
自测题一	(46)
第六讲 一笔画	(48)
第七讲 最短线路	(57)
第八讲 图形中的点和数	(65)
第九讲 是与非	(74)
第十讲 奇与偶	(81)
自测题二	(88)
第十一讲 分割与拼补	(90)
第十二讲 植树与队列	(99)
第十三讲 格点与面积	(107)
第十四讲 观察与猜想	(115)
第十五讲 智巧问题	(125)
自测题三	(132)

第十六讲	数字谜	(134)
第十七讲	有趣的数阵图	(142)
第十八讲	对称图形	(152)
第十九讲	推理问题	(162)
第二十讲	顺序与搭配	(168)
自测题四		(175)
第二十一讲	最大与最小	(177)
第二十二讲	逆推与图示	(185)
第二十三讲	求等式中的未知数	(192)
第二十四讲	部分与整体	(199)
第二十五讲	方格纸上的点和数	(208)
自测题五		(217)
第二十六讲	除法与余数	(218)
第二十七讲	简单的测量	(225)
第二十八讲	从平面看立体	(233)
第二十九讲	几个趣题	(245)
第三十讲	二进制	(255)
自测题六		(263)
复习题		(264)
习题、自测题、复习题答案		(276)

第一讲 想想、画画、算算

同学们要学好数学，既要善于动脑筋仔细地思考，又要善于动手画画算算。因此，怎么看图，怎么看数，怎样想问题的解答，这些都是特别重要的。

例1 在下列两组图中，按前面两个图的规律，在第三个图的空白处，填一个合适的图形。

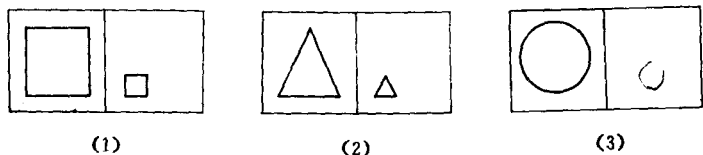


图 1-1

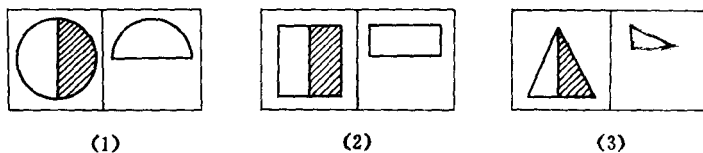


图 1-2

分析与解 先看图1-1。(1)中左边是一个正方形，右边也是一个正方形，只是左边的正方形画得大，右边的正方形画得小；(2)中左边是个三角形，右边也是个三角形，只是左边的三角形大，右边的三角形小。因此，照这个规律，

(3)中右边空格里应该画一个小圆圈。请同学们自己动手画上。

再看图1-2。(1)中左边的圆一半黑一半白，右边的图形是半个圆，而且是左边的半个白圆，它可以看成是左边的半个白圆经过旋转而得到的；同样(2)中左边的正方形是一半黑一半白，右边的小长方形是由左边的一半白正方形经过旋转而得到的。因此，照这个规律，(3)中空白处应填上一个不带颜色的小三角形，如图1-3所示。

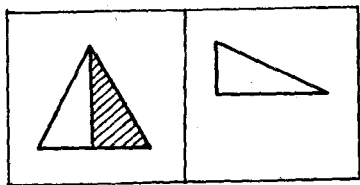


图 1-3

如果有的同学得到下面的解答(图1-4)，你说对吗？如果对，它是按什么规律想出的？

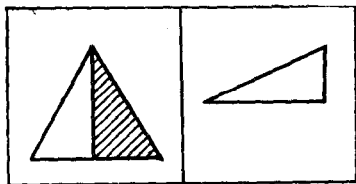


图 1-4

例2 按顺序观察图1-5和图1-6中每一个图形的变化规律，然后照这个规律在空格中画出应该画的图形。

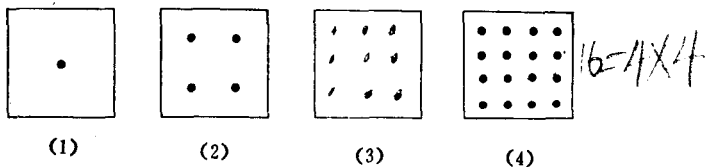


图 1-5

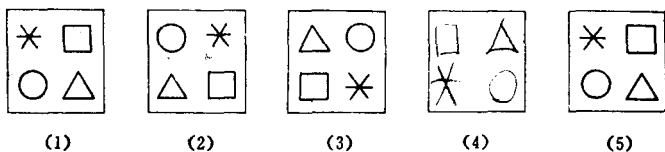


图 1-6

一般地说，在观察图形时，如果按照下面的要点进行分析，就容易得到正确的解答。这些要点是：

- ① 看图形中形状的变化；
- ② 看图形中大小的变化；
- ③ 看图形中位置与方向上的变化；
- ④ 看图形中数量的变化；
- ⑤ 看前想后，看左想右。

解 图1-5中(3)的解答应是图1-7；图1-6中(4)的解答应是图1-8。

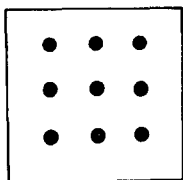


图 1-7

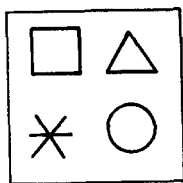


图 1-8

问题1 图1-9中的(7)应怎样画？

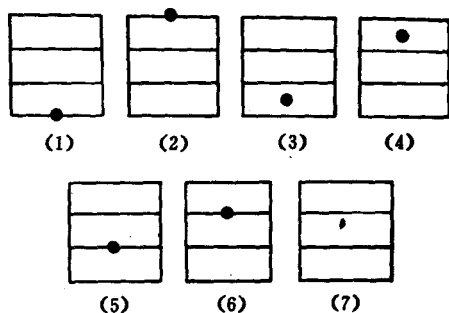


图 1-9

问题2 图1-10的四组图中，每一组都有两个是相同的，你能迅速、准确地把它们挑出来吗？

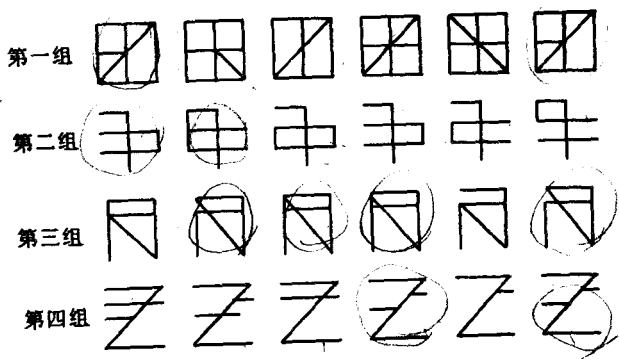


图 1-10

上面我们初步观察与分析了一些简单图形的变化和联系，下面我们来看看有联系的一串数有什么变化规律。

例3 图1-11是由一些数排成的三角形，这种三角形也

叫杨辉三角形。请同学们先观察前五行的变化规律，然后在图中的○处填出合适的数。

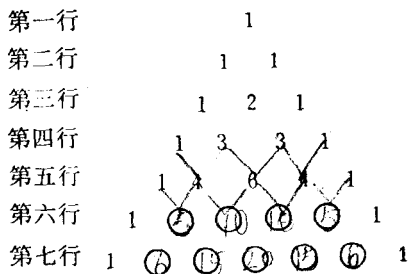


图 1-11

分析 由第三行开始，我们发现中间的 2 正是第二行两个“1”的和；第四行中的两个 3 正是第三行的 $1+2$ 和 $2+1$ 的和；第五行中从左边数起的 4 是第四行中 $1+3$ 的和，6 是第四行中 $3+3$ 的和，4 是第四行中 $3+1$ 的和。因此，我们可知，杨辉三角形除了左、右最外边两列都是 1 外，中间的每一个数都是上一行“肩上”左、右两个数的和。

解 根据上述观察与分析，例 3 的解答是：

第六行○中的数，从左到右是：

5, 10, 10, 5;

第七行○中的数，从左到右是：

6, 15, 20, 15, 6.

问题3 按从左到右的顺序写出杨辉三角中第八行的所有数。

例4 有一些方砖如果像图1-12那样堆起来，那么

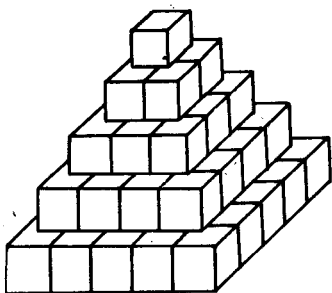


图 1-12

(1) 上面五层一共有多少块方砖？

(2) 第十层有多少块方砖？

分析 观察图1-12，发现：

第一层有方砖： 1；

第二层有方砖： $2 \times 2 = 4$ ；

第三层有方砖： $3 \times 3 = 9$ ；

第四层有方砖： $4 \times 4 = 16$ ；

第五层有方砖： $5 \times 5 = 25$ ；

.....

第十层有方砖： $10 \times 10 = 100$ 。

解 (1) 图1-12中上面五层共有方砖：

$$1 + 4 + 9 + 16 + 25 = 55(\text{块})。$$

(2) 图1-12中第十层共有方砖：

$$10 \times 10 = 100(\text{块})。$$

问题4 在图1-13中，

① 能看到的方砖有多少块？