

JINXINGSHUYE  
金星书业

◎北京金星创新教育研究中心成果◎



教材全解丛书

# 中学教材全解

ZHONGXUEJIAOCAI  
QUANJIE

总主编 / 薛金星

## 高二数学 (下B)



陕西人民教育出版社

北京金星创新教育研究中心成果

# 中学教材全解

高二数学（下 B）

（第四次修订）



陕西人民教育出版社

(陕)新登字 004 号

**中学教材全解**

高二数学(下B)

陕西人民教育出版社出版发行

(西安市长安南路 181 号)

各地书店经销 北京市昌平兴华印刷厂印刷

890×1240 毫米 32 开本 12.5 印张 450 千字

2004 年 10 月第 5 版 2004 年 10 月第 1 次印刷

ISBN 7-5419-8309-8/G·7174

定价:15.80 元

## 再版前言

《中学教材全解》系列丛书为北京金星创新教育研究中心的专项研究成果。我们祝愿《中学教材全解》将伴随您度过中学阶段的美好时光,帮您迈向日夜向往的高等学府。

这套丛书与其他同类书相比具有以下几个鲜明特色:

### 第一,新。

首先是教材新。本书以最新教改精神为依据,以现行初、高中最新教材为蓝本编写。其次是体例新。紧扣教材,步步推进,设题解题、释疑解难、课后自测、迁移延伸,逐次深入。其三是题型(材料)新。书中选用的题型(材料)都是按中考、高考要求精心设计挑选的,让读者耳目一新。

### 第二,细。

首先是对教材讲解细致入微。以语文科为例,小到字的读音、词的辨析,大到阅读训练和作文训练都在本书中有所体现。其次是重点难点详细析析,既有解题过程又有思路点拨。其三是解题方法细,一题多解,多题一法,变通训练,总结规律。

### 第三,精。

首先是教材内容讲解精。真正体现围绕重点,突破难点,引发思考,启迪思维。根据考点要求,巧设问题,精讲精练,使学生举一反三,触类旁通。其次是练习配置精,注重典型性,避免随意性,注重迁移性,避免孤立性,实现由知识到能力的过渡。

### 第四,透。

首先是对教纲考纲研究得透。居高临下把握教材,立足于教材,又不拘泥于教材。其次是对学生知识储备研究得透。学习目标科学可行,注重知识“点”与“面”的联系,“教”与“学”的联系。再次是对问题讲解得透,一题多问,一题多解,培养求异思维和创新思维能力。

### 第五,全。

首先是知识分布全面。真正体现了“一册在手,学习内容全有”的编写指导思想。其次是该书的信息量大。它涵盖了中学文化课教学全部课程和教与学的全部过程,内容丰富,题量充足。再次是适用对象全面。本书着眼于面向全国重点、普通中学的所有学生,丛书内容由浅入深,由易到难,学生多学易练,学习效果显著。

本系列丛书虽然从策划、编写,再到出版,精心设计,细致操作,可谓尽心尽力,但疏漏之处在所难免,诚望广大读者批评指正。

薛金星于北师大

# 目 录

<b>第九章 直线、平面、简单几何体</b>	课后习题解答 .....	( 1 )	( 47 )
本章综合解说 .....		( 1 )	
<b>一、空间的直线与平面</b> .....		( 4 )	
<b>9.1 平面的基本性质</b> .....		( 4 )	
知识结构框图表解 .....		( 4 )	
基础知识详解与要点点拨			
.....		( 4 )	
典型例题解析与规律、方法、			
技巧总结 .....		( 8 )	
知识联系与扩展 .....		( 18 )	
历届高考题、模拟题解析与应			
注意的问题 .....		( 18 )	
课后习题解答 .....		( 20 )	
<b>9.2 空间的平行直线与异面</b>			
<b>直线</b> .....		( 22 )	
知识结构框图表解 .....		( 22 )	
基础知识详解与要点点拨			
.....		( 22 )	
典型例题解析与规律、方法、			
技巧总结 .....		( 30 )	
知识联系与扩展 .....		( 43 )	
历届高考题、模拟题解析与应			
注意的问题 .....		( 44 )	
<b>9.3 直线和平面平行与平面和</b>			
<b>平面平行</b> .....		( 49 )	
<b>第一部分 直线与平面平行</b>			
的判定性质 .....		( 49 )	
知识结构框图表解 .....		( 49 )	
基础知识详解与要点点拨			
.....		( 49 )	
典型例题解析与规律、方法、			
技巧总结 .....		( 52 )	
知识联系与扩展 .....		( 58 )	
历届高考题、模拟题解析与应			
注意的问题 .....		( 59 )	
<b>第二部分 平面与平面的</b>			
<b>平行与判定</b> .....		( 61 )	
知识结构框图表解 .....		( 61 )	
基础知识详解与要点点拨			
.....		( 61 )	
典型例题解析与规律、方法、			
技巧总结 .....		( 64 )	
知识联系与扩展 .....		( 71 )	
历届高考题、模拟题解析与应			
注意的问题 .....		( 73 )	
课后习题解答 .....		( 76 )	

9.4 直线和平面垂直 ..... (79)

知识结构框图表解 ..... (79)

直线与平面垂直的判定和性质(一) ..... (79)

基础知识详解与要点点拨 ..... (79)

典型例题解析与规律、方法、技巧总结 ..... (83)

历届高考题、模拟题解析与应注意的问题 ..... (91)

直线与平面垂直的判定和性质(二) ..... (93)

基础知识详解与要点点拨 ..... (93)

典型例题解析与规律、方法、技巧总结 ..... (97)

知识联系与扩展 ..... (108)

历届高考题、模拟题解析与应注意的问题 ..... (112)

课后习题解答 ..... (118)

二、空间向量 ..... (120)

9.5 空间向量及其运算 ..... (120)

知识结构框图表解 ..... (120)

基础知识详解与要点点拨 ..... (120)

典型例题解析与规律、方法、技巧总结 ..... (123)

知识联系与扩展 ..... (127)

历届高考题、模拟题解析与应注意的问题 ..... (129)

课后习题解答 ..... (130)

9.6 空间向量的坐标运算 ..... (135)

知识结构框图表解 ..... (135)

基础知识详解与要点点拨 ..... (135)

典型例题解析与规律、方法、技巧总结 ..... (137)

知识联系与扩展 ..... (143)

历届高考题、模拟题解析与应注意的问题 ..... (145)

课后习题解答 ..... (147)

三、夹角与距离 ..... (150)

9.7 直线和平面所成的角与二面角 ..... (150)

知识结构框图表解 ..... (150)

基础知识详解与要点点拨 ..... (150)

典型例题解析与规律、方法、技巧总结 ..... (155)

知识联系与扩展 ..... (167)

历届高考题、模拟题解析与应注意的问题 ..... (169)

课后习题解答 ..... (178)

9.8 距离 ..... (180)

知识结构框图表解 ..... (180)

基础知识详解与要点点拨 ..... (181)

典型例题解析与规律、方法、技巧总结 ..... (181)

知识联系与扩展 ..... (187)

历届高考题、模拟题解析与应注意的问题 ..... (189)

课后习题解答 ..... (190)

四、简单多面体与球 ..... (194)

9.9 棱柱与棱锥 ..... (194)

第一部分 棱柱 ..... (194)

知识结构框图表解 ..... (194)

基础知识详解与要点点拨 ..... (194)	<b>第十章 排列、组合和 二项式定理</b> ..... (275)
典型例题解析与规律、方法、 技巧总结 ..... (199)	本章综合解说 ..... (275)
知识联系与扩展 ..... (204)	<b>10.1 分类计数原理与分步 计数原理</b> ..... (277)
历届高考题、模拟题解析与应 注意的问题 ..... (205)	知识结构框图表解..... (277)
<b>第二部分 棱 锥</b> ..... (212)	基础知识详解与要点点拨 ..... (277)
知识结构框图表解 ..... (212)	典型例题解析与规律、方法、 技巧总结..... (278)
基础知识详解与要点点拨 ..... (212)	知识联系与扩展..... (281)
典型例题解析与规律、方法、 技巧总结 ..... (216)	历届高考题、模拟题解析与应 注意的问题..... (282)
知识联系与扩展 ..... (220)	课后习题解答..... (283)
历届高考题、模拟题解析与应 注意的问题 ..... (223)	<b>10.2 排 列</b> ..... (285)
课后习题解答 ..... (227)	知识结构框图表解..... (285)
<b>研究性学习课题:多面体</b>	基础知识详解与要点点拨 ..... (285)
欧拉定理的发现 ..... (231)	典型例题解析与规律、方法、 技巧总结..... (289)
学习指导 ..... (231)	知识联系与扩展..... (296)
<b>9.10 球</b> ..... (234)	历届高考题、模拟题解析与应 注意的问题..... (297)
知识结构框图表解..... (234)	课后习题解答..... (300)
基础知识详解与要点点拨 ..... (234)	<b>10.3 组 合</b> ..... (302)
典型例题解析与规律、方法、 技巧总结..... (239)	知识结构框图表解..... (302)
知识联系与扩展..... (243)	基础知识详解与要点点拨 ..... (302)
历届高考题、模拟题解析与应 注意的问题..... (244)	典型例题解析与规律、方法、 技巧总结..... (305)
课后习题解答..... (246)	知识联系与扩展..... (315)
<b>本章总结</b> ..... (247)	历届高考题、模拟题解析与应 注意的问题..... (319)
基础知识总结 ..... (247)	课后习题解答..... (321)
专题总结 ..... (252)	
课后习题解答 ..... (270)	

10.4 二项式定理	(323)	课后习题解答	(366)
知识结构框图表解	(323)	11.2 互斥事件有一个发生的	
基础知识详解与要点点拨		概率	(369)
典型例题解析与规律、方法、	(323)	知识结构框图表解	(369)
技巧总结	(325)	基础知识详解与要点点拨	(369)
知识联系与扩展	(337)	典型例题解析与规律、方法、	
历届高考题、模拟题解析与应		技巧总结	(371)
注意的问题	(339)	知识联系与扩展	(374)
课后习题解答	(343)	课后习题解答	(377)
本章总结	(345)	11.3 相互独立事件同时发生的	
基础知识总结	(345)	概率	(378)
专题总结	(346)	知识结构框图表解	(378)
课后习题解答	(351)	基础知识详解与要点点拨	(378)
第十一章 概 率	(356)	典型例题解析与规律、方法、	
本章综合解说	(356)	技巧总结	(381)
11.1 随机事件的概率	(358)	知识联系与扩展	(387)
知识结构框图表解	(358)	课后习题解答	(388)
基础知识详解与要点点拨	(358)	本章总结	(390)
典型例题解析与规律、方法、		基础知识总结	(390)
技巧总结	(360)	专题总结	(390)
知识联系与扩展	(363)	课后习题解答	(394)





# 第九章

## 直线、平面、简单几何体

### 本章综合解说

本章内容分空间直线和平面与简单几何体两部分

关于空间直线和平面:直线和平面是最基本的几何元素,空间直线和平面位置关系是立体几何的基础知识.本部分内容对于同学们在已有的平面图形知识的基础上,建立空间概念,实现从平面几何到立体几何观念这一提升和飞跃是至关重要的.

本部分共包括八个小节,即 1. 平面; 2. 空间直线; 3. 直线和平面平行的判定和性质; 4. 直线和平面垂直的判定和性质; 5. 两个平面平行的判定和性质; 6. 两个平面垂直的判定和性质; 7. 空间向量及其运算; 8. 空间向量的坐标运算. 这八个小节知识联系密切,前面内容是后面内容的理论依据,后面内容不仅巩固、充实了前面内容,同时又发展、延拓、提升了对前面内容的认识和理解,在此基础上形成了关于

空间直线和平面位置关系的概念、判定和性质的知识体系。

关于简单几何体：简单几何体是指最基本、最常见的几种几何体，本部分共包括四个小节，即1. 棱柱；2. 棱锥；3. 多面体欧拉公式的发现；4. 球。这些知识的学习既是对第一部分基础知识的进一步探讨和深化，又是对第一部分的空间直线和平面的基础知识的综合应用。对多面体欧拉公式，采用了“研究性课题”的学习形式，旨在体现对数学公式的发现过程。对球的体积与表面积的计算公式，采用了“分割——求近似和——化为准确值”的推导方法，这种推导方法包含了“化整为零，又积零为整”的“无限细分，化曲为平，逼近精确值”的数学思想。

本章内容的重点是平面的基本性质，空间直线和位置关系，直线与平面之间及两平面之间平行和垂直关系。掌握好上述内容，就抓住了立体几何中最重要、最根本的内容，其他部分也就迎刃而解了。

### 学习本章内容需注意以下几个问题

1. 联系实际从图形入手，加强由模型到图形，再由图形返回模型的基本训练，有序地建立图形、文字、符号这三种数学语言的联系，能由一种语言转释为另两种语言，逐步地达到融会贯通的程度。

2. 本章涉及的概念非常多，应及时地加以整理总结，找出它们之间的内在联系和差异，深化对概念的认识和理解。

3. 要适时地联系平面几何知识，采用联想、对比、引申等方法认识平面几何知识与立

体几何知识的异同,并找出两者之间的内在联系,并逐步培养能将立体几何问题转化为平面几何问题的能力。

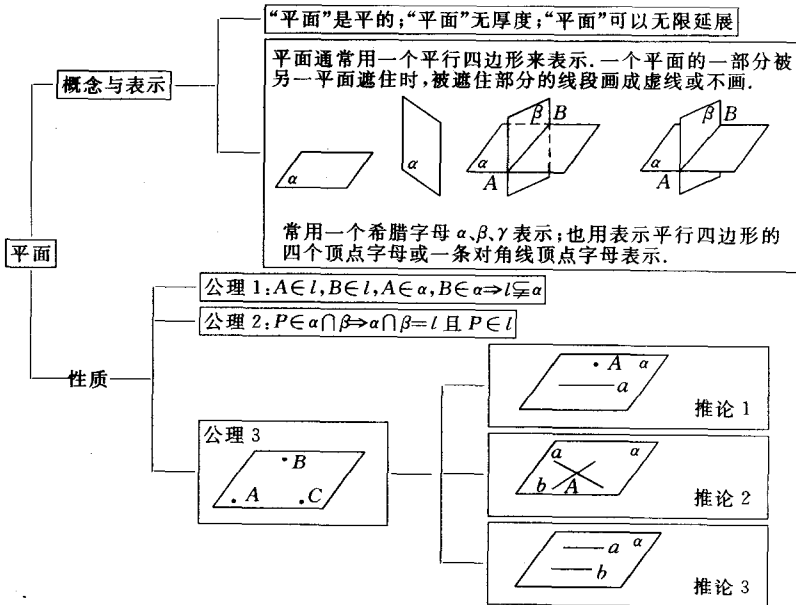
4. 学习本章内容时,要特别注意提高空间想象能力和逻辑思维能力,使自己的画图、识图、解释图的水平不断地得到提高,把对问题的图形表示、符号表示、文字表示紧密地联系起来,形成整体认识,使自己能够正确运用所学概念和定理、公式等,进行合理的论证与计算。

# 一、空间的直线与平面

## 9.1 平面的基本性质



### 知识结构框图表解



### 基础知识详解与要点点拔

#### 1. 平面

##### (1) 平面的概念

平面是一个不加定义,只需理解的最基本的原始概念。

常见的桌面、黑板面、平静的水面等,都给我们以平面的形象。立体几何里所说的平面就是从生活中常见的平面抽象出来的,生活中的平面是比较平、且有限的,而立体几何中的平面是理想的、绝对的平且无限延展的,以后在立体几何中所说的平面都是指后一种。

在此要提及立体几何中的平面与平面几何中的平面图形是有区别的:平面图形如三角形、正方形、梯形等它们有大小之分;而平面是无大小、无厚薄之分的,类似我们以前学的直线,它可以无限延伸,是不可度量的。

##### (2) 平面的画法

立体几何中,我们通常画平行四边形来表示平面,但应注意:

①画的平行四边形表示的是整个平面,需要时,可以把它延展开来,如同在平面几何中画直线一样,直线是可以无限延伸的,但在画直线时却只画出一条线段来

表示。

②加“通常”二字的意思是因为有时根据需要也可用其他平面图形表示,如用三角形、矩形、圆等平面图形来表示平面。如图 9-1-1(1)(2)(3)。三棱锥  $S-ABC$  的底面三角形  $ABC$ ,就是用三角形来表示的;长方体  $ABCD-A_1B_1C_1D_1$  的侧面  $ABB_1A_1$ ,就是用矩形来表示的;圆锥  $SO$  中的底面是  $\odot O$ ,就是用圆来表示的。

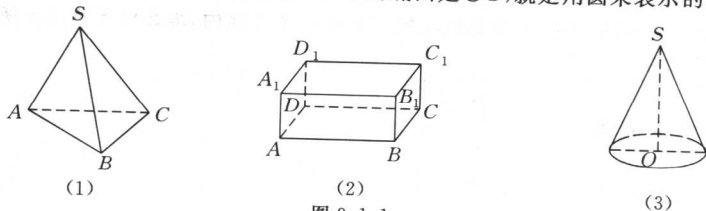


图 9-1-1

③画表示平面的平行四边形时,通常把它的锐角画成  $45^\circ$ ,横边画成是邻边的两倍。

④两个相交平面的画法。当一个平面的一部分被另一个平面遮住时,应把被遮住部分的线段画成虚线或者不画,以增强立体感,具体画法的步骤为:

a. 画两条相交直线,表示两个平面的平行四边形相交的两条边,如图 9-1-2(1)中的  $EF, MN$ 。

b. 画两个相交平面的交线,如图 9-1-2(2)中的  $AB$ 。

c. 通过端点  $E, F, M, N$  分别画出与  $AB$  平行且相等的线段  $EC, FD, MP, NQ$ , 连结  $CD$  和  $PQ$ , 可以得到表示平面的平行四边形  $EFDC$  和  $MNQP$ , 如图 9-1-2(3)。

d. 把被平面遮住的部分画成虚线或者不画,如图 9-1-2(4)。

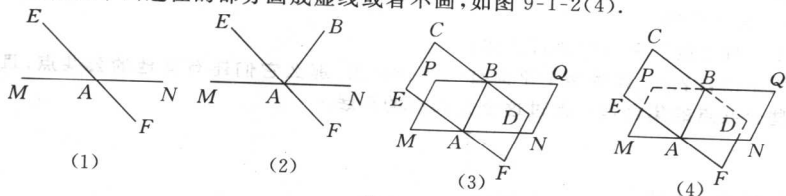


图 9-1-2

**注意:**以前在平面几何中,凡是后引的辅助线我们都画成虚线;而立体几何则不然,凡是被平面遮住的线,都画成虚线,凡是不被遮住的线都画成实线(无论是题中原有的,还是后引的辅助线)。

(3)平面的表示方法

平面通常用一个小写的希腊字母表示,如平面  $\alpha$ 、平面  $\beta$ 、平面  $\gamma$  等,根据问题实际需要有时也用表示平行四边形  $ABCD$  的相对顶点的两个大写字母来表示,如平面  $AC$ ,平面  $BD$ ;或者用表示多边形顶点的字母来表示,如平面  $ABC$ ,平面  $A_1B_1C_1D_1$  (见图 9-1-1 中的三棱锥和长方体)。

(4)直线和平面都是由点构成的集合

以点作为元素,直线和平面都是由点构成的集合。

几何中许多符号的规定都是源于将图形视为点集。例如:点  $A$  在平面  $\alpha$  内,记作  $A \in \alpha$ ;点  $A$  不在平面  $\alpha$  内,记作  $A \notin \alpha$ 。直线  $l$  在平面  $\alpha$  内,记作  $l \subseteq \alpha$ ;直线  $l$  不在平面  $\alpha$  内,记作  $l \not\subseteq \alpha$ 。这里点  $A$  是平面  $\alpha$  的元素,而直线  $l$  是平面  $\alpha$  的子集,因此在符号的使用上是有区别的。

从点集的角度认识几何图形,是数学发展的需要,这对于数形结合,深入研究数学问题是非常必要和有效的。

## 2. 平面的基本性质

平面的基本性质,即教科书中的三个公理及推论,它们是研究立体几何的基本理论基础,每个同学都必须掌握好.

## (1) 关于公理 1

## ① 公理 1 的三种数学语言表述:

文字语言表述:如果一条直线上的两点在一个平面内,那么这条直线上所有点都在这个平面内.

图形语言表述:

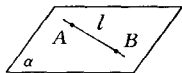


图 9-1-3

符号语言表述:  $A \in l, B \in l, A \in \alpha, B \in \alpha \Rightarrow l \subseteq \alpha$ .

## ② 公理 1 的剖析:

公理 1 的内容反映了直线与平面的位置关系. 公理 1 的条件是“线上两点在平面内”是公理的必须条件,结论是“线上所有点都在面内”. 从集合的角度看,这个公理就是说,如果一条直线(点集)中有两个元素(点)属于一个平面(点集),那么这条直线就是这个平面的真子集. 这个结论阐述两个观点,一是整个直线在平面内,二是直线上所有点在平面内.

③ 公理 1 的作用:既可判定直线是否在平面内、点是否在平面内,又可用直线检验平面.

## (2) 关于公理 2

## ① 公理 2 的三种数学语言表述:

文字语言表述:如果两个平面有一个公共点,那么它们还有其他的公共点,且所有这些公共点的集合是一条过这个公共点的直线.

图形语言表述:

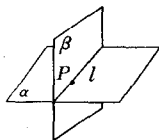


图 9-1-4

符号语言表述:  $P \in \alpha \cap \beta \Rightarrow \alpha \cap \beta = l$  且  $P \in l$ .

## ② 公理 2 的剖析:

公理 2 的内容反映了平面与平面的位置关系. 公理 2 的条件简言之是“两面共一点”,结论是“两面共一线,且过这一点,线唯一”. 对于本公理应强调对于不重合的两个平面,只要它们有公共点,它们就是相交的位置关系,交集是一条直线.

## ③ 公理 2 的作用:

其一,它是判定两个平面是否相交的依据,只要两个平面有一个公共点,就可以判定这两个平面必相交于过这点的一条直线;其二,它可以判定点在直线上,点是某两个平面的公共点,线是这两个平面的公共交线,则这点在交线上.

## (3) 关于公理 3

## ① 公理 3 的三种数学语言表述:

文字语言表述:经过不在同一条直线上的三点,有且只有一个平面.

图形语言:

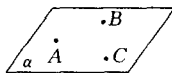


图 9-1-5

符号语言:  $A, B, C$  三点不共线  $\Rightarrow$  有且只有一个平面  $\alpha$ , 使  $A \in \alpha, B \in \alpha, C \in \alpha$ .

②公理 3 的剖析:

公理 3 的条件是“过不在同一直线上的三点”, 结论是“有且只有一个平面”. 条件中的“三点”是条件的骨干, 不会被忽视, 但“不在同一直线上”这一附加条件则易被遗忘, 如舍之结论就不成立了, 因此绝对不能遗忘. 同时还应认识到经过一点、两点或在同一直线上的三点可有无数个平面; 过不在同一直线上的四点, 不一定有平面, 因此要充分重视“不在同一直线上的三点”这一条件的重要性.

公理 3 中的“有且只有一个”的含义要准确理解. 这里的“有”是说图形存在, “只有一个”是说图形唯一, 本公理强调的是存在和唯一两个方面, 因此“有且只有一个”必须完整的使用, 不能仅用“只有一个”来替代“有且只有一个”, 否则就没有表达存在性. 确定一个平面中的“确定”是“有且只有”的同义词, 也是指存在性和唯一性这两方面的, 这个术语今后也会常常出现, 要理解好.

③公理 3 的作用:

作用一是确定平面, 作用二可用其证明点、线共面问题.

④公理 3 有三个推论, 它们是

**推论 1:** 经过一条直线和这条直线外的一点, 有且只有一个平面.

**推论 2:** 经过两条相交直线, 有且只有一个平面.

**推论 3:** 经过两条平行直线, 有且只有一个平面.

请同学们想一想

三个推论的图形语言如何表示呢?

三个推论的符号语言如何表述呢?

三个推论有何作用呢?

⑤关于公理 3 的推论 2、推论 3 的证明

公理 3 及其三个推论都是确定平面的. 在证明推论的过程中, 应分两步走:

a. 证明“有”; b. 证明“只有一个”.

公理 3 的推论 1 在课本上已给予证明. 下面给出推论 2 和推论 3 的证明.

**推论 2:** 经过两条相交直线, 有且只有一个平面.

已知: 直线  $a \cap b = A$ .

求证: 经过直线  $a, b$  有且只有一个平面  $\alpha$ .

**证明:** ①如图 9-1-6, 在直线  $a, b$  上分别取不同于点  $A$  的点  $C, B$ , 得不在同一直线上的三点  $A, B, C$ , 过这三个点有且只有一个平面  $\alpha$  (公理 3).

$\because B \in b, A \in b, B \in \alpha, A \in \alpha, \therefore b \subseteq \alpha$ .

又  $\because C \in a, A \in a, C \in \alpha, A \in \alpha$ ,

$\therefore a \subseteq \alpha$  (公理 1),

$\therefore$  平面  $\alpha$  是过相交直线  $a, b$  的平面.

②如果过直线  $a$  和  $b$  还有另一平面  $\beta$ , 那么  $A, B, C$  三点也一定都在平面  $\beta$  内, 这样过不在一条直线上的三点  $A, B, C$  就有两个平面  $\alpha, \beta$  了, 这与公理 3 矛盾.

$\therefore$  过直线  $a, b$  的平面只有一个.

综上知, 过直线  $a, b$  有且只有一个平面.

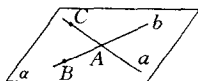


图 9-1-6

**推论 3:** 经过两条平行直线,有且只有一个平面.

已知:  $a // b$ .

求证: 经过  $a, b$  有且只有一个平面  $\alpha$ .

**证明:** ①如图 9-1-7, 由平面几何知识:

当两条直线在同一平面内且不相交时, 叫做平行直线.

$\therefore$  两条平行直线  $a$  和  $b$  必在某个平面  $\alpha$  内, 就是说, 过两条平行直线有一个平面.

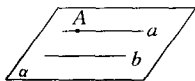


图 9-1-7

②如果过  $a$  和  $b$  还有另一个平面  $\beta$ , 那么在  $a$  上任取一点  $A$ , 它一定在平面  $\beta$  内, 这样过点  $A$  和直线  $b$  就有两个平面  $\alpha$  和  $\beta$ , 这和推论 1 相矛盾.

$\therefore$  过两条平行直线  $a$  和  $b$  的平面只有一个.

综上知: 过  $a, b$  有且只有一个平面.

(4) 本节使用了  $\in, \notin, \subseteq, \supseteq, \cap$  等符号, 它们都源于集合中的符号, 在读法上仍用几何语言. 比如  $A \in l$ , 读作“点  $A$  在直线  $l$  上”,  $A \notin l$  读作“点  $A$  不在直线  $l$  上”;  $l \subseteq \alpha$  读作“直线  $l$  在平面  $\alpha$  内”,  $l \not\subseteq \alpha$  读作“直线  $l$  不在平面  $\alpha$  内”;  $\alpha \cap \beta = l$  读作“平面  $\alpha, \beta$  相交于直线  $l$ ”. 本章中有关这类符号, 在读法上都这样处理.

总结如下表:

数学符号表示	数学语言表达
$A \in a$	点 $A$ 在直线 $a$ 上
$A \notin a$	点 $A$ 在直线 $a$ 外
$A \in \alpha$	点 $A$ 在平面 $\alpha$ 内
$a \subseteq \alpha$	直线 $a$ 在平面 $\alpha$ 内
$a \cap b = A$	直线 $a, b$ 相交于点 $A$
$\alpha \cap \beta = a$	平面 $\alpha, \beta$ 相交于直线 $a$

需要指出的是, 使用这些符号原则上与集合符号的含义是一致的, 但为了方便起见, 个别地方的用法与集合符号略有不同. 比如直线  $a$  与  $b$  相交于点  $A$ , 记作  $a \cap b = A$ , 而不记作  $a \cap b = \{A\}$ . 这里的  $A$  既是一个点, 又可以理解为只含一个元素(点)的集合.



### 典型例题解析与规律、方法、技巧总结

#### 1. 平面

(1) 平面的概念问题

**例 1** 下列命题

- ① 书桌面是平面;
- ② 8 个平面重叠起来, 要比 6 个平面重叠起来厚;
- ③ 有一个平面的长是 50 m, 宽是 20 m;
- ④ 平面是绝对平滑、无厚度、可以无限延展的抽象的数学概念.

其中正确的命题个数为( ).

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

**解:** 由平面的概念, 它是平滑、无厚度、可无限延展的, 可以判断命题④正确, 其余的命题都不符合平面的概念, 所以①、②、③命题都不正确.

$\therefore$  应选 A.

**例 2** 判断下列说法是否正确? 并说明理由.

(I) 平行四边形是一个平面.

(II) 任何一个平面图形都是一个平面.



(III)空间图形中先画的线是实线,后画的线是虚线.

解:①不正确.平行四边形它仅是平面上四条线段构成的图形,它是不能无限延伸的.

注意:在立体几何中,我们通常用平行四边形表示平面,但绝不是说平行四边形就是平面.

(II)不正确.平面图形和平面是完全不同的两个概念,平面图形是有大小的,它是不可能无限延伸的.

注意:要严格区分“平面图形”和“平面”这两个概念.

(III)不正确.在空间图形中,我们一般是把能够看得见的线画成实线,把被平面遮住看不见的线画成虚线(无论是题中原有的,还是后引的辅助线).

注意:在平面几何中,凡是后引的辅助线都画成虚线;在立体几何中却不然.

有的同学在学习立体几何时,对此点没有认识,必将影响空间立体感的形成,削弱或阻断空间想象能力的培养.

(2)平面画法及有关问题

例3 按照给出的要求,完成下面两个相交平面的作图,如图9-1-8的(1)、(2)、(3)、(4)、(5)、(6)中的线段AB,分别是两个平面的交线.

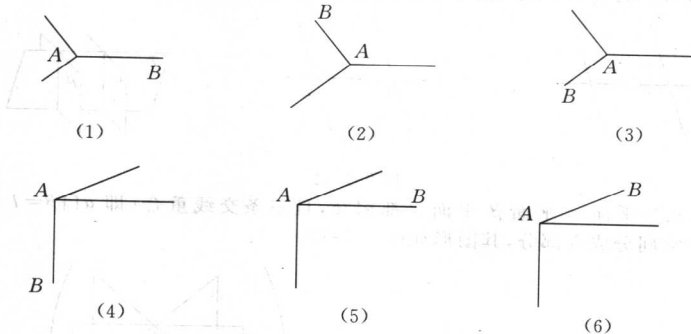


图 9-1-8

解:由两个相交平面的画法:本题只需过线段的端点画出与交线AB平行且相等的线段,即可得到相关的平行四边形,注意被平面遮住的部分应画成虚线或者不画,然后在相关的平面上标上表示平面的字母即可,如图9-1-9所示.

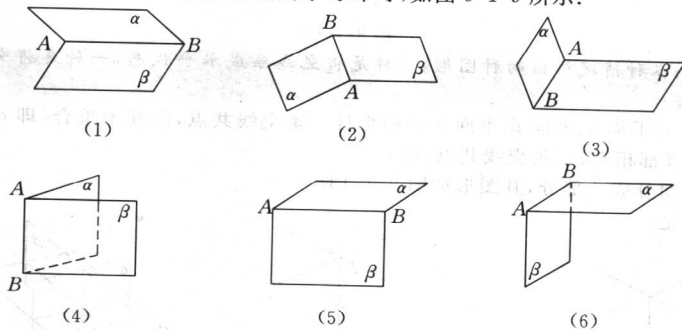


图 9-1-9