

课外工程



课外 数学

代数·几何

陆婉珍 李 士 主编

高中一年级

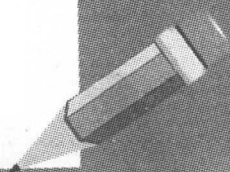
宁人民出版社



顾问 周光召
主编 陆婉珍 李 士

课 外 数 学

高中一年级



图书在版编目(CIP)数据

课外数学,高中一年级/陆婉珍等主编. - 沈阳:辽宁人民出版社,2001.7

ISBN 7-205-05059-6

I. 课… II. 陆… III. 数学课 - 高中 - 课外读物
IV. G634.603

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2001)第 037601 号

辽宁人民出版社出版

(沈阳市和平区十一纬路 25 号 邮政编码 110003)

沈阳新华印刷厂印刷 新华书店总店北京发行所发行

开本:880×1230 毫米 1/32 字数:310 千字 印张:12

印数:1—25,000 册

2001 年 7 月第 1 版

2001 年 7 月第 1 次印刷

责任编辑:赵 炬 王瑛玮 张 放 责任校对:王 新
封面设计:星鸿工作室 版式设计:王珏菲

定价:18.00 元

《课外数学》编委会

顾 问 周光召

主 编 陆婉珍 李 士

执行主编 母庚才 杨秀雯 刘冉冉

编 委 (排名不分先后)

周光召	陆婉珍	李 士	母庚才	杨秀雯
刘冉冉	赵 炬	张 放	王瑛玮	崔东升
姚 雪	王连笑	李果民	谷明杰	黄儒兰
王永惠	王 丽	臧 嵘	周兴旺	郭为民
邵二湘	郭菊英	张敬武	王方薇	刘金英
王合义	王洪智	王海英	王 浩	王灼坤
杨笑岩	韩 冰	吕学林	袁 爽	任子平
韩宏璋	张春秋	王秀娟	王 萍	张 维
肖 芳	杨 玲	侯立瑛	张 明	董 莉
徐秀清	王世堃	郝昌盛	孙 力	邵德彪
沈 凯	梁振义	刘安利	史渊明	张世云
何慕彬	苏长质	李 颖	左 红	殷 悦
沃忠明	李 盈	武培荣	郑源洁	聂光杰
王 萍	赵 颖	刘 刚	官晓华	王瑞芝
李 馨	赵玉良	于振丽	李恩惠	李伯生
窦云胜	林静虹	黄庭柏	王金茹	励凌泉

闫宝龙	武志民	管建新	唐云汉	李新黔
班康	刘玲香	柯育璧	孙京	李秉仁
冯燕瑛	邓跃茂	王薇	王新	李华
刘波	陈建学	龚宝华	李云芳	张素艳
聂莉	李晓辉	么惠敏	吴春华	赵京秋
黄湄	唐红	管旭	严卫国	李通
王继良	孟胜修	石桂梅	张素娟	丁博敏
夏芳	安迎	唐桂春	全斌	李东明
李慧军	林大华	曹庆文	曹小文	王雪松
金连梅	崔保静	芮信	李铭立	胡成
王秀玲	王彩霞	王玉齐	夏逸	吴成栋
李建平	李杰	张春利	贾海威	刘铭芳
李秀明	李雷	程燕宾	白俊平	刘军
杨爱江	王静	王君	王丽	李冬
周铮	范桂英	严明贵	李鸿祥	李庆元
雷锦秋	余敏	范滢		

责任编辑：赵炬 王瑛玮 张放

编 务：姚雪 崔东升

版式设计：王珏菲



“课外工程” 前言

今天的中小学生，进入了一个更注重素质提升和能力培养的时期。一个人，在步入社会前的综合素质状况，差不多决定了他的未来前程。素质教育实际是一项系统工程，单靠学校的教育是难以实现的，而要靠整个社会的力量来共同建造。这套被称之为“课外工程”的书，就是由当今中国最具声望的专家学者们亲自参加建造的。他们关心着中小学生的健康成长，为“减负”后的中小学生建造了这座陶冶素质、锻造能力的“课外学堂”。

在中国的出版史上，可能还没有过这样的场面——集如此众多并如此拔尖、极富声望的专家学者来为中小学生建造如此规模的“课外工程”。我们不妨来看看这项工程的构建：

著名作家王蒙、刘心武——主编《课外语文》（从小学一年级到高中三年级，每年级一册，共十二册），主编《课外作文》（小学、初中、高中各一册，共三册）

著名英语教育家薄冰——主编《课外英语》（从初中一年级到高中三年级，每年级一册，共六册）；

著名社会学家费孝通——主编《课外历史》（从初中一年级到高中三年级，每年级一册，共六册），主编

《课外地理》(初中二册、高中三册,共五册);

著名科学家中国科学院院士周光召、陆婉珍——顾问和主编《课外数学》(从小学一年级到高中三年级,每年级一册,共十二册),《课外物理》(初中二册,高中三册,共五册),《课外化学》(初中一册,高中三册,共四册),《课外生物》(初中二册,高中二册,共四册);

著名学者季羨林——主编《课外知识》(上、下二册);

著名心理学家林崇德——主编《课外心理》(小学三册,初中一册、高中一册,通用本一册,共六册)。

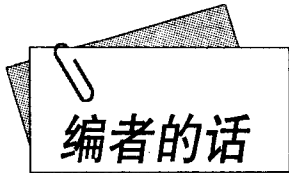
在这些极富声望的专家学者的旗帜下,聚集了一群十分优秀的作者。“课外工程”各书的编写者,大都是中国著名的特级教师,如**王连笑老师**是“苏步青教育奖”的获得者,**黄儒兰老师**是国家有突出贡献的教育专家。首都师范大学出版社编审**母庚才先生**、天津大学出版社编审**杨秀雯女士**、科学普及出版社社长**李士先生**、中央教育科学研究所心理研究室主任**俞国良教授**、人民教育出版社编审、历史学家**臧嵘先生**、辽宁社会科学院研究员**李兴武先生**和**魏建勋先生**、首都师范大学历史系副教授**周兴旺先生**、北京 21 世纪小学数学教材主编**郭为民老师**、天津市南开中学特级教师**谷明杰老师**、北京八中特级教师**王永惠老师**、天津市教育教学地理教研室主任特级教师**王丽老师**、天津市数学普及教育委员会副

主任**李果民老师**，等等，也都参加了编写工作。所有参加编写的人，都对“课外工程”不去通过教育系统的行政的指令性的发行，而是通过新华书店任学生自愿选择而感到无比的欣慰，编写起来也更为认真、更加负责。

“课外工程”成功地跳出了“课内学习”的框子和局限，有效地拓宽了学生的知识视野，起到了与“课内教学”相辅相成、相互补充的作用。“课内教学”担负了对学生的基础教育，“课外工程”则让学生运用所学到的课内基础知识来拓宽文化视野，用课外充实课内，拓展和深化课内，使课内与课外相映成趣，相得益彰，从而使学生有效地掌握科学的学习方法和学习各种不同学科的思维方式，以切实提高学生的各科学习成绩，促进课内学习产生质的飞跃。这就是说，“课外工程”紧紧抓住了学生最关心的提高自身素质的大问题。

在“课外工程”的专家鉴定会上，专家们颇为感慨地调侃道：“课外工程”与“课内教程”相结合，向人们揭示出这样的道理——全面提高学生素质必须要两手抓，一手抓“课内”，一手抓“课外”，两手都要硬。

学生的课外生活应该是丰富多彩的，阅读课外的书籍是学生课外生活的选择之一。“课外工程”永远是学生课外生活的快乐选择，它拒绝对此没有兴趣的人，只青睐于喜欢它的人。



编者的话

在中学阶段学好数学，一方面可以为学习其他自然和社会的各门学科打下良好的基础；另一方面对于进一步形成良好的思维品质，提高思维能力以及培养创新意识和实践能力有着积极的作用。

《课外数学》是课内数学的补充和提高，本书出版的目的是通过课外数学的学习提高数学素养，提高课内数学的水平，丰富数学视野。为此，本书与课内数学的程度相适应，并向课外做了适当的延伸，对学生在课内学习中难以弄清弄懂的问题在方法上和思维方式上进行点拨和指导，以起到事半功倍的学习效果。《课外数学》每章分若干单元。

每单元的栏目有：

【主干知识——网络】：让主干知识形成网络，对所学的数学知识通过框图、表格给予归纳整理，以利于同学们的知识建构。

【例题讲解——激活】：对例题的讲解重在“激活”，每道例题分为四部分。即：“题目”部分、“解答”部分、“反思”部分、“激活”部分，对“激活”

部分将采取例题变式的方式展开，使同学通过一个例题学会一类题目，举一反三，由题及类，触类旁通。

【训练指导——点拨】：对本单元的内容选择了适量的训练习题按难度分为 A、B 两组，并在每章之后附有所有训练题详细的参考答案与思路点拨。

【经典试题——选作】：精选了与本单元有关的中考、高考等方面的试题，题量不大，重在经典，可供同学选做。

此外，在每一章的后面还增加了一个栏目【问题研究——探索】围绕一个与本章有关的专题展开叙述。

本书的编写以教学大纲为依据，以人教社编写的教材为基础，做到内容不脱离教材，又不是课堂教学的重复；做到不仅讲知识，而且强调方法；不仅注意结论，而且注意获得结论的过程，不仅指导学会数学，而且指导学活数学，学好数学；不仅注意思路方法的点拨，而且注意思维方法的培养 and 能力的提高。



目 录

“课外工程”前言

编者的话

第一章 集合与简易逻辑	(1)
第一单元 集合与简易逻辑	(1)
主干知识——网络	(1)
例题讲解——激活	(4)
训练指导——点拨	(20)
第二单元 不等式的解法	(23)
主干知识——网络	(23)
例题讲解——激活	(24)
训练指导——点拨	(40)
经典试题——选作	(42)
问题研究——探索	(43)
反证法	(43)
本章习题解答与点拨	(48)
第二章 函 数	(60)
第一单元 映射与函数	(60)
主干知识——网络	(60)
例题讲解——激活	(60)
训练指导——点拨	(81)
经典试题——选作	(84)
第二单元 指数函数与对数函数	(86)
主干知识——网络	(86)
例题讲解——激活	(87)
训练指导——点拨	(107)
经典试题——选作	(110)





问题研究——探索	(110)
建立函数模型解决实验问题	(110)
本章习题解答与点拨	(117)

第三章 数 列

第一单元 等差数列	(147)
主干知识——网络	(147)
例题讲解——激活	(148)
训练指导——点拨	(162)
经典试题——选作	(164)
第二单元 等比数列	(166)
主干知识——网络	(166)
例题讲解——激活	(167)
训练指导——点拨	(180)
经典试题——选作	(183)
问题研究——探索	(185)
建立数列模型解决实际问题	(185)
本章习题解答与点拨	(190)

第四章 三角函数

第一单元 任意角的三角函数	(211)
主干知识——网络	(211)
例题讲解——激活	(211)
训练指导——点拨	(223)
经典试题——选作	(226)
第二单元 两角和与差的三函数	(227)
主干知识——网络	(227)
例题讲解——激活	(228)
训练指导——点拨	(247)
经典试题——选作	(250)
第三单元 三角函数的图象和性质	(250)
主干知识——网络	(250)
例题讲解——激活	(251)
训练指导——点拨	(263)
经典试题——选作	(266)
问题研究——探索	(268)





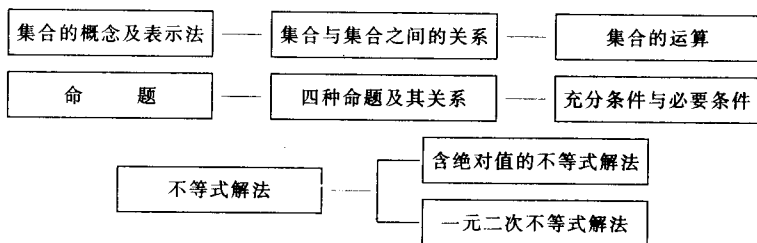
建立三角函数模型实际问题	(268)
本章习题解答与点拨	(273)
第五章 平面向量	(309)
第一单元 向量及其运算	(309)
主干知识——网络	(309)
例题讲解——激活	(312)
训练指导——点拨	(332)
经典试题——选作	(334)
第二单元 解斜三角形	(335)
主干知识——网络	(335)
例题讲解——激活	(336)
训练指导——点拨	(347)
经典试题——选作	(350)
问题研究——探索	(351)
向量证平面几何问题	(351)
本章习题解答与点拨	(354)



第一章 集合与简易逻辑



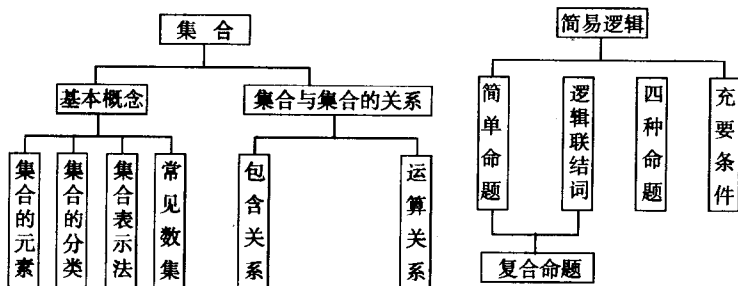
【本章知识网络】



第一单元 集合与简易逻辑



【主干知识——网络】





集合的基本概念	集合与元素的从属关系	如何 a 是集合 A 的元素,就说 a 属于 A ,说作 $a \in A$,如果 a 不是集合 A 的元素,就说 a 不属于 A ,记作 $a \notin A$ (或 $a \in A$).
	集合的分类	空集、有限集、无限集
	集合表示法	列举法、描述法、图示法
	常见数集	N —自然数集 $\{0, 1, 2, \dots, n, \dots\}$. N^+ (或 N_+)—正整数集. Z —整数集. Q —有理数集. R —实数集.

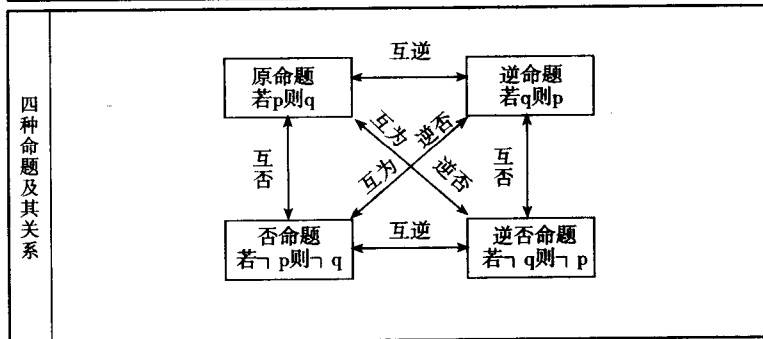
集合与集合的关系			定义(意义)及表示	性 质
包 含 关 系	子 集	子集	如果集合 A 的任何一个元素都是集合 B 的元素,我们就说集合 A 包含于集合 B ,或集合 B 包含集合 A ,记为 $A \subseteq B$ (或 $B \supseteq A$).	① 任何一个集合是它本身的子集,记为 $A \subseteq A$. ② 空集是任何集合的子集,记为 $\varnothing \subseteq A$. ③ 空集是任何非空集合的真子集.
		真子集	如果 $A \subseteq B$ 且 $A \neq B$,我们就说集合 A 是集合 B 的真子集,记作 $A \subset B$ ($B \supset A$).	④ 如果 $A \subseteq B, B \subseteq C$,那么 $A \subseteq C$.
		相等	如果 $A \subseteq B$,同时 $B \subseteq A$,那么 $A = B$.	⑤ 含有 n 个元素的集合的所有子集数为 2^n 个.
		相等		
运 算 关 系	并 集	交集	$A \cup B = \{x \mid x \in A, \text{或 } x \in B\}$	① $A \cup A = A$ ② $A \cup \varnothing = A$ ③ 若 $A \subseteq B$,则 $A \cup B = B$
		交集	$A \cap B = \{x \mid x \in A, \text{且 } x \in B\}$	① $A \cap A = A$ ② $A \cap \varnothing = \varnothing$ ③ 若 $A \subseteq B$,则 $A \cap B = A$
		补集	$C_S A = \{x \mid x \in S, \text{且 } x \notin A\}$, S 为全集	① $C_S (C_S A) = A$ ② $(C_S A) \cup A = S$ ③ $(C_S A) \cup A = \varnothing$ ④ $C_S (A \cup B) = (C_S A) \cap (C_S B)$ ⑤ $C_S (A \cap B) = (C_S A) \cup (C_S B)$





命题	命题	可以判断真假的语句叫做命题	
	逻辑联结词	或	p 或 q 是指 p 与 q 至少一个成立
		且	p 且 q 是指 p 与 q 两个都成立
		非	非 p 是指 p 的否定
	简单命题	不含逻辑联结词的命题,叫做简单命题	
	复合命题	由简单命题与逻辑联结词构成的命题,叫做复合命题	

复合命题真值表	或	p	真	真	假	假
		q	真	假	真	假
		p 或 q	真	真	真	假
	且	p	真	真	假	假
		q	真	假	真	假
		p 且 q	真	假	假	假
	非	p	真		假	
		非 p	假		真	



如果 $p \Rightarrow q$, 那么 p 是 q 的充分条件
如果 $q \Rightarrow p$, 那么 q 是 p 的必要条件
如果 $p \Rightarrow q$, 且 $q \not\Rightarrow p$, 那么 p 是 q 的充分而不必要条件
如果 $q \Rightarrow p$, 且 $p \not\Rightarrow q$, 那么 p 是 q 的必要而不充分条件
如果 $p \Leftrightarrow q$, 那么 p 是 q 的充分必要条件
如果 $p \not\Rightarrow q$ 且 $q \not\Rightarrow p$, 那么 p 是 q 的既不充分也不必要条件



【例题讲解——激活】

【例 1】 已知集合 $T = \{x \mid y^2 = x + 2\}$, $W = \{x \mid y^2 = -2x + 8\}$, 则集合 $T \cap W = (\quad)$

(A) $\{(2, 2), (2, -2)\}$ (B) $\{2\}$

(C) $\{x \mid -2 < x < 4\}$ (D) $\{x \mid -2 \leq x \leq 4\}$

解 考虑集合 T ,

$$y^2 = x + 2 \geq 0,$$

$$x \geq -2.$$

集合 W ,

$$y^2 = -2x + 8 \geq 0,$$

$$x \leq 4.$$

于是 $T \cap W = \{x \mid -2 \leq x \leq 4\}$.

因此选(D).

反思 注意在集合 T 和 W 的表示式中, 集合的元素是 x , 因此, 应考虑 x 的取值范围, 而为了求 x 的取值范围, y^2 的非负性起了作用. 由 $y^2 \geq 0$ 可解出 x 的范围, 下面的几个变式要特别注意集合中的元素是哪个字母.

激活 变式 1 已知集合 $T = \{y \mid y = x^2 + 1\}$, $W = \{y \mid y = -2x^2 + 8\}$, 求 $T \cap W$.

解 这里集合 T 和 W 的元素是 y ,

$$\text{由 } y = x^2 + 1 \geq 1.$$

$$\text{及 } y = -2x^2 + 8 \leq 8$$

$$\text{可知 } T = \{y \mid y \geq 1\}, W = \{y \mid y \leq 8\},$$

$$\text{即 } T \cap W = \{y \mid 1 \leq y \leq 8\}$$

变式 2 已知集合 $T = \{(x, y) \mid y^2 = x + 2\}$, $W = \{(x, y) \mid y^2 = -2x + 8\}$, 求集合 $T \cap W$.

解 这里集合 T 和 W 的元素是点 (x, y) , 所求 $T \cap W$, 实际上是求两条抛物线 $y^2 = x + 2$ 和 $y^2 = -2x + 8$ 的交点.

$$\text{由 } x + 2 = -2x + 8,$$

$$\text{得 } x = 2,$$

$$\text{相应地 } y = \pm 2.$$