

高等学校规划教材

# 控制测量学

张凤举 张华海 赵长胜 孟鲁闽 卢秀山 编著



煤炭工业出版社

高等学校规划教材

# 控制测量学

张凤举 张华海 赵长胜 孟鲁闽 卢秀山 编著

煤炭工业出版社

**图书在版编目 (CIP) 数据**

控制测量学/张凤举等编著. —北京: 煤炭工业出版社,  
1999. 7

高等学校规划教材

ISBN 7-5020-1707-0

I. 控… I. 张… II. 控制测量—高等学校—教材  
IV. P221

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (1999) 第 13076 号

煤炭工业出版社 出版  
(北京市朝阳区芍药居 35 号 100029)

网址: [www.cciph.com.cn](http://www.cciph.com.cn)

北京密云春雷印刷厂 印刷

新华书店北京发行所 发行

\*

开本 787mm×1092mm<sup>1</sup>/<sub>16</sub> 印张 21<sup>1</sup>/<sub>2</sub>

字数 511 千字 印数 6,501—8,500

1999 年 8 月第 1 版 2006 年 1 月第 4 次印刷

社内编号 4478 定价 27.50 元

**版权所有 违者必究**

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题, 本社负责调换

## 内 容 提 要

本书系统地阐述了控制测量的基本理论和作业方法。内容包括：国家大地控制网建立原理、精密角度和距离测量、平面控制测量、高程控制测量、GPS 卫星定位、椭球面的几何特征和高斯投影计算、控制测量数据处理等。

全书紧密结合我国现行测量规范和控制测量发展状况，做到理论联系实际，内容清晰易懂，具有较大的适用性。

本书为高等工科院校测绘工程专业教学用书，亦可作为工程测量人员的工作参考和自学用书。

# 前 言

控制测量学历来是高等工科院校测绘工程专业的一门主要专业课程。为了适应教学工作的需用，我们在总结控制测量学多年教学经验、分析已往所编教材使用情况的基础上，参照1998年颁布的《普通高等学校本科专业目录》，编写了这本《控制测量学》。

本书1997年3月列入煤炭部《“九五”教材建设选题规划》，以原来使用十年之久的《矿区控制测量》为蓝本重新组织编写的。根据许多院校的意见，这次编写大大压缩了有关三角网（设计、布测、平差）、三角高程测量等部分的比重，删减了已经过时不再适用的内容，增加了先进的GPS卫星定位、光电测距高程导线等内容。舍去了原教材所介绍的计算数表和计算表格，突出了适宜计算机编程的计算方法。

编写工作中我们力求做到：（1）取材尽量系统完整，扩大控制测量知识和信息的覆盖面，拓宽本书的使用范围，增强其适用性。（2）精选内容，减少赘述，体现测量技术发展方向，保持教学内容的先进性。（3）紧密结合现行《规范》，尽力做到有的放矢，学以致用，使本书具有较大的实用性。（4）层次结构严谨合理，文字叙述简明扼要，做到通俗易懂，便于自学，提高本书的可读性。

本书共分十章，由张凤举、张华海、赵长胜、孟鲁闽、卢秀山合作编写。其中：张凤举编写绪论、第七、第八章；张华海编写第三、第四章；赵长胜编写第九、第十章；孟鲁闽编写第一、第二章；卢秀山编写第五、第六章。初稿完成后由张凤举汇总，并对初稿作了大量删节或增补，某些章节再次重写，最后修整定稿。

本书稿承蒙金学林教授认真审阅，并提出了宝贵意见。原煤炭部科教司教材规划室、煤炭工业出版社的有关人员为本书的编写和出版提供了很多方便，在此谨向给予本书帮助和关照的同志和单位表示衷心感谢。

随着科学技术的不断发展和教育、教学改革的不深入，控制测量的教学体系和教学内容也将不断发生变化，加之作者学识水平有限，书中疏漏和错误之处在所难免，希望读者及时批评指正。

编 著 者

一九九九年元月

# 目 录

绪论 .....	1
<b>第一章 国家大地控制网建立原理</b> .....	6
第一节 控制测量的基准面和基准线 .....	6
第二节 表示点位的坐标系统 .....	8
第三节 国家平面控制网的建立 .....	11
第四节 我国的高程系统 .....	19
第五节 国家高程控制网的建立 .....	24
<b>第二章 精密角度测量</b> .....	29
第一节 精密经纬仪 .....	29
第二节 角度观测误差分析 .....	41
第三节 精密光学经纬仪检验 .....	49
第四节 方向观测法 .....	57
第五节 垂直角测量 .....	63
<b>第三章 精密距离测量</b> .....	68
第一节 距离测量方式及其原理 .....	68
第二节 中、短程红外测距仪简介 .....	75
第三节 光电测距误差分析 .....	81
第四节 光电测距仪的检定 .....	86
第五节 测距的作业要求和成果换算 .....	93
<b>第四章 平面控制测量</b> .....	100
第一节 三角网的布设 .....	100
第二节 归心改正和归心元素测定 .....	108
第三节 三角测量概算 .....	114
第四节 单一导线误差理论 .....	118
第五节 导线网的布设 .....	125
第六节 导线测量外业观测和成果验算 .....	132
<b>第五章 高程控制测量</b> .....	139
第一节 精密水准仪、水准尺 .....	139
第二节 精密水准仪及水准尺的检验 .....	146
第三节 水准网的布设 .....	153
第四节 水准观测与概算 .....	159
第五节 光电测距高程导线测量 .....	167
<b>第六章 GPS 卫星定位</b> .....	172
第一节 GPS 系统和卫星信号 .....	172
第二节 GPS 卫星定位原理 .....	177

第三节	GPS 接收机及其检验 .....	183
第四节	卫星定位网的布测 .....	188
第五节	卫星定位数据处理过程 .....	196
<b>第七章</b>	<b>椭球面的几何特征与测量计算 .....</b>	<b>202</b>
第一节	地球椭球及其定位 .....	202
第二节	椭球面上法截线曲率半径 .....	207
第三节	椭球面上弧长和梯形图幅面积 .....	214
第四节	地面观测值归算至椭球面 .....	216
第五节	大地问题解算 .....	224
第六节	常用坐标系之间的关系与转换 .....	231
<b>第八章</b>	<b>高斯投影及其计算 .....</b>	<b>238</b>
第一节	地图投影概念和正形投影性质 .....	238
第二节	高斯投影与国家平面直角坐标系 .....	244
第三节	高斯投影坐标计算 .....	249
第四节	椭球面上的方向和长度归算至高斯投影平面 .....	256
第五节	我国的坐标系统及其换算 .....	262
第六节	工程控制网适用的坐标系统 .....	269
<b>第九章</b>	<b>控制网平差计算 (一) .....</b>	<b>274</b>
第一节	控制网平差计算概论 .....	274
第二节	观测值的误差方程式 .....	278
第三节	误差方程式的组成 .....	282
第四节	平面控制网按间接平差 .....	286
第五节	平面控制网平差计算程序说明 .....	291
第六节	GPS 基线向量网平差 .....	297
<b>第十章</b>	<b>控制网平差计算 (二) .....</b>	<b>308</b>
第一节	导线网按条件平差 .....	308
第二节	水准网按条件平差 .....	315
第三节	水准网按间接平差 .....	319
第四节	控制网可靠性与统计检验 .....	324
第五节	控制网精度与可靠性估算 .....	332
	主要参考文献 .....	336

# 绪 论

在高等院校测绘工程专业教育中，控制测量学历来是一门重要的专业课程。这是由于控制测量学在测绘科学和测绘技术中的重要地位和作用所决定的。

我们在学习控制测量学的时候，首先应该对它的性质、任务、内容以及发展状况有一个概括的了解。

## 一、控制测量学的涵义

通过《测量学》课程的学习已经知道，它的基本目的就是以测绘工作为手段，确定出地面点在空间的位置，并且把它表示成数据形式或者描绘在图面上，供工农业建设和工程设计施工所应用。

控制测量学也是为上述基本目的服务的。它与测量学（又称普通测量学）的区别在于：

(1) 测量的精度等级更高，工作更加严密。测量工作总是按从整体到局部的逐级控制原则进行的。在广阔的范围所进行的控制测量工作，必须对局部的具体测量工作负责，能够起到应有的支承和控制作用。为此，控制测量学就要研究更加精密的测量仪器、测量方法、数据处理方法等。

(2) 测量的范围更加广阔，常常是上百平方公里至数千平方公里。此时就不能再将地球表面视作平面，必须研究地球曲率等多种因素对测量成果的影响。

由于地球形状接近于旋转椭球，其表面是一个不可展平的曲面。此时既要保证很高的测量精度，又要提供出局部测绘平面图所需要的控制测量成果，所以必须妥善解决地面观测成果到椭球面、再到平面上的转化问题，即投影的方法和投影的计算问题。

(3) 普通测量学侧重于从微观上将地球表面的形态加以模型化，并且形象地描绘在平面上。控制测量学则要求从宏观上更加精密地测定点的位置，将这些点构成整体框架，控制整个区域的地形测图和工程测量工作。如果说地形图的测绘和应用是测量学的研究对象，建立科学化、规范化的地面控制网的理论和方法就成为控制测量学的研究对象。

控制测量学与经典大地测量学的关系极为密切。大地测量学比控制测量学的测量范围更加广阔，覆盖全国乃至更大范围，其任务也更加广泛。由于二者处理问题的途径和方法基本相同，所以很久以来大地测量学也包括了控制测量学。近期 50 年，科学技术的发展突飞猛进，大地测量学的研究内容日益丰富。于是先后形成了应用大地测量学、椭球大地测量学、物理大地测量学、测量平差、卫星大地测量学、惯性大地测量学等不同分支。在这种形势下，控制测量学应运而生，成为应用大地测量学、椭球大地测量学、测量平差、卫星大地测量学之间的一个实用性很强的交叉学科，它的研究对象和研究内容是大地测量学的不同分支所无法取代的。

与大地测量相比较，控制测量的区域特征更加明显。如果按测量精度由高级到低级、按测量范围由整体到局部，可以依次区分为：大地测量学→控制测量学→普通测量学。所以控制测量学是一项承上启下、直接服务于某个地区（例如城市、工矿地区）经济建设和工



农业生产的基础性测量工作。

各种数据是控制测量成果的最终体现。按这些数据的来源和作用可以分成 3 类，即起始数据、观测数据、推算数据。一般来说，控制测量的起始数据（如已知点坐标）是由大地测量成果提供的；控制测量的观测数据是通过外业观测获取的；控制测量的推算数据是根据起始数据和观测数据推算出来的。控制测量的推算数据也就是普通测量所需要的起始数据。

## 二、控制测量学的任务和作用

控制测量作为一个城市或一个工矿地区一切测绘工作的框架和基础，采用什么样的技术方案最为合理呢？

常规的办法就是在全区范围内设置一系列能够长期保存、便于应用的固定点位，称之为控制点。这些点位按不同的测量方式彼此联结构成统一的整体网形，称之为控制网。通过实地观测和数值计算，精密地确定出控制点在全区统一坐标系统中的水平位置和高程位置，并且监测这些控制网点随时间的变化量。

上述就是控制测量学的基本任务。为实现这项任务就必须研究有关的理论和有关的方法，这也正是控制测量学的研究对象。

建立地面控制网，精确测定控制点的空间三维位置，具有重要的作用，具体表现为以下 3 个方面。

### 1. 为地形测图提供控制基础

地形测图是在控制测量所建立的控制网基础上，再进一步加密图根控制点，随后测绘地形、地物点，最终绘制成地形图。控制测量是通过以下途径发挥其控制作用的：

(1) 控制测图误差，保证地形图的应有精度。地形测图工作本来可以自一点开始，由近及远、由此及彼逐步展开和延伸。但是这样做的结果必然导致测图误差的迅速积累和急剧增大，以致达到不能容许的程度。因此，地形测图必须依据高精度的控制点作为基础，使测量误差仅限定在控制点与周围的地形、地物点之间。这样一方面可以保证地形、地物在图面上的应有精度，另一方面也能使各图幅的精度均匀一致。

(2) 可以在不同地方同时开展测图工作，相邻的测绘成果能够衔接一起彼此利用。控制网的坐标系统在广大区域内都是统一的。这样就可以在不同地点、不同时间安排测图工作，按轻重缓急顺其需要，摆脱了时空的限制。所测的地形图又不会出现重叠和遗漏，均能相互拼接彼此利用。

(3) 将地球曲面展绘成平面时，控制了由于褶皱和断裂造成的误差。地球表面是一个不可展平的曲面，而地形测图又必须在平面上实施。用一般方法是不能将球面上的地形、地物展绘到平面上的。而控制测量则成功地解决了自地球表面投影到平面上的问题，利用控制测量所提供的控制点平面直角坐标，可以方便地将地形、地物测绘到平面图上，而不产生明显误差。

### 2. 为城建和矿山工程测量提供起始依据

在城乡规划建设、矿产资源开发、水利枢纽建造、铁路交通兴修等各项国民经济建设中，不仅需要各种比例尺地形图进行规划设计，还必须直接利用控制测量成果进行多种工程测量工作。

在我国长江综合利用规划设计中，就测设了 2 万多个三角点和十几万公里的水准；为

了制定南水北调工程的方案，充分利用了东、中、西三条线路附近的控制测量成果；我国最近十几年兴修的铁路干线中，大型隧道、桥梁有数百座，每项工程都需要优质的控制测量成果作保障，使它们相继贯通、合拢；在矿产资源开采中，常常是通过不同立井的井下巷道相向掘进，在设计地点准确贯通，或者由地面向井下指定地点标定钻孔。这些都是依据控制测量成果进行计算完成标设工作的。

### 3. 为地球动力学、地震学等科学研究提供信息

传统的控制测量学是将地球视为固定不变的形体作为测绘对象的。事实上地球从表面到内部都处在不断运动之中，例如地球自转轴在地球体内的位置和自转角速度都在随时间而变化，地核、地幔、地壳乃至地表也处于不断运动之中。研究这些变化的规律属于地球动力学的范畴。对于某一地区的地壳缓慢变化，可以定期重复测量该地区的控制网，综合分析比较不同时期的控制测量资料，便可发现该地区的地壳变化情况。

地壳变形的监测对地震学的研究也具有重要意义。例如在地震区通过监测可以研究区域内的应变积累和能量释放、应变分布和主断层运动速率，判断其变化是均匀的还是间歇的，为中长期和临震预报提供依据。

对于大型水利枢纽工程、环山铁路公路建设、大型采矿场等也都需要地壳变形的准确数据，以提高地质分析和评价的可靠性。

综合起来，区域性地壳变形监测可用于下列目的：①地震危险区的变形监测；②大型水利枢纽的变形监测；③岩崩、滑坡的变形监测；④冰川区形态监测；⑤活动断层、断裂带的变形监测；⑥沿海城市沉降的观测。

### 三、控制测量学的内容

地面控制网通常被分为平面控制网（即水平控制网）和高程控制网。这样可以使测定地面点水平位置和竖直位置的工作分别进行，技术上容易实现，经济上也比较合理，对成果的实际应用也比较有利。

地面水平控制网是以一定形式的图形，将控制点相互联结构成网状。观测网中的角度、边长等要素，并将它们都归算到统一选定的计算基准面上，然后对全网进行平差，根据必要的起始数据算得各控制点的水平位置。

因为地球近似于一个旋转椭球，所以采用一个大小形状与地球形体接近的椭球面作为计算基准面，可以使点位获得较高的精度。另一方面，地形图又是在平面上表示的，控制点还需要按科学的方法从椭球面投影到测图平面上。为此就需要解决测量元素自地面向椭球面、自椭球面向投影平面的转化问题。

高程控制网是由联结各高程控制点的水准测量路线所组成。通过水准测量测得相邻水准点之间的高差，推算出各水准点高程。

为了推算各水准点高程，还必须选择一个高程基准面，作为高程的起始面。实际上是通过长期验潮所得的平均海面作为高程基准面，所以控制点的高程就是超出平均海面的高度，有时通俗地称其为海拔高。高程起始点的高程则是从高程基准面通过精密水准联测求得的。其次，在所测定的高差中，还应该考虑地球外部引力、地球自身的非均质性等有关因素的影响，对观测高差进行改正，而后经过统一平差，确定出网中各水准点的高程。

具体地说，控制测量学将着重阐述以下问题：

(1) 建立国家大地控制网的基本原理和必要知识。因为控制测量是依附于国家大地控

制网进行的，并以其作为起始依据，所以控制测量学的首要内容就是介绍国家大地控制网的建立原理、建网方法和工作过程。

(2) 建立地面控制网所必须的观测仪器和观测方法，例如精密角度测量、精密距离测量、精密高程测量等，这些都是控制测量学的基本内容，本书将分章阐述。

(3) 地面控制网（分为平面控制网和高程控制网）的建立，包括布网方案、精度分析、观测作业、成果验算等。对各种布网形式将分别介绍，如三角网、导线网、高程网、GPS网等。

其中GPS网是全球定位系统在控制测量中的应用。该项技术一经出现就对经典控制测量理论和方法产生了广泛而深远的影响，一跃成为布测地面控制网的主要形式，本书将分章介绍。

(4) 大地坐标系统的建立。主要研究椭球的选择及其定位，椭球的数学性质和椭球面上的计算，大地坐标系统的转换，高斯正形投影的性质，高斯投影计算，平面坐标系统的转换和选择等。

(5) 控制测量数据处理。数据处理的主要工作就是平差计算，包括按间接平差和按条件平差进行平面控制网和高程控制网的平差计算。

#### 四、控制测量学发展概况

科学技术的发展是人类认识自然、改造自然的必然结果，人们在认识自然、改造自然的社会实践中，不断积累、不断总结，促进了科学技术的不断丰富和发展。

测绘科学技术也是一样，随着人们认识的不断深化，导致了学科内容的不断扩大和新的学科的形成。

控制测量的起源可以追溯到两千多年以前。因为受到社会条件、生产和科技水平的限制，只是适应当时人们生活和生产的需要，测量仪器和测量方法都比较原始，测量精度很低。

直到18世纪，由于大工业的出现，生产和技术水平得到提高，测量仪器和测量方法不断改进，法国等一些国家先后开展了弧度测量，第一次在近代地球形状理论基础上导出了地球椭球模型，并取其子午圈一象限弧长的千万分之一作为长度单位，记为1m，这是世界上通用米制的起源。从18世纪末开始，英、德、法、俄、美、印度和一些北非国家，先后完成了大量的三角测量，并进行了许多联测。

19世纪和20世纪，是测绘理论和技术空前发展的时期。

1806年法国学者勒让德(Legendre)提出最小二乘法理论后，德国学者高斯(Gauss)应用这一原理处理天文大地测量成果，产生了测量平差法，一直应用至今。1822年高斯还提出了椭球面投影到平面的正形投影法，这种方法目前仍在广泛应用。1846年德国创建了卡尔·蔡司光学仪器厂，逐步开始了光学经纬仪、水准仪等测量仪器的大规模生产。1897年法国国际度量衡局用膨胀系数极小的镍铁合金，制成因瓦基线尺，使丈量距离的精度和速度大为提高。1920年威特(Wild)等人研制了第一台光学经纬仪，1936年威特又发明了对径重合读数法，开始生产现今仍广泛使用的精密光学经纬仪。1948年和1957年世界上先后出现了光电测距仪和微波测距仪，从根本上改变了精密距离测定方法。

我国近代控制测量工作实际上是从新中国成立后开始的。1956年我国成立国家测绘总局，随即颁布了大地测量法式和相应的规范细则。在全国范围内布测了总长度近8万km包

括 120 多个锁环的一等三角锁。在锁环中间又布测二等全面三角网，青藏高原地区布测电磁波测距导线。70 年代末期，对我国全部一等锁环和二等全面网以及部分三等网进行了整体平差，建立了 1980 年西安大地坐标系。此外，9 万多公里的一等水准网也通过了平差计算，建立了 1985 年国家高程基准。

近 40 年来，控制测量的手段和技术日新月异。

一方面，随着电磁波测距技术、电子测角技术、计算机技术的迅速发展，经典的测量技术向着自动化、智能化的方向迅速发展。数据采集、数据传输、数据处理与存储正在实现全流程的自动化，其精度愈来愈高、功能愈来愈强、适用性愈来愈广。

另一方面，人造地球卫星等空间技术的发展，又为控制测量的根本性变革创造了条件。全球定位系统 (GPS) 从开始应用于控制测量实践，就以其特有的自动化、全天候、高效益的显著优势令经典控制测量刮目相看，显示出强大的生命力。目前，GPS 定位网正在全面取代传统的三角网。一场深远的测量技术革命悄然兴起。

# 第一章 国家大地控制网建立原理

城市或工矿地区的控制网一般是在国家大地控制网的基础上建立和发展起来的，实际上也是国家大地控制网的进一步加密。所以应对国家大地网有所了解。

本章将首先介绍大地控制测量的基准面和基准线，以及表示地面点位置的坐标系统，以便了解大地测量的工作基准和计算基准。

其次，将分别对国家平面控制网、国家高程控制网以及国家GPS定位网的建网原则、建网方案和不同等级网的技术规格、作用及现状等作一些具体说明，以便掌握国家大地控制测量的基本知识，为以后各章的学习奠定基础。

## 第一节 控制测量的基准面和基准线

由于地球表面高低不平很不规则，要解决在全国 960 万  $\text{km}^2$  范围内建立国家大地控制网的问题，必须统一大地测量及其计算的基准，如基准线、基准面、基准点和基准数据等。

### 一、水准面和大地水准面

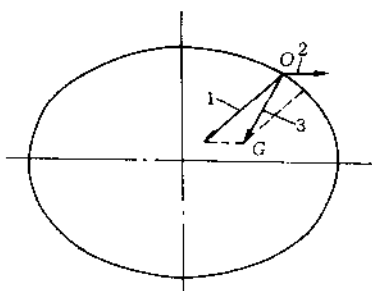


图 1-1

1—引力方向；2—离心力方向；3—重力方向

地球上的任何一点，都同时受到两个作用力：地球自转的离心力和地心引力，它们的合力称为重力，重力的方向即为铅垂线方向（见图 1-1）。我们在野外测量时，常常要整置仪器，使仪器垂直轴居于地面点的铅垂线上。由此可见，铅垂线就是野外测量工作的基准线。

处于静止状态的水面，即表示一个水准面。水准面必然处处与重力方向（铅垂线方向）垂直，否则水就要处于运动状态。在地球引力起作用的空间范围内，通过任何高度的点都有一个水准面，在地球体和体内存在着无数个水准面。

我们在不同测站上观测的水平角就是在高低不同的水准面上的角度；水准测量所得到的两点间的高差，是过这两点的不同水准面间的铅垂线长度；对于距离的观测值，也存在换算到哪个高程面的问题。

上述 3 类地面观测值，都与水准面的选择有关，特别是水准测量的结果，更是直接取决于水准面的选择。于是，为了能使不同测量部门的观测结果互相比较和统一利用，必须选择一个最有代表性的水准面作为外业成果的统一基准。

我们知道，地球表面上的海洋面积约占地球总面积的 71%，所以海水面是地球上最广大的天然水准面。可以设想把这样一个只受重力作用，无潮汐风浪影响，完全处在静止和平衡状态的海水面扩展并延伸到大陆下面，从而形成一个处处与铅垂线方向正交的包围整

个地球的封闭曲面，我们称它为大地水准面，它所包围的形体称为大地体。由于大地体的形状和大小均接近地球的自然表面，并且它的位置比较稳定，因此，我们选取大地水准面作为测量外业的统一基准面，而与其相垂直的铅垂线则是外业的基准线。

## 二、地球椭球

虽然大地水准面最适合于作为测量外业的基准面，但是大地水准面是一略有起伏的不规则曲面，由于地表起伏以及地层内部密度变化造成质量分布不均匀，无法用数学公式把它精确地表达出来，也就不确知其形状。如图 1-2 所示，高山的两侧是一片谷地，且山体下有密度大的重金属矿体，从而造成左、右两侧局部质量分布的较大差异，以致铅垂线呈现出不规则的变化。故大地水准面不能作为控制测量计算的基准面。

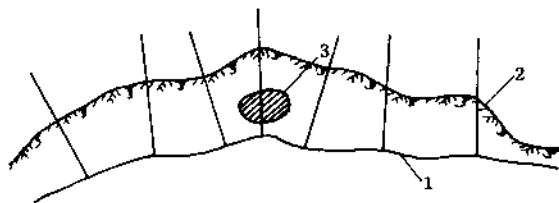


图 1-2

1—大地水准面；2—地球表面；3—大密度体

随着科学技术的进步，人类逐渐认识到地球的形状极近于一个两极略扁的旋转椭球。对于这样一个规则的几何形体表面，可以用简单的数学公式将它准确地表达出来，因而世界各国都采用旋转椭球代表地球。它的形状和大小与椭球的长短半径  $a$  和  $b$  有关。如图 1-3 所示， $O$  为椭圆中心， $WE$  为长轴， $NS$  为短轴，椭球体就是椭圆绕其短轴  $NS$  旋转而成的几何形体。椭球的大小和形状取决于它的长半径  $a$  和短半径  $b$ 。习惯上常常用长半径  $a$  和扁

$$f = \frac{a-b}{a}$$

率来表示椭球的形状和大小。

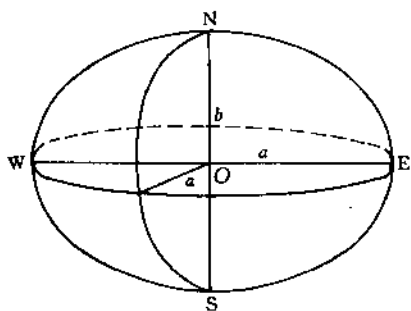


图 1-3

率来表示椭球的形状和大小。椭球面是一个规则的数学曲面。选好一定形状和大小的椭球后，应该先将以大地水准面为基准面的野外观测成果换算到这个表面上，在它上面计算点位坐标。要做到这一点，还必须将它与大地水准面的相关位置确定下来，这个工作称为椭球定位。

我们把形状和大小与大地体相近，且两者之间相对位置确定的旋转椭球称为参考椭球。参考椭球面是测量计算的基准面，椭球面法线则是测量计算的基准线。世界各国总是根据本国的地面测量成果选择一个适合本国情况的参考椭球，因而参考椭球有许多个。然而将各国的测量成果联系起来进行国际间合作时，参考椭球的不同又带来了不便。因此，从全球着眼，必须寻求一个和整个大地体最为接近、密合最好的参考椭球，此椭球又称为总地球椭球。

总地球椭球的确定，必须以全球范围的大地测量和重力测量资料为依据。由于海洋面积约占地球总面积的 71%，只根据陆地测量成果推算总地球椭球是不可能的。近年来，由于卫星大地测量技术的发展，已根据卫星和陆地大地测量的成果求出一些总地球椭球的近似数据。人们最终将使用总地球椭球。

### 三、垂线偏差

由前述可知，外业测量是以测站点的铅垂线为基准，内业计算是以椭球面的法线为基准。由于大地水准面与椭球面不可能处处重合，因而在同一测站点上铅垂线与椭球面法线也不会重合（图 1-4），两者之间的夹角  $u$  称为该点的垂线偏差。垂线偏差的大小和方向随着点位不同发生不规则的变化。垂线偏差不只是由地球内部质量分布不均匀所引起，而且还与椭球大小和形状以及定位情况有关。垂线偏差  $u$  通常用南北方向上的投影分量  $\xi$  和东西方向上的投影分量  $\eta$  来表示。大地水准面与椭球面在某一点上的高差称为大地水准面差距，用  $N$  表示。当前者高于后者时， $N > 0$ ；反之， $N < 0$ 。

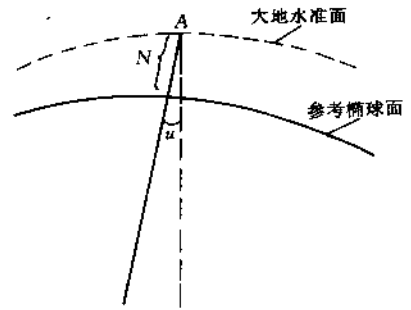


图 1-4

## 第二节 表示点位的坐标系统

地面上一点在空间的位置，可以用各种不同的坐标系统来表示。下面介绍几种常用的坐标系统。

### 一、天文坐标系

在图 1-5 中， $O$  为地球质心， $ON$  为地球自转轴， $N$  点假定为北极点， $P$  点为地面上任意一点， $PP'$  为  $P$  点的垂线方向。包含  $P$  点垂线方向并与地球自转轴  $ON$  平行的平面称为  $P$  点的天文子午面。 $G$  点为英国格林尼治平均天文台位置（某一特殊定义的点）。过  $G$  点包含  $ON$  的平面称为起始天文子午面。过地球质心并与  $ON$  正交的平面称为地球赤道面。天文子午面、地球赤道面分别与大地水准面的交线称为天文子午线和地球赤道。 $P$  点的垂线方向与赤道面交角  $\varphi$  称为  $P$  点的天文纬度、 $P$  点的天文子午面与起始子午面的夹角  $\lambda$  称为  $P$  点的天文经度， $\varphi$ 、 $\lambda$  定义为  $P$  点的天文坐标。为了方便，在一些文献中，还把地面点的正常高  $H_*$ （详见第四节）也列为天文坐标的一个分量。这样，在该坐标系中，地面上一点  $P$  的天文坐标可表示为  $(\varphi, \lambda, H_*)$ 。这样建立的坐标系称为天文坐标系，它是可以通过

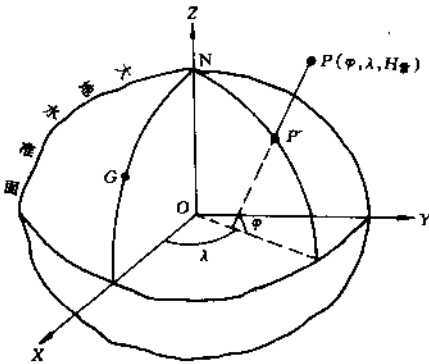


图 1-5

天文观测直接测定点位坐标的一种“自然”坐标系。天文坐标还能给出一点的垂线方向，因此它不仅包含点位信息，而且包含重力场信息。天文坐标系在研究大地水准面形状中起着重要作用。

### 二、大地坐标系

大地坐标系是在椭球面上建立起来的一种表示地面点位的球面坐标系。在测量计算中，大地坐标系具有重要的意义。

在图 1-6 中,  $O$  是椭球中心,  $NS$  为椭球的旋转轴,  $N$  在北称为北极,  $S$  在南称为南极。包括旋转轴  $NS$  的平面称为子午面, 子午面与椭球面的交线称为子午圈或子午线。子午线也称为经线。垂直于旋转轴  $NS$  的平面与椭球面的交线称为平行圈, 平行圈也称为纬线。圆心为椭球中心  $O$  的平行圈称为赤道。

建立大地坐标系, 规定以椭球的赤道为基圈, 以起始子午线——经过格林尼治天文台的子午线为主圈。对于图 1-6 中地面上任意一点  $P$  而言, 其大地坐标为:

大地经度  $L$ ——过  $P$  点的椭球子午面与格林尼治起始子午面之间的夹角。由格林尼治子午线起算, 向东为正, 向西为负。

大地纬度  $B$ ——过  $P$  点的椭球面法线与椭球赤道面的夹角。由赤道起算, 向北为正, 向南为负。

大地高  $H$ ——由  $P$  点沿椭球面法线至椭球面的距离。

在大地坐标系中, 两点间的方位是用大地方位角来表示的。例如  $P$  点至  $R$  点的大地方位角  $A$ , 就是  $P$  点的子午面与过  $P$  点法线及  $R$  点的平面所成的夹角, 由子午面顺时针方向量起。

### 三、空间大地直角坐标系

空间大地直角坐标系是在大地体内建立的坐标系(参见图 1-5), 它的原点  $O$  与地球质心重合,  $Z$  轴与地球自转轴重合, 指向地球北极,  $X$  轴与地球赤道面和格林尼治平均子午面的交线重合,  $Y$  轴与  $XZ$  平面正交, 指向东方,  $X$ 、 $Y$ 、 $Z$  构成右手坐标系, 一点  $P$  的空间大地直角坐标用  $(x, y, z)$  表示。地心坐标系是唯一的, 它可以确定地面点的“绝对坐标”, 它在卫星大地测量中获得广泛应用。

### 四、高斯平面直角坐标系

为了建立各种比例尺地形图的测图控制和工程测量控制, 通常需要将椭球面上各点的大地坐标, 按照一定的数学规律投影到平面上, 并以相应的平面直角坐标表示。

假设,  $(x, y)$  为上述投影平面上的平面直角坐标,  $(B, L)$  为椭球面上相应的大地坐标,  $a$ 、 $b$  为椭球的长半轴和短半轴, 则其间关系一般可表示为

$$x = F_1(B, L)$$

$$y = F_2(B, L)$$

式中,  $F_1$ 、 $F_2$  称为投影函数。它根据我们对投影所提出的不同条件, 而具有不同的形式, 从而构成不同的平面直角坐标系。

根据我国的地理情况, 为建立地形图的测量控制和城市、矿山等区域性的测量控制, 早在 1952 年决定, 采用高斯-克吕格平面直角坐标系, 简称为高斯平面坐标系。

由于椭球面是一个不可展曲面, 也就是说, 我们不可能将其毫无变形地展为一个平面。所以, 无论如何选择投影函数  $F_1$  和  $F_2$ , 椭球面上的元素, 投影到平面上, 都会产生一定的

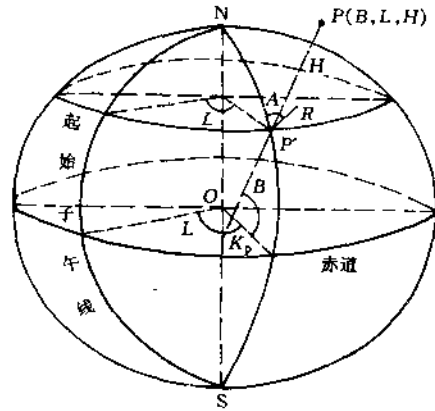


图 1-6



变形。这种变形一般分为角度变形、长度变形和面积变形。尽管投影变形是不可避免的，但是对其中的某一种变形，却是可以掌握和控制的。例如可以使某一种变形为零，其它变形存在，也可以使3种变形都存在，但减小到某一适当程度。高斯投影是一种等角投影或称正形投影，即角度投影后保持不变，这就保持了投影前后图形相似，对于地形测图和用图，是十分有利的。

高斯投影又称横轴椭圆柱等角投影，它是德国测量学家高斯于1825~1830年首先提出的。实际上，直到1912年，由德国另一位测量学家克吕格推导出实用的坐标投影公式后，这种投影才得到推广，所以该投影又称高斯-克吕格投影。如图1-7(a)所示，想象用一个椭圆柱面横套在椭球外面，并与某一条子午线（此子午线称为中央子午线或轴子午线）相切，椭圆柱的中心轴通过椭球中心，然后用一定投影方法将中央子午线两侧各一定经差范围内的地区投影到椭圆柱面上，再将此柱面展开即成为投影面。在投影面上，中央子午线和赤道的投影都是直线，并且以中央子午线和赤道的交点 $O$ 作为坐标原点，以中央子午线的投影为纵坐标轴，以赤道的投影为横坐标轴，这样便形成了高斯平面直角坐标系，如图1-7(b)所示。

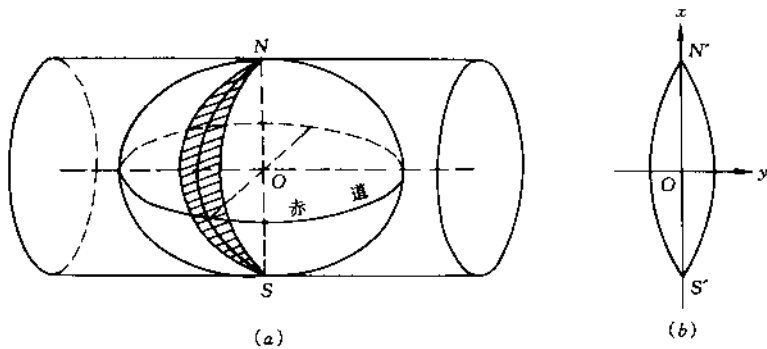


图 1-7

高斯投影对投影函数的选择条件是：

- (1) 椭球面上的任一角度，投影到平面后保持不变；
- (2) 作为平面坐标轴的中央子午线，投影后为一条直线，并且是投影点的对称轴；
- (3) 中央子午线投影到平面后，其长度不变。

高斯投影避免了角度变形，却避免不了长度变形，而且随着至中央子午线距离的增加，长度变形急剧增大。

为了限制长度变形，避免对测图工作产生有害影响，就需要把投影区域限定在中央子午线两旁的狭窄范围之内。

为此，通常按经度每隔 $6^\circ$ 用子午线把椭球面分成若干长条形的投影带，每一个投影带独立投影到平面上，形成彼此独立的坐标系。位于投影带中央的子午线就叫中央子午线，中央子午线和赤道的投影像分别是纵坐标轴和横坐标轴。用于分带的子午线就叫分带子午线或边界子午线，如图1-8所示。

第1带的西部边界子午线是格林尼治 $0^\circ$ 子午线，由 $0^\circ$ 子午线起每隔经差 $6^\circ$ 自西向东分