丛书策划：马志明

教与学系列

JIAOYUXUE

与现行新课标同步

教与学

新课标周末同步训练

八年级数学（下册）

(Z 浙江版)

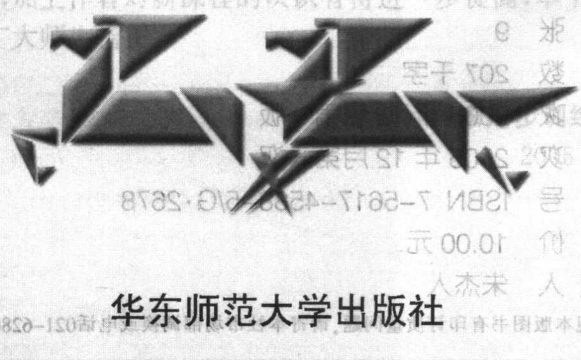
华东师范大学出版社

新课标周末同步训练

八年级数学(下)

(Z 浙江版)

《新课标周末同步训练》编写组 编



华东师范大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

新课标周末同步训练.八年级数学.下：浙教版/《新课标周末同步训练》编写组编.—上海：华东师范大学出版社，2005.12

ISBN 7-5617-4588-5

Ⅰ.新… Ⅱ.新… Ⅲ.数学课-初中-习题 Ⅳ.G634

中国版本图书馆CIP数据核字(2005)第156024号

新课标周末同步训练

八年级数学(下)(浙江版)

组 编 者　本社

策划组稿　新课标周末同步训练编写组

封面设计　周　辉

出版发行　华东师范大学出版社

市场部　电话 021-62865537

传真 021-62860410

门市(邮购)电话 021-62869887

门市地址：华东师大校内先锋路口

http://www.ecnupress.com.cn

印 刷 者　杭州钱江彩色印务有限公司

开　　本　787×960　16开

印　　张　9

字　　数　207千字

版　　次　2005年12月第一版

印　　次　2005年12月第一次

书　　号　ISBN 7-5617-4588-5/G·2678

定　　价　10.00元

出 版 人　朱杰人

编写说明

新一轮的课程改革已经在全国各地紧锣密鼓地进行着，根据课程标准编写的各种版本的教科书给我们带来了许多新的教育观念和气息. 为了使“促进每一位学生的发展”这一新课程的灵魂落到实处，帮助学生提高学习效率，牢固掌握基础知识和基本技能，增强思维能力，我们组织课程改革实验区有丰富实践经验的骨干教师编写了这套新课标周末同步训练丛书.

本分册根据浙教版数学教科书(7～9 年级)编写而成. 本分册各节设有“学习指要”、“解题指导”、“自主练习”等栏目. “学习指要”以节为单位，包含两个内容，一是“知识要点”，列出该节学习的主要内容；二是“重要提示”，目的在于帮助学生理解该节的学习内容，突出重点、难点、关键点和疑难点. “解题指导”和“自主练习”以课时为单位，其中“解题指导”对一些典型的例题进行分析和解答，对学生进行解题指导；“自主练习”分 A、B 两组，A 组为基础练习，B 组为提高练习，供不同层次的学生以及学生在不同的学习阶段选择.

本丛书力求体现新课程的基本理念，紧密联系生活实际，突出自主探究，着力培养学生的学习能力，提高学生的学习兴趣.

本分册的作者为赵柏松、韩焕卿、尉劲松、严伟军、夏刚祥、李志坚、陈贤凤、许华、王科英，统稿人赵柏松.

由于时间匆促，加上作者对新课程的认识有待进一步提高，本书在编写时难免出现一些不足，敬请广大师生指正.

新课标周末同步训练丛书编写组

2005 年 12 月

目 录

第一章　二次根式

1.1　二次根式

学习指要

一、知识要点

1. 式子$\sqrt{a}$ $(a\geqslant0)$叫做二次根式.

2. 二次根式$\sqrt{a}$中,$\sqrt{a}\geqslant0$,$a\geqslant0$.

二、重要提示

1. 二次根式的实质是一个数的算术平方根，它具有非负性.即$\sqrt{a}\geqslant0$ $(a\geqslant0)$.

2. 在实数范围内负数没有平方根,故在$\sqrt{a}$中必须满足被开方数大于或等于零.即 $a\geqslant0$.象$\sqrt{-1}$,$\sqrt{-x^2-1}$均无意义.

3. 在求二次根式的值时,往往用代入法,把字母的值代入二次根式中.

解题指导

【例 1】 判断下列代数式中哪些是二次根式?

$$\sqrt{-16},\sqrt{\frac{1}{2}},\sqrt{a+9},\sqrt{a^2+1},\sqrt{(x-2)^2},$$

$$\sqrt{-x}\ (x\leqslant0),\sqrt{x^2-2x+5}.$$

【分析】 根据二次根式的定义,二次根式应满足:(1)带有根号“$\sqrt{\quad}$”;(2)被开方数大于或等于零.

【解】 一定是二次根式的是$\sqrt{\frac{1}{2}}$,$\sqrt{a^2+1}$,$\sqrt{(x-2)^2}$,$\sqrt{-x}$ $(x\leqslant0)$,$\sqrt{x^2-2x+5}$.

【反思】 含有二次根号的式子,只有确定被开方数是非负数时,才能判定它是二次根式.如$x^2-2x+5=(x-1)^2+4>0$.所以$\sqrt{x^2-2x+5}$是二次根式.由于 $a+9$ 不一定是非负数,所以$\sqrt{a+9}$不一定是二次根式.还有当$x\leqslant0$,$-x\geqslant0$.故$\sqrt{-x}$ $(x\leqslant0)$也是二次根式.

【例 2】 求下列二次根式中字母 x 的取值范围:

(1) $\sqrt{2x+1}$;　　(2) $\sqrt{3-2x}$;

(3) $\sqrt{\frac{1}{1-3x}}$;　　(4) $\sqrt{x^2+2x+1}$;

(5) $\frac{\sqrt{2-x}}{x+1}$.

【分析】 (1)、(2)、(3)要使$\sqrt{a}$有意义,只须 $a\geqslant0$ 即可.(4)先把 x^2+2x+1 配成$(x+1)^2\geqslant0$.(5)式中分子,分母对 x 的取值都有限制时,要注意结果取它们的公共部分,一方面分子$\sqrt{a}$有意义,须 $a\geqslant0$,另一方面使分母有意义,要求字母取值使分母不等于零即可.

【解】 (1)由 $2x+1\geqslant0$,得 $x\geqslant-\frac{1}{2}$.

∴字母 x 的取值范围是 $x\geqslant-\frac{1}{2}$的实数.

(2)由 $3-2x\geqslant0$,得 $x\leqslant\frac{3}{2}$.

∴字母 x 的取值范围是 $x\leqslant\frac{3}{2}$的实数.

(3)由$\frac{1}{1-3x}>0$,得 $1-3x>0$,即 $x<\frac{1}{3}$.

∴字母 x 的取值范围是 $x<\frac{1}{3}$的实数.

(4)因为无论 x 取何值,都有:$x^2+2x+1=(x+1)^2\geqslant0$.所以 x 的取值范围是全体实数.

(5)由题知$\begin{cases}2-x\geq 0,\\ x+1\neq 0.\end{cases}$ 得$\begin{cases}x\leq 2,\\ x\neq -1.\end{cases}$

所以字母 x 的取值范围是 $x\leq 2$ 且 $x\neq -1$ 的实数.

【反思】 求二次根式中字母的取值范围的基本依据是被开方数大于或等于零，而分母中出现字母时还须保证分母不为零，求解的一般方法是转化为解不等式或不等式组. 若被开方式配方后是非负数时，则字母的取值范围是全体实数.

【例 3】 当 $x=3$ 时，求二次根式 $-\sqrt{2x-1}$ 的值.

【分析】 只要将 $x=3$ 代入二次根式即可.

【解】 将 $x=3$ 代入二次根式，得：$-\sqrt{2x-1}=-\sqrt{2\times 3-1}=-\sqrt{5}$.

【反思】 代入时，要将省略的乘号自动添上.

【例 4】 物体自由下落时，下落距离 h(米)可用公式 $h=5t^2$ 来估计，其中 t(秒)表示物体下落所经过的时间.

(1)把这个公式变形成用 h 表示 t 的公式.

(2)一只野猪跌入 20 米深的陷阱，下落过程经过了几秒？

【分析】 (1)由 $h=5t^2$ 得 $t^2=\frac{h}{5}$

所以 $t=\sqrt{\frac{h}{5}}$.

(2)已知 h(米)求 t(秒)，只要代入(1)中所求的公式即可.

【解】 (1)由 $h=5t^2$，得 $t^2=\frac{h}{5}$

$\therefore t=\sqrt{\frac{h}{5}}$.

(2)把 $h=20$ 代入 $t=\sqrt{\frac{h}{5}}$ 中，得 $t=\sqrt{\frac{20}{5}}=\sqrt{4}=2$(秒).

【反思】 当 $t^2=\frac{h}{5}$，由于时间 t 为正数，故变形成 $t=\sqrt{\frac{h}{5}}$. 变形正确是解题的关键. 当算到 $t=\sqrt{4}$时，由于$\sqrt{4}=2$，所以要将它化简成 $t=\sqrt{4}=2$(秒)，这一点要引起注意.

自主练习

A 组

1. 二次根式 $\sqrt{a+1}$ 中，a 的取值范围是________.

2. 要使二次根式 $\sqrt{2+3x}$ 有意义，那么 x 的取值范围是________.

3. 当 a ________时，$\sqrt{-a}$有意义.

4. 二次根式$-\sqrt{-\frac{3}{a}}$中，字母 a 的取值范围是________.

5. 当 $x=-1$ 时，二次根式 $\sqrt{1-x}$ 的值为________.

6. 下列各式中，不是二次根式的是 ( )

A. $\sqrt{x+3}\ (x\geq -3)$

B. $\sqrt{(x-1)^2+1}$

C. $\sqrt{3-\pi}$

D. $\sqrt{5-x}\ (x\leq 5)$

7. 使式子$\frac{\sqrt{x+3}}{x-2}$有意义的 x 的取值范围是 ( )

A. $x\neq 2$

B. $x>-3$ 且 $x\neq 2$

C. $x\geq 3$ 且 $x\neq 2$

D. $x\geq -3$ 且 $x\neq 2$

8. 如果$\sqrt{1-\frac{x}{2}}$是二次根式，那么 ( )

A. $x\geq 0$　　B. $\frac{x}{2}\leq 0$

C. $x<2$　　D. $x\leq 2$

9. 当 $a=-3$ 时，$\sqrt{(a-2)^2}=$ ( )

A. -5　　B. 5

C. -1　　D. 1

10. 要使 $\sqrt{-x^2}$ 有意义，x 的取值范围是 ( )

A. $x=0$　　B. $x\geq 0$

C. $x\leq 0$　　D. 不能确定

B组

11. 求下列二次根式中 x 的取值范围：

(1) $\sqrt{-2-3x}$　　(2) $\sqrt{x^2+1}$

(3) $\sqrt{3-x}+\sqrt{3x-6}$　　(4) $\dfrac{\sqrt{6-x}}{x+1}$

12. 如果 $|a-3|$ 与 $\sqrt{b-3}$ 互为相反数，则 $\sqrt{a+2b}=$________.

13. 若 a 为正整数，$\sqrt{6-a}$ 为整数，则 a 的值为________.

14. 已知 x、y 为实数，且 $x=\sqrt{1-3y}+\sqrt{3y-1}+2$，求 $6y-4x$ 的值.

15. 若 $b=\dfrac{\sqrt{a^2-1}+\sqrt{1-a^2}+1}{a-1}$，求 a、b 的值.

数学乐园

16. 先阅读材料，再回答问题.

在直角三角形中，a,b,c 分别表示三条边，且 c 为斜边，那么 $c^2=a^2+b^2$，即 $c=\sqrt{a^2+b^2}$，例如 $a=12, b=5$ 则 $c=\sqrt{5^2+12^2}=\sqrt{169}=13$.

现在给你一把米尺，一条长绳，一把剪刀，你能剪出一段长为 $\sqrt{13}$ 米的绳子吗？如果可以，请你说出理由.

1.2 二次根式的性质

学习指要

一、知识要点

二次根式的性质：

(1) $(\sqrt{a})^2=a\ (a\geqslant 0)$

(2) $\sqrt{a^2}=|a|=\begin{cases} a & (a\geqslant 0) \\ -a & (a<0) \end{cases}$

(3) $\sqrt{ab}=\sqrt{a}\cdot\sqrt{b}(a\geqslant 0, b\geqslant 0)$

(4) $\sqrt{\dfrac{a}{b}}=\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}\ (a\geqslant 0, b>0)$

二、重要提示

1. $(\sqrt{a})^2=a$ 对于 $a\geqslant 0$ 的实数成立.

2. $\sqrt{a^2}=|a|$ 对于任何实数 a 都成立.

3. 化简二次根式 $\sqrt{a^2}$ 时，可转化为绝对值的化简问题.

4. $\sqrt{a^2}$ 化简时不能写成 $\sqrt{a^2}=\pm\sqrt{a}$.

5. $\sqrt{a+b}\neq\sqrt{a}+\sqrt{b}$.

6. 在 $\sqrt{ab}=\sqrt{a}\cdot\sqrt{b}$ 中，等号成立的条件是：$a\geqslant 0, b\geqslant 0$；在 $\sqrt{\dfrac{a}{b}}=\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ 中，等号成立的条件是 $a\geqslant 0, b>0$，否则不成立.

(一)

解题指导

【例 1】 计算：

(1)$(\sqrt{5})^2$　　(2)$\left(\sqrt{\frac{1}{5}}\right)^2$

(3)$\left(-\sqrt{\frac{1}{5}}\right)^2$　　(4)$\left(-2\sqrt{\frac{1}{2}}\right)^2$

【分析】 (1)(2)应用性质$(\sqrt{a})^2=a\ (a\geqslant0)$.

(3)(4)要根据积的乘方法则求解. 其中$-\sqrt{\frac{1}{5}}$可写成$-1\times\sqrt{\frac{1}{5}}$，$-2\sqrt{\frac{1}{2}}$可写成$-2\times\sqrt{\frac{1}{2}}$.

【解】 (1)$(\sqrt{5})^2=5$

(2)$\left(\sqrt{\frac{1}{5}}\right)^2=\frac{1}{5}$

(3)$\left(-\sqrt{\frac{1}{5}}\right)^2=(-1)^2\times\left(\sqrt{\frac{1}{5}}\right)^2$

$=1\times\frac{1}{5}$

$=\frac{1}{5}$

(4)$\left(-2\sqrt{\frac{1}{2}}\right)^2=(-2)^2\times\left(\sqrt{\frac{1}{2}}\right)^2$

$=4\times\frac{1}{2}$

$=2$

【反思】 在运用性质$(\sqrt{a})^2=a\ (a\geqslant0)$时，关键是认识其本质特征，不要与公式$\sqrt{a^2}=|a|$混淆.

【例 2】 计算：

(1)$\sqrt{\left(-\frac{2}{3}\right)^2}$　　(2)$\sqrt{(-7)^2}$

(3)$-\sqrt{7^2}$　　(4)$-\sqrt{(-7)^2}$

【分析】 (1)(2)应用性质：

$$\sqrt{a^2}=|a|=\begin{cases}a\ (a\geqslant0)\\-a\ (a<0)\end{cases}$$

(3)(4)根号前的负数可看作是-1与整个二次根式的乘积.

【解】 (1)$\sqrt{\left(-\frac{2}{3}\right)^2}=\left|-\frac{2}{3}\right|=\frac{2}{3}$

(2)$\sqrt{(-7)^2}=|-7|=7$

(3)$-\sqrt{7^2}=-|7|=-7$

(4)$-\sqrt{(-7)^2}=-|-7|=-7$

【反思】 在运用$\sqrt{a^2}=|a|$公式时，一定要先将它加上绝对值符号，然后再化简. 尤其要注意(1)(2)与(3)(4)间的区别，符号不要弄错.

【例 3】 计算：

(1)$-\sqrt{0.09}$　　(2)$\pm\sqrt{121}$

(3)$(-\sqrt{11})^2-\sqrt{(-11)^2}$

(4)$\sqrt{(\pi-4)^2}$

【分析】 (1)可将 0.09 化成0.3^2.

(2)将 121 写成11^2.

(3)$(-\sqrt{11})^2$运用性质$(\sqrt{a})^2=a$，而$\sqrt{(-11)^2}$则应运用性质$\sqrt{a^2}=|a|$.

(4)由于$\pi<4$，故在计算到$|\pi-4|$时，把绝对值去掉应注意$\pi-4$的符号.

【解】 (1)$-\sqrt{0.09}=-\sqrt{0.3^2}$

$=-|0.3|$

$=-0.3$

(2)$\pm\sqrt{121}=\pm\sqrt{11^2}=\pm|11|=\pm11$

(3)$(-\sqrt{11})^2-\sqrt{(-11)^2}=11-|-11|$

$=11-11=0$

(4)$\sqrt{(\pi-4)^2}=|\pi-4|=-(\pi-4)=4-\pi$

【反思】 (1)$\sqrt{a^2}=|a|$与$(\sqrt{a})^2=a$有本质的区别：① 运算顺序不同，前者是先平方后开方，后者是先开方后平方；② 字母的取值范围不同，前者a可取全体实数，后者a只能大于或等于零.

(2)当应用公式$\sqrt{a^2}=|a|$进行化简时，字母a可以表示数或字母，也可表示代数式，但往往要先把被开方式用完全平方表示，移到根号外的因式要取绝对值，然后再根据绝对值的定义把绝对值符号去掉.

【例 4】 计算：

(1)$\sqrt{\left(\frac{6}{7}-\frac{7}{8}\right)^2}+\sqrt{\left(\frac{6}{7}-\frac{5}{8}\right)^2}$

(2) $\sqrt{(1-\sqrt{3})^2}-\sqrt{(1+\sqrt{3})^2}$

(3) $\sqrt{(\pi-4)^2}+\sqrt{(3-\pi)^2}$

【分析】 上述三题计算稍为复杂.

(1) $\frac{6}{7}-\frac{7}{8}<0$　　$\frac{6}{7}-\frac{5}{8}>0$.

(2) $1-\sqrt{3}<0$　　$1+\sqrt{3}>0$.

(3) $\pi-4<0$　　$3-\pi<0$.

【解】 (1) $\because \frac{6}{7}-\frac{7}{8}<0$　$\frac{6}{7}-\frac{5}{8}>0$

$\therefore$ 原式 $=\left|\frac{6}{7}-\frac{7}{8}\right|+\left|\frac{6}{7}-\frac{5}{8}\right|$

$=\frac{7}{8}-\frac{6}{7}+\frac{6}{7}-\frac{5}{8}$

$=\frac{2}{8}=\frac{1}{4}$

(2) $\because 1-\sqrt{3}<0$　$1+\sqrt{3}>0$

$\therefore$ 原式 $=|1-\sqrt{3}|-|1+\sqrt{3}|$

$=\sqrt{3}-1-(1+\sqrt{3})$

$=-2$

(3) $\because \pi-4<0$　$3-\pi<0$

$\therefore$ 原式 $=|\pi-4|+|3-\pi|$

$=4-\pi+\pi-3$

$=1$

【反思】 对于稍为复杂的计算题，运用 $\sqrt{a^2}=|a|$ 时，一定要先加绝对值，然后再根据绝对值的定义把绝对值符号去掉.

自主练习

A 组

1. $\left(\sqrt{1\frac{2}{3}}\right)^2=$______.

2. $\left(-3\sqrt{\frac{1}{8}}\right)^2=$______.

3. $\sqrt{\frac{1}{4}}=$______.

4. $2\sqrt{(-13)^2}=$______.

5. $\sqrt{(\sqrt{2}-2)^2}=$______.

6. $\sqrt{\frac{1}{16}-\frac{1}{25}}=$______.

7. 数 a 在数轴上的位置如图 1－2－1，则 $\sqrt{4a^2}=$______.

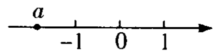


图 1－2－1

8. 下列各式中一定成立的是（　　）

A. $\sqrt{(-3.5)^2}=(\sqrt{3.5})^2$

B. $\sqrt{a^2}=(\sqrt{a})^2$

C. $\sqrt{(1-\sqrt{2})^2}=1-\sqrt{2}$

D. $\sqrt{\frac{1}{4}-\frac{1}{9}}=\frac{1}{2}-\frac{1}{3}=\frac{1}{6}$

9. 下列运算正确的是（　　）

A. $(-\sqrt{3})^2=-3$　　B. $-\sqrt{3^2}=3$

C. $(-\sqrt{3})^2=3$　　D. $\sqrt{(-3)^2}=-3$

10. 已知 P 是直角坐标系内一点，若点 P 的坐标为 $(-\sqrt{3},-\sqrt{13})$. 则它到原点 O 的距离是______.

11. 计算：

(1) $\left[\sqrt{3}-\sqrt{(-\sqrt{3})^2}\right]\cdot\sqrt{3}+3\sqrt{3}$；

(2) $\left(\sqrt{\frac{1}{3}}\right)^2-\sqrt{0.3^2}-\sqrt{\frac{1}{9}}$；

(3) $(-\sqrt{a})^2+\sqrt{a^2}$ $(a\geqslant 0)$；

(4) $\sqrt{13^2-12^2}$.

B组

12. 计算：

(1) $\left(-5\sqrt{\frac{2}{5}}\right)^2$

(2) $\sqrt{\left(\frac{3}{7}-\sqrt{2}\right)^2}-\sqrt{\left(\sqrt{2}-\frac{4}{7}\right)^2}$

13. 如果 $\sqrt{(a-3)^2}+|b-1|=0$. 求以 a、b 为边长的等腰三角形的周长.

14. 已知 a、b、c 为△ABC 的边长.

化简：$\sqrt{(a+b-c)^2}+\sqrt{(a-b-c)^2}-\sqrt{(b-c-a)^2}$.

15. 已知 $|x-2y|+\sqrt{3x-4y-4}=0$. 求 x，y 的值.

数学乐园

16. 借助计算器计算下列各题.

(1) $\sqrt{1^3}$　　(2) $\sqrt{1^3+2^3}$

(3) $\sqrt{1^3+2^3+3^3}$

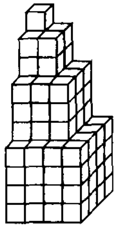
(4) $\sqrt{1^3+2^3+3^3+4^3}$

从上面计算结果，你发现了什么规律？你能把发现的规律进行拓展吗？

$\sqrt{1^3+2^3+\cdots+n^3}=?$

试证明你的结论.

由此规律，你能很快说出右图是由多少个小立方体堆积而成的吗？



(二)

解题指导

【例 1】 化简：(1) $\sqrt{16\times24}$

(2) $\sqrt{(-3)\times(-75)}$

(3) $\sqrt{1-\frac{1}{4}}$　(4) $\sqrt{\frac{2}{5}}$

【分析】 利用性质 $\sqrt{ab}=\sqrt{a}\cdot\sqrt{b}$ $(a\geqslant0,b\geqslant0)$可化简二次根式. 但要注意两点：(1)根号内的因式能开得尽方的要尽量开出来，如 $\sqrt{24}$应继续化简为 $2\sqrt{6}$；(2)必须检查二次根式的被开方数是否都满足 $a\geqslant0,b\geqslant0$，若均小于零，则不能直接应用性质，而应先处理符号，如 $\sqrt{(-3)\times(-75)}=\sqrt{3\times75}$.

【解】 (1) $\sqrt{16\times24}=\sqrt{16}\times\sqrt{24}$

$=4\times\sqrt{4\times6}$

$=4\times\sqrt{4}\times\sqrt{6}$

$=8\sqrt{6}$

(2) $\sqrt{(-3)\times(-75)}=\sqrt{3\times75}=\sqrt{3\times3\times25}$

$=\sqrt{3^2}\times\sqrt{5^2}$

$=3\times5=15$

(3) $\sqrt{1-\frac{1}{4}}=\sqrt{\frac{3}{4}}=\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{4}}=\frac{\sqrt{3}}{2}$

(4)$\sqrt{\frac{2}{5}}=\sqrt{\frac{2\times5}{5\times5}}=\frac{\sqrt{10}}{\sqrt{5^2}}=\frac{\sqrt{10}}{5}$

【反思】 化简的结果应该是分母不含根号，分子分母化到最简.

【例 2】 化简：

(1) $\sqrt{0.01\times0.16}$　(2)$\sqrt{1\frac{1}{3}}$

(3) $\sqrt{2^5\times3^3}$　(4)$\frac{2}{3}\sqrt{1\frac{1}{2}}$

【分析】 合理应用二次根式的性质，可以帮助我们简化实数的运算.

【解】 (1) $\sqrt{0.01\times0.16}=\sqrt{0.01}\times\sqrt{0.16}$

$=0.1\times0.4$

$=0.04$

(2)$\sqrt{1\frac{1}{3}}=\sqrt{\frac{4}{3}}=\sqrt{\frac{2^2}{3}}$

$=\sqrt{\frac{2^2\times3}{3\times3}}$

$=\frac{\sqrt{2^2\times3}}{\sqrt{3^2}}=\frac{2}{3}\sqrt{3}$

(3) $\sqrt{2^5\times3^3}=\sqrt{2^4\times2\times3^2\times3}$

$=\sqrt{2^4\times3^2}\times\sqrt{2\times3}=12\sqrt{6}$

(4)$\frac{2}{3}\sqrt{1\frac{1}{2}}=\frac{2}{3}\sqrt{\frac{3}{2}}$

$=\frac{2}{3}\times\sqrt{\frac{3\times2}{2\times2}}$

$=\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}\sqrt{6}=\frac{1}{3}\sqrt{6}$

【反思】 二次根式化简，一般将被开方数利用乘法法则的逆运算，写成某数或某式的偶次方形式；若被开方数中含有分母时，利用分式或分数的基本性质，分子、分母同时乘以适当的最简单的因式. 使分母开方恰好能开得尽，然后再根据积或商的算术平方根的性质进行化简.

【例 3】 化简：

(1) $\sqrt{5^2+12^2}$　(2)$\sqrt{1-\frac{8^2}{17^2}}$

(3) $\sqrt{30^2+60^2}$

【分析】 若被开方数是多项式，则要进行因式分解，把分式的和或差化成一个分式. (1)把 5 的平方与 12 的平方算出来再相加. (2)(3)分别可采用平方差公式和提取公因式来求.

【解】 (1) $\sqrt{5^2+12^2}=\sqrt{25+144}$

$=\sqrt{169}=13$

(2)$\sqrt{1-\frac{8^2}{17^2}}=\sqrt{\left(1+\frac{8}{17}\right)\left(1-\frac{8}{17}\right)}$

$=\sqrt{\frac{25}{17}\times\frac{9}{17}}$

$=\frac{\sqrt{25\times9}}{\sqrt{17^2}}=\frac{5\times3}{17}=\frac{15}{17}$

(3) $\sqrt{30^2+60^2}=\sqrt{30^2+(30\times2)^2}$

$=\sqrt{30^2+30^2\times2^2}$

$=\sqrt{30^2(1+2^2)}=30\sqrt{5}$

【反思】 巧用乘法公式，可以帮助我们简化实数的运算.

自主练习

A 组

1. 下列运算正确的是　(　　)

A. $\sqrt{13^2-12^2}=\sqrt{13^2}-\sqrt{12^2}=13-12=1$

B. $\sqrt{5^2+6^2}=\sqrt{(5+6)^2}=11$

C. $\sqrt{(-16)\times(-81)}=\sqrt{-16}\times\sqrt{-81}$
$=-4\times(-9)=36$

D. $\sqrt{25\times121}=\sqrt{25}\times\sqrt{121}=5\times11=55$

2. 计算 $\sqrt{0.81\times36}=$________.

3. 计算$-\sqrt{\frac{0.16}{0.0225}}$的结果是________.

4. 计算：$\frac{-\sqrt{54}}{\sqrt{3}}=$________；

$\frac{6\sqrt{6}}{3\sqrt{3}}=$________.

5. 计算：$\left(-\frac{1}{2}\sqrt{28}\right)\times\left(4\sqrt{\frac{3}{7}}\right)=$________.

6. 计算 $\sqrt{313^2-312^2}=$________.

7. 化简：$\sqrt{\left(\frac{6}{13}\right)^2-\left(\frac{4}{13}\right)^2}=$________.

8. 化简：$\sqrt{0.001}=$________.

9. 计算：

(1) $\sqrt{3^2+4^2+5^2}$　　(2) $\sqrt{6^2+12^2}$

10. 计算：

(1) $\sqrt{8.1}$　　(2) $\sqrt{\frac{17^2-8^2}{125}}$

(3) $\sqrt{\frac{0.09\times169}{0.64\times196}}$

B组

11. 已知等边三角形的边长为 3 cm，求它的面积.

12. 在Rt $\triangle ABC$ 中，$\angle C=90°$，$AB=c$，$BC=a$，$AC=b$.

(1)若 $b=a=2$，求 c；

(2)若 $c=8$，$b=1$，求 a；

(3)若 $a=\frac{4}{5}$，$b=\frac{3}{5}$，求 c.

13. 在直角坐标系内，已知点 $A(-5,2)$，$B(-1,5)$，$C(-1,2)$是直角三角形的三个顶点，求 AB 的长.

14. 在如图 1－2－2 的 4×4 方格内画$\triangle ABC$，使它的顶点都在格点上，三条边长分别为 2，$4\sqrt{\frac{1}{2}}$，$\frac{2}{5}\sqrt{125}$.

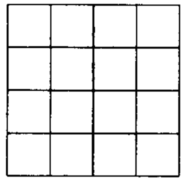


图 1－2－2

数学乐园

15. 先阅读理解，再回答问题.

$\because \sqrt{1^2+1}=\sqrt{2}$，且 $1<\sqrt{2}<2$.

$\therefore \sqrt{1^2+1}$的整数部分为 1.

$\because \sqrt{2^2+2}=\sqrt{6}$且 $2<\sqrt{6}<3$，

$\therefore \sqrt{2^2+2}$的整数部分为 2.

$\because \sqrt{3^2+3}=\sqrt{12}$，且 $3<\sqrt{12}<4$.

$\therefore \sqrt{3^2+3}$的整数部分为 3.

以此类推我们会发现 $\sqrt{n^2+n}$的（n 为正整数）整数部分为________. 请说明理由.

1.3　二次根式的运算

学习指要

一、知识要点

二次根式加、减、乘、除的运算法则：

(1) $a\sqrt{c}\pm b\sqrt{c}=(a\pm b)\sqrt{c}$

(2) $\sqrt{a}\cdot\sqrt{b}=\sqrt{ab}$ $(a\geq0,b\geq0)$

(3) $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=\sqrt{\frac{a}{b}}$ $(a\geq0,b>0)$

二、重要提示

1. 二次根式的乘除运算实质上是性质 $\sqrt{ab}$

$=\sqrt{a}\cdot\sqrt{b}$和$\sqrt{\frac{a}{b}}=\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$公式的逆用，应用时须注意$a$、$b$的取值范围的限制.

2. 能应用乘法公式的，要尽量使用，使运算简便.

3. 二次根式的加减法类似于合并同类项那样，把被开方数相同的进行合并，运算过程中遇到括号时，要按去括号法则去掉括号，还要注意符号的变化法则.

4. 当二次根式的系数是带分数时，常写成假分数形式.

5. 先算乘除，再算加减，运算结果均要化成最简.

(一)

解题指导

【例 1】 计算：

(1) $\sqrt{15}\cdot\sqrt{75}$

(2) $\sqrt{30}\cdot\frac{3}{2}\sqrt{2\frac{2}{3}}\cdot\frac{1}{2}\sqrt{\frac{2}{5}}$

(3) $9\div\sqrt{3}$

(4) $9\sqrt{45}\div\left(-\frac{3}{2}\sqrt{\frac{3}{2}}\right)$

【分析】 (1)(2)小题二次根式的乘法运算，类似于单项式的乘法，即把各系数的积作为积的系数，各被开方数的积作为积的被开方数，最后把结果化简.

(3)(4)小题二次根式的除法，运算也类似于单项式的除法，直接采用系数的商作为商的系数，被开方数的商作为商的被开方数，最后把结果化简.

【解】 (1) $\sqrt{15}\cdot\sqrt{75}=\sqrt{15\times15\times5}$

$=\sqrt{15^2\times5}=15\sqrt{5}$

(2) $\sqrt{30}\cdot\frac{3}{2}\sqrt{2\frac{2}{3}}\cdot\frac{1}{2}\sqrt{\frac{2}{5}}$

$=\frac{3}{2}\times\frac{1}{2}\cdot\sqrt{30\times\frac{8}{3}\times\frac{2}{5}}$

$=\frac{3}{4}\sqrt{2\times8\times2}=\frac{3}{4}\sqrt{2^4\times2}=3\sqrt{2}.$

(3) $9\div\sqrt{3}=\frac{9}{\sqrt{3}}=\sqrt{\frac{9^2}{3}}=\sqrt{27}=3\sqrt{3}$

另解：$9\div\sqrt{3}=\frac{9}{\sqrt{3}}=\frac{9\cdot\sqrt{3}}{\sqrt{3}\cdot\sqrt{3}}=\frac{9\sqrt{3}}{3}=3\sqrt{3}$

(4) $9\sqrt{45}\div\left(-\frac{3}{2}\sqrt{\frac{3}{2}}\right)$

$=\left[9\div\left(-\frac{3}{2}\right)\right]\cdot\sqrt{45\div\frac{3}{2}}$

$=-6\sqrt{45\times\frac{2}{3}}=-6\sqrt{30}$

【反思】 1. 进行二次根式乘法运算时，应尽量把被开方数进行因数分解. 避免直接把被开方数相乘. 如计算$\sqrt{15}\cdot\sqrt{75}$，写成$\sqrt{15\times75}$形式后，不要继续写成$\sqrt{1125}$后再开方，而应先把15和75分解因数后再开方.

(2)二次根式的乘除运算，不必先把每个二次根式化简后计算；同时运算顺序从左往右，不能先算后面的乘或除.

【例 2】 计算：

(1) $\frac{3}{\sqrt{3}}$ $\frac{\sqrt{20}-1}{\sqrt{2}}$ (3) $\frac{\sqrt{3\times10^3}}{\sqrt{2.7\times10^5}}$

【分析】 运用$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=\sqrt{\frac{a}{b}}$ $(a\geqslant0,b>0)$进行计算，所得结果要化简.

【解】 (1) $\frac{3}{\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3^2}}{\sqrt{3}}=\sqrt{\frac{3^2}{3}}=\sqrt{3}$

(2) $\frac{\sqrt{20}-1}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{20}}{\sqrt{2}}-\frac{1}{\sqrt{2}}$

$=\sqrt{\frac{20}{2}}-\sqrt{\frac{1}{2}}$

$=\sqrt{10}-\frac{1}{2}\sqrt{2}$

(3) $\frac{\sqrt{3\times10^3}}{\sqrt{2.7\times10^5}}=\sqrt{\frac{3\times10^3}{2.7\times10^5}}$

$=\sqrt{\frac{1}{90}}=\sqrt{\frac{1\times10}{9\times10\times10}}$

$=\frac{1}{30}\sqrt{10}$

【反思】 (1)小题$\frac{3}{\sqrt{3}}$，也可这样认为$3=(\sqrt{3})^2$. 所以$\frac{3}{\sqrt{3}}=\frac{(\sqrt{3})^2}{\sqrt{3}}=\sqrt{3}$，用约分方法来解.

(2)小题应适当变换. 再用公式$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=\sqrt{\frac{a}{b}}$来求解.

【例 3】 如图1－3－1，在Rt $\triangle ABC$ 中，$\angle ACB=90°$，$BC=\sqrt{3}$，$AC=2\sqrt{6}$，求斜边上的高 CD.

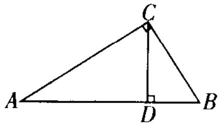


图 1－3－1

【分析】 在Rt $\triangle ABC$ 中，已知两直角边 AC、BC，那么斜边 AB 可求，要求斜边 AB 上的高 CD，采用面积法.

【解】 在Rt $\triangle ACB$ 中，$BC=\sqrt{3}$，$AC=2\sqrt{6}$.

$\therefore AB=\sqrt{BC^2+AC^2}$

$=\sqrt{(\sqrt{3})^2+(2\sqrt{6})^2}$

$=\sqrt{27}=3\sqrt{3}$.

$\because S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}AC\cdot BC=\frac{1}{2}\cdot AB\cdot CD$

$\therefore AC\cdot BC=AB\cdot CD$

$\therefore CD=\frac{AC\cdot BC}{AB}=\frac{2\sqrt{6}\cdot\sqrt{3}}{3\sqrt{3}}=\frac{2\sqrt{6}}{3}$.

答：斜边上的高 CD 为$\frac{2\sqrt{6}}{3}$.

【反思】 牵涉到高线，有时我们往往想到面积. 而在直角三角形中，面积计算有两种方法，故采用等积法求出斜边上的高.

自主练习

A 组

1. 计算：(1) $\sqrt{12}\div\sqrt{3}=$________.

(2)$\sqrt{8}\times\sqrt{18}=$________.

2. 计算：$3\sqrt{2}\cdot\sqrt{\frac{2}{3}}=$________.

3. 计算：$\sqrt{4\times10^2}\times\sqrt{9\times10^5}=$________.

4. 比较大小：$-3\sqrt{2}$______$-2\sqrt{3}$.（填“＞”、“＝”或“＜”）

5. 计算：(1)$\frac{\sqrt{18}}{\sqrt{2}}=$________.

(2)$\frac{\sqrt{1.8\times10^4}}{\sqrt{2\times10^2}}=$________.

6. 计算：$\left(-\frac{1}{2}\sqrt{28}\right)\times\left(4\sqrt{\frac{3}{7}}\right)=$________.

7. 计算：$-\sqrt{5\frac{1}{3}}\div\sqrt{\frac{4}{15}}=$________.

8. 计算：

(1) $\sqrt{3}\cdot(\sqrt{2}-\sqrt{3})$

(2)$\sqrt{1\frac{3}{5}}\times2\sqrt{3}\times\left(-\frac{1}{2}\sqrt{10}\right)$

(3)$\sqrt{6}\times\sqrt{15}\div\sqrt{10}$

9. 已知正三角形的边长为 $4\sqrt{3}$，求它的一条高.

10. 已知等腰直角三角形的斜边长为 $4\sqrt{2}$，求它的面积.

B 组

11. 把代数式$(a-1)\sqrt{\frac{1}{1-a}}$中的 $a-1$ 移到根号内，那么这个代数式等于　　(　　)

A. $-\sqrt{1-a}$　　B. $\sqrt{a-1}$

C. $\sqrt{1-a}$　　D. $-\sqrt{a-1}$

12. 化简：$\frac{x}{\sqrt{x^2}}=$________.

13. 下列各式是否正确？为什么？

(1)已知 $ab>0$，则 $\sqrt{ab}=\sqrt{a}\cdot\sqrt{b}$ 一定成立；

(2)$2\sqrt{5}\times3\sqrt{5}=(2\times3)\sqrt{5}=5\sqrt{5}$

(3)$\sqrt{\frac{a}{b}}=\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$

14. 解方程：$3\sqrt{2}x=-\sqrt{8}$.

15. 已知实数 a、b 满足 $\sqrt{4a-b+11}+\sqrt{\frac{1}{3}b-4a-3}=0$.

求 $2a\sqrt{\frac{a}{b}}\cdot\left(\sqrt{\frac{b}{a}}\div\sqrt{\frac{1}{b}}\right)$ 的值.

数学乐园

16. 观察下列各式及验证过程：

$2\sqrt{\frac{2}{3}}=\sqrt{2+\frac{2}{3}}$

验证：$2\sqrt{\frac{2}{3}}=\sqrt{\frac{2^3}{3}}=\sqrt{\frac{(2^3-2)+2}{2^2-1}}$

$=\sqrt{\frac{2(2^2-1)+2}{2^2-1}}=\sqrt{2+\frac{2}{3}}$.

$3\sqrt{\frac{3}{8}}=\sqrt{3+\frac{3}{8}}$

验证：$3\sqrt{\frac{3}{8}}=\sqrt{\frac{3^3}{8}}=\sqrt{\frac{3^3-3+3}{3^2-1}}$

$=\sqrt{\frac{3(3^2-1)+3}{3^2-1}}=\sqrt{3+\frac{3}{8}}$.

(1)按照上述各式反映的规律及其验证过程的基本思路，猜想 $4\sqrt{\frac{4}{15}}$ 的变化结果并进行验证.

(2)针对上述各式反映的规律，写出用 n(n 为任意自然数，且 $n\geqslant2$)表示的等式并给出证明.

(二)

解题指导

【例 1】 计算：

(1)$\left(\sqrt{50}+\sqrt{0.5}-2\sqrt{\frac{1}{3}}\right)-\left(\sqrt{1\frac{1}{8}}-\sqrt{75}\right)$

(2)$\frac{2}{3}\sqrt{2}-\sqrt{\frac{1}{2}}+\sqrt{8}-\sqrt{3}+\sqrt{12}-\sqrt{18}$

【分析】 二次根式的加减运算，需要先化简再合并，有括号的把括号去掉.

【解】

(1)原式$=\sqrt{50}+\sqrt{0.5}-2\sqrt{\frac{1}{3}}-\sqrt{1\frac{1}{8}}+\sqrt{75}$

$=5\sqrt{2}+\sqrt{\frac{1}{2}}-2\sqrt{\frac{1}{3}}-\sqrt{\frac{9}{8}}+\sqrt{25\times3}$

$=5\sqrt{2}+\frac{1}{2}\sqrt{2}-\frac{2}{3}\sqrt{3}-\frac{3}{4}\sqrt{2}+5\sqrt{3}$

$=\left(5+\frac{1}{2}-\frac{3}{4}\right)\sqrt{2}+\left(-\frac{2}{3}+5\right)\sqrt{3}$

$=\frac{19}{4}\sqrt{2}+\frac{13}{3}\sqrt{3}$