金牌教练教你考

主编：单 墫
编者：吴伟朝 刘诗雄
黄启林 朱华伟
蒲敏亚

全国高中数学联赛模拟试题

Quan Guo Gao Zhong Shu Xue Lian Sai Mo Ni Shi Ti

河海大学出版社

责任编辑：朱婵玲
封面设计：书衣坊

ISBN 7-5630-1778-X

ISBN7-5630-1778-X/G·373
定价：23.80（册）

全国高中数学联赛
模拟试题

主　编　单　墫
编著者　吴伟朝　刘诗雄
　　　　黄启林　朱华伟
　　　　浦敏亚

河海大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

全国高中数学联赛模拟试题／单墫主编．—南京：河海大学出版社，2002.8

ISBN 7－5630－1778－X

Ⅰ．全...　Ⅱ．单...　Ⅲ．数学课-高中-试题　Ⅳ．G634.605

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2002)第 059022 号

书　　名／**全国高中数学联赛模拟试题**
书　　号／ISBN　7－5630－1778－X／G・373
责任编辑／朱婵玲
特约编辑／郭亮
责任校对／胡晓明
封面设计／书衣坊
出　　版／河海大学出版社
地　　址／南京市西康路 1 号(邮编：210098)
电　　话／(025)3737852(总编室)　(025)3722833(发行部)
经　　销／江苏省新华书店
印　　刷／丹阳教育印刷厂
开　　本／787 毫米×960 毫米　1/16　17.25 印张　328 千字
版　　次／2002 年 9 月第 1 版　　2002 年 9 月第 1 次印刷
印　　数／1～7000 册
定　　价／23.80 元(册)

前　言

准备参加全国高中数学联赛的同学及其指导教师，可以使用这本模拟试题。其中有一试选择题、一试填空题、一试解答题、二试题四个部分。使用者可以根据需要，集中力量加强某一方面的练习，也可以从中各选一些题组成一套或几套模拟试卷用作测试。此外，书中还有五套已经配好的模拟试卷。

题目均有解答。甚至选择题与填空题，也都有较为详细的解答。

这些题目，有的选自各种竞赛，但更多的是五位编著者自己编制的新题。如二试题中，53、54、58、67都是吴伟朝先生呕心沥血的佳作。

五位编著者都曾在中等数学的杂志上发表过许多文章。其中吴伟朝先生很早就参加过全国数学冬令营的命题。他给美国《数学月刊》及国内很多刊物提供了大量的问题，是一位命题专家。黄启林先生是华南师大附中的特级教师，刘诗雄先生是湖北武钢三中校长、特级教师，他们都培养了多名在国际数学奥林匹克中获得奖牌的选手。朱华伟先生任武汉江岸区教委主任，也是特级教师，现正在珠海主办一所实验学校。浦敏亚是南京师范大学数学教育硕士，曾担任过国家教委(现教育部)理科试验班的班主任，现在美国哈佛从事研究工作。

五位编著者都是我的朋友，他们所提供的模拟试题，在质量方面无疑是国内一流的，所以我应当简单地写上几句介绍的话，并非常乐意地将这本书推荐给需要的读者。

感谢河海大学出版社及朱婵玲女士以最快的速度出版了这本书。

单　墫

2002.8

目录

MULU MULU MULU MULU MULU MULU MULU MULU

I 一试选择题

1 下列命题中,真命题的个数为 ( )

① 若 $f(x)=C$, $x\in\mathbf{R}$, C 为实常数,则 $f(x)$既是奇函数,又是偶函数;

② 若 $f(x)$是奇函数,则 $f(x)$一定有反函数;

③ 若 $f(x)$是奇函数,则 $\sin f(x)$一定是奇函数;

④ 若 $f(x)$是奇函数,$g(x)$是偶函数,则 $g[f(x)]$一定是偶函数.

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

2 在$\triangle ABC$中, $\sin A+\sin B=\cos A+\cos B$ 是 $\angle C=90^\circ$ 的 ( )

A. 充分非必要条件　　B. 必要非充分条件

C. 充要条件　　D. 非充分也非必要条件

3 设 $x\in(-\pi, 0)$, 则 $\operatorname{arc\,cot}(\cot x)$的值为 ( )

A. x　　B. $x-\pi$　　C. $x+\pi$　　D. $\pi-x$

4 下列方程中与方程 $\sin x=\cos x$ 解集相同的是 ( )

A. $\sin 2x=2\sin^2 x$　　B. $\cos x=\sqrt{1-\cos^2 x}$

C. $\sin^2 x=\cos^2 x$　　D. $\dfrac{\cos 2x}{\sin x+\cos x}=0$

5 设 $0<2a<1$, $M=1-a^2$, $N=1+a^2$, $P=\dfrac{1}{1-a}$, $Q=\dfrac{1}{1+a}$, 则 ( )

A. $Q<P<M<N$　　B. $M<N<Q<P$

C. $Q<M<N<P$　　D. $M<Q<P<N$

6 设 a_1, a_2, …和 b_1, b_2, …都是等差数列,其中 $a_1=25$, $b_1=75$, $a_{100}+b_{100}=100$,则数列 $\{a_n+b_n\}$ 前 100 项之和 S_{100}为 ( )

A. 2 500　　B. 7 500　　C. 10 000　　D. 200 200

7 $S_n=\dfrac{1}{2!}+\dfrac{2}{3!}+\dfrac{3}{4!}+\cdots+\dfrac{n}{(n+1)!}$ 等于 ( )

A. 1　　B. $1+\dfrac{1}{(n+1)!}$　　C. $1-\dfrac{1}{(n+1)!}$　　D. $1+\dfrac{2}{(n+1)!}$

8 $\left(i-\frac{1}{i}\right)^6$ 的虚部为 ( )

A. $-8i$　B. $8i$　C. 64　D. 0

9 已知 $z\in\mathbf{C}$，且 $\arg z=\theta$，则 $i\bar{z}$ 关于直线 $y=x$ 对称的点所表示的复数的辐角主值是 ( )

A. $\pi-\theta$　B. $2\pi-\theta$　C. $\frac{\pi}{2}+\theta$　D. θ

10 设复数 z 满足条件 $\frac{\pi}{4}<\arg z<\frac{\pi}{2}$，则 $-\frac{1}{z^2}$ 的对应点位于 ( )

A. 第一象限　B. 第二象限　C. 第三象限　D. 第四象限

11 $\square ABCD$ 中，点 A、B、C 分别对应复数 $2+i$，$4+3i$，$3+5i$，则点 D 对应的复数是 ( )

A. $3-i$　B. $1+3i$　C. $5+7i$　D. $9+9i$

12 满足首项是 1 783，末项是 1 993，项数不小于 3，公差是自然数且大于 2 的等差数列的个数是 ( )

A. 12　B. 13　C. 14　D. 15

13 函数 $y=|x|$ 和 $y=\frac{6-x}{5}$ 的图象围成三角形 AOB，这个三角形绕 x 轴旋转 $\frac{2}{3}$ 弧度，所得立体的体积是 ( )

A. $\frac{5}{6}\pi$　B. $\frac{5}{6}$　C. $\frac{5\pi}{3}$　D. $\frac{5}{3}$

14 锐角 α，β 满足条件 $\frac{\sin^4\alpha}{\cos^2\beta}+\frac{\cos^4\alpha}{\sin^2\beta}=1$，下列结论中正确的是 ( )

A. $\alpha+\beta>\frac{\pi}{2}$　B. $\alpha+\beta<\frac{\pi}{2}$　C. $\alpha+\beta\neq\frac{\pi}{2}$　D. $\alpha+\beta=\frac{\pi}{2}$

15 函数 $y=(\log_2\frac{1}{2})(\log_2 x)$ 的反函数是 ( )

A. $y=\log_2 x$　B. $y=2^x$　C. $y=2^{\frac{1}{x}}$　D. $y=\left(\frac{1}{2}\right)^x$

16 如果存在常数 $m\in\mathbf{N}$，当 n 遍取自然数时，总有 $a_{m+n}=a_n$，则称 $\{a_n\}$ 为周期数列，m 称为周期. 已知 $\{q^n\}$ 是一个最小正周期为 $m(m\geqslant 2)$ 的周期数列，那么 ( )

A. m 为奇数时，q 是 1 的任一个 m 次方根

B. m 为偶数时，q 是除 1 以外的任一个 m 次单位根

C. m 为偶数时，q 是 1 的任一个 m 次虚数根

D. m 为质数时，q 是除 1 以外的 1 的任一个 m 次方根

17 五名男生和二名女生站成一行，其中男生甲必须站在中央，女生必须相邻，则

不同站队方法种数为 ( )

A. $C_5^1P_4^4P_2^2$ B. $C_4^1P_4^4P_2^2$ C. P_6^6 D. P_5^5

18 下列函数：

(1) $f(x)=\ln(x+\sqrt{x^2+1})^4$,

(2) $f(x)=\dfrac{1+\sin 2x+\cos 2x}{1+\sin 2x-\cos 2x}$,

(3) $f(x)=\dfrac{1+2\sin\dfrac{x}{2}+\sin x-\cos x}{1+2\cos\dfrac{x}{2}+\sin x+\cos x}$,

(4) $f(x)=\begin{cases}1-2^{-x}, & x\geqslant 0,\\ 2^x-1, & x<0,\end{cases}$

(5) $f(x)=\dfrac{ax}{x^2-1}\ (a\in\mathbf{R})$,

不是奇函数的有 ( )

A. 3个 B. 2个 C. 1个 D. 0个

19 PQ 为过定抛物线焦点的任一弦，M, N 分别是 P, Q 在准线 l 上的射影，折线 $MPQN$ 绕 l 旋转一周所得旋转体的侧面积为 S_1，以 PQ 为直径的球面面积为 S_2，则有 ( )

A. $S_1-S_2>0$ B. $S_1:S_2<1$

C. S_1-S_2 是定值 D. $S_1\cdot S_2$ 为定值

20 满足条件 $f(x^2)=f(f(x))=(f(x))^2$ 的二次函数 $f(x)$有 ( )

A. 0个 B. 1个 C. 2个 D. 无穷多个

21 已知一双曲线、一椭圆、一抛物线的离心率是一个三次方程的根，则这个三次方程是 ( )

A. $2x^3-7x^2+7x-2=0$ B. $2x^3+7x^2-7x-2=0$

C. $x^3-x^2+x-1=0$ D. $x^3+x^2-x-1=0$

22 三棱锥 $P—ABC$ 中，$\angle APB=\angle BPC=\angle CPA=90°$，$M$ 是底面 ABC 内的一点，$\angle APM=\alpha$, $\angle BPM=\beta$, $\sin\alpha=\dfrac{\sqrt{6}}{3}$, $\cos\beta=\dfrac{\sqrt{6}}{6}$，则$\angle CPM$ 的值是 ( )

A. 30° B. 45° C. 60° D. 75°

23 设 z 与 w 都是模为 1 的复数，且 $1\leqslant|z+w|\leqslant\sqrt{2}$，则 $|z-w|$ 的最小值为 ( )

A. 1　　B. 2　　C. $\sqrt{2}$　　D. $\sqrt{3}$

24 在三角形 ABC 中，$\angle C > 90°$，设 $x = \tan A \tan B$，$y = \cot A \cot B + \cot B \cot C + \cot C \cot A$，$z = \sin A - \cos(B+C)$，则　　(　　)

A. $x < y < z$　　B. $y < x < z$　　C. $z < y < x$　　D. $x < z < y$

25 空间有折线 $ABCD$，$\angle ABC = 120°$，$\angle BCD$ 在 $0°$ 和 $60°$之间(也可以是 $0°$ 或 $60°$)，已知 $|AB| = |BC| = a$，$|CD| = b$ $(a > b > 0)$，则 A，D 两点的最短距离是　　(　　)

A. $\sqrt{3a^2 + b^2 - \sqrt{3}ab}$　　B. $\sqrt{3a^2 + b^2 - 2\sqrt{3}ab}$

C. $\sqrt{3a^2 + b^2 - 3ab}$　　D. $\sqrt{3a^2 + b^2 - 3\sqrt{3}ab}$

26 函数 $y = A\sin(\omega x + \varphi)$ (其中 $A > 0$，$w > 0$，$x \in \mathbf{R}$) 为偶函数的充要条件是　　(　　)

A. $\varphi = \dfrac{2\pi}{\omega}$　　B. $\varphi = -\dfrac{2\pi}{\omega}$

C. $\varphi = k\pi$ $(k \in \mathbf{Z})$　　D. $\varphi = k\pi + \dfrac{\pi}{2}$ $(k \in \mathbf{Z})$

27 在$\triangle ABC$中，$\tan A$ 是以 1 为第 3 项，9 为第 7 项的等差数列中的第 4 项，$\tan B$ 是以 64 为第 2 项，1 为第 5 项的等比数列的公比，则这个三角形是　　(　　)

A. 锐角三角形　　B. 直角三角形　　C. 钝角三角形　　D. 等腰三角形

28 当且仅当 n 被 k 整除时，多项式 $x^{2n} + 1 + (x+1)^{2n}$ 不被 $x^2 + x + 1$ 整除，则 k 的值为　　(　　)

A. 2　　B. 3

C. 6　　D. 不同于 A、B、C 的结论

29 实数 x，y 满足方程 $x^2 + y^2 - 2x + 2y - 1 = 0$，则 $k = \dfrac{y-3}{x}$ 的最大值是　　(　　)

A. $2-\sqrt{17}$　　B. $2+\sqrt{17}$　　C. 8　　D. 不存在

30 n 为固定整数. 幂函数 $f(x) = x^n$ 具有性质：$f^2_{(1)} + f^2_{(-1)} = 2[f(1) + f(-1) - 1]$，则函数 $f(x)$　　(　　)

A. 是奇函数　　B. 是偶函数

C. 既是奇函数，又是偶函数　　D. 既不是奇函数，又不是偶函数

31 在圆 $x^2 + y^2 - 5x = 0$ 内过点$\left(\dfrac{5}{2}, \dfrac{3}{2}\right)$有 $k(\geqslant 3)$ 条弦的长度恰成等差数列. 如果公差 $d \in \left(\dfrac{1}{6}, \dfrac{1}{3}\right]$，则 k 的取值集合是　　(　　)

A. $\{1, 2, 3\}$　　B. $\{3, 4, 5, 6\}$

C. $\{7, 8, 9\}$　　D. $\{1\,991, 1\,992\}$

32 用n^3个棱长为1的小正方体堆成一个棱长为n的正方体($n \in \mathbf{N}$, $n \geqslant 2$),一条直线上有某个小正方体内部的点时,称直线穿过这个小正方体,用一条直线所能穿过的小正方体的最多的数目是　(　　)

A. $3n-2$　　B. $3n-1$　　C. $2n+1$　　D. $2n-1$

33 对任意的集合S,用$|S|$表示S中元素的个数,用$n(S)$表示S的子集的个数(包含空集和S本身),若集合A, B, C满足:$n(A)+n(B)+n(C)=n(A \cup B \cup C)$,且$|A|=|B|=100$,则$|A \cap B \cap C|$的最小可能值是　(　　)

A. 97　　B. 96　　C. 98　　D. 100

34 在xOy坐标平面上,原点$(0, 0)$处有一只中国象棋"马",今将这只"马"按象棋步法跳到$P(1\,991, 1\,991)$处,则马跳的步数至少是　(　　)

A. 1 329　　B. 1 328　　C. 1 327　　D. 1 325

35 曲线$x^2+y^2-2y=0$上任意点(x, y)都使得不等式$x+y+c \geqslant 0$成立,则实数c的取值范围是　(　　)

A. $[-\sqrt{2}-1, +\infty)$　　B. $[\sqrt{2}-1, +\infty)$

C. $(-\infty, \sqrt{2}+1]$　　D. $(-\infty, -\sqrt{2}+1]$

36 方程$x^2+|x|+1=0$的各根的平方和可表示为　(　　)

A. $\sec\frac{2\pi}{3}+\sec\frac{4\pi}{5}$　　B. $\sec\frac{3\pi}{5}+\sec\frac{2\pi}{3}$

C. $\sec\frac{2\pi}{3}$　　D. $\sec\frac{2\pi}{3}+1$

37 在长方体$ABCD—A_1B_1C_1D_1$中,$AA_1=a$, $AB=b$, $AC=c$,且$a<b<c$,则由A点出发沿长方体表面到达C_1点的最短距离是　(　　)

A. $\sqrt{a^2+b^2+c^2}$　　B. $\sqrt{a^2+b^2+c^2+2ab}$

C. $\sqrt{a^2+b^2+c^2+2bc}$　　D. $\sqrt{a^2+b^2+c^2+2ca}$

38 已知$x \in \mathbf{R}$, $a_n=\cos\left(x+\frac{2}{7}n\pi\right)$,则$a_0+a_1+a_2+a_3+a_4+a_5+a_6$的值　(　　)

A. 比1大　　B. 比1小　　C. 等于1　　D. 是零

39 假定正整数N的8进位表示为

$$N=(12\,345\,677\,654\,321)_8,$$

那么下面的四个断言中,正确的是　(　　)

A. N 能被 7 整除而不能被 9 整除　　B. N 能被 9 整除而不能被 7 整除

C. N 不能被 7 整除也不能被 9 整除　D. N 既能被 7 整除又能被 9 整除

40 某城市的电话局发现,有一个用户(每个用户拥有一部电话,每两户至多通一次电话,电话不外借,该城市也没有公用电话)至少与 1 993 户通了电话. 又发现,如果有两个用户打电话的次数相同,这两家用户一定没有公共的通话对象,根据这些情况,可以断定　( )

A. 一定有一家用户打了 1 994 次电话

B. 一定存在这样的用户,该用户恰好打了 1 995 次电话

C. 该城市的每个用户在这段时间内,至少打过 1 次电话

D. 存在两家用户,这两家用户分别打了 1 992 次和 1 993 次电话

41 S_n 表示$\{a_n\}$前 n 项之和,已知 $a_1=4$, $a_n=S_{n-1}+2n+1$, 则 $a_{1\,990}=$　( )

A. $3\times2^{1990}-2$　　B. $6\times2^{1990}-2$

C. $11\times2^{1989}-2$　　D. $11\times2^{1988}-2$

42 动点 P 到定点 $A(1, 1)$的距离减去 P 点到定点 $B(1, -1)$的距离的差是非负实数 a(定值),则动点 P 的轨迹是　( )

A. 双曲线的一支　　B. 双曲线的一支或一条直线

C. 双曲线的一支或一条直线或一条射线　D. 除(C)外还有别的情形

43 已知 $f(x)=x^2$, $g(x)=2^x$, 设 $m=\log_{f(\frac{1}{\pi})}{}^{f(e)}$, $n=\log_{f(\frac{1}{\pi})}{}^{g(e)}$, $p=\log_{g(\frac{1}{\pi})}{}^{f(e)}$, $q=\log_{g(\frac{1}{\pi})}{}^{g(e)}$, 其中 e 是自然对数的底,则 m, n, p, q 的大小关系是　( )

A. $m<n<p<q$　　B. $m<n<q<p$

C. $n<m<p<q$　　D. $n<q<m<p$

44 集合 $X=\left\{n\left|\frac{3^n+4^n}{5}\in\mathbf{N},\ n\in\mathbf{N}\right.\right\}$, 集合 $Y=\{t\mid t=(2k-1)^2+1,\ k\in\mathbf{N}\}$, 这两个集合的关系是　( )

A. $X=Y$　　B. $X\subset Y$

C. $Y\subset X$　　D. $X\not\subset Y$ 且 $Y\not\subset X$

45 如果复数 z 的共轭复数是 $\bar{z}$,且 $|z|=1$. 又 $A=(-1, 0)$, $B(0, -1)$ 为定点,那么函数 $f(z)=|(z+1)(\bar{z}-i)|$ 取最大值时,在复平面上以 Z 与 A, B 三点为顶点的图形是　( )

A. 等腰直角三角形　　B. 等边三角形

C. 直角三角形　　D. 等腰三角形

46 数列 $\{a_n\}$: $a_1=3$, $a_n=3^{a_{n-1}}(n\geqslant2)$, a_{1990} 的末位数字是　( )

A. 3　　B. 9　　C. 7　　D. 1

47 如果三角形 ABC 的锐角 A，B 满足等式 $\sin^2 A+\sin^2 B=\sin(A+B)$，那么这个三角形是 ( )

A. 锐角三角形 B. 直角三角形 C. 钝角三角形 D. 任意三角形

48 方程 $x^2-2x+k=0$ 的两根为 α，β. 且 $|\alpha-\beta|=2\sqrt{2}$，则 k 的值为 ( )

A. -1，-3 B. 3，1 C. -1，3 D. 1，-3

49 $1^1+2^2+3^3+\cdots+1\,900^{1\,900}$ 的末位数字是 ( )

A. 1 B. 3 C. 7 D. 9

50 空间给定不共面的 A，B，C，D 四点，其中任意两点间的距离都不相同，考虑具有如下性质的平面 α：A，B，C，D 中有三个点到 α 的距离相同，另外一个点到 α 的距离是前三个点到 α 的距离的 2 倍，这样的平面 α 的个数是 ( )

A. 15 B. 23 C. 26 D. 32

51 若 a，b，$c\in\mathbf{R}^+$，$a+b+c=1$，则 $M=\sqrt{3a+1}+\sqrt{3b+1}+\sqrt{3c+1}$ 的整数部分是 ( )

A. 3 B. 4 C. 5 D. 6

52 方程 $x^{1\,988}+y^{1\,988}+z^{1\,988}=7^{1\,990}$ 的整数解的组数是 ( )

A. 0 B. 1 C. $2^3\cdot P_3^3$ D. 不少于 49

53 函数 $f(x)=\sin x+\sin 2x+\sin 3x$ 的 ( )

A. 最大值是 3 B. 最大值不小于 $\frac{3+\sqrt{3}}{2}$

C. 最大值是 $\sqrt{3}$ D. 最大值是 1

54 以 a、b、c 顺次分别表示方程 $x+\log_2 x=2$、$x+\log_3 x=2$、$x+\log_2 x=1$ 的根，则它们的大小关系是 ( )

A. $a>b>c$ B. $b>a>c$ C. $c>a>b$ D. $c>b>a$

55 一个等比数列 $\{a_n\}$ 的首项 $a_1=2^{-5}$，它的前 11 项的几何平均数为 2^5，若在前 11 项中，抽去一项后的几何平均数为 2^4，则抽去的项是 ( )

A. 第 8 项 B. 第 9 项 C. 第 10 项 D. 第 11 项

56 已知点 P 的坐标 (x, y) 满足

$$(x-a)\cos\theta_1+y\sin\theta_1=a,$$

$$(x-a)\cos\theta_2+y\sin\theta_2=a,$$

$$\tan\frac{\theta_1}{2}-\tan\frac{\theta_2}{2}=2c\ (c>1),$$

其中 θ_1，θ_2 为参数，则 P 点的轨迹是 ( )

A. 圆　B. 椭圆　C. 双曲线　D. 抛物线

57 用数字 1, 2, 3 组成的 n ($\geqslant 3$)位数,每个数字至少用一次,这样的 n 位数共有 (　)

A. $3^n-3\cdot 2^n-3$　B. $3^n-3\cdot 2^n+3$

C. $3^n-3\cdot 2^n$　D. 3^n-2^n-3

58 若 $\log_2[\log_{\frac{1}{2}}(\log_2 x)]=\log_3[\log_{\frac{1}{3}}(\log_3 y)]=\log_5[\log_{\frac{1}{5}}(\log_5 z)]=0$, 则 x, y, z 的大小关系是 (　)

A. $x>y>z$　B. $y>x>z$

C. $z>x>y$　D. $y>z>x$

59 等差数列$\{a_n\}$的公差为正数, $n>1$, 则有 (　)

A. $a_1a_{n+1}=a_2a_n$　B. $a_1a_{n+1}\geqslant a_2a_n$

C. $a_1a_{n+1}>a_2a_n$　D. $a_1a_{n+1}<a_2a_n$

60 设复平面上代表复数 $2k^2+i$ 的点是 z_k($k=1, 2, 3, \cdots, 100$). 则 $\arg z_1+\arg z_2+\cdots+\arg z_{100}=$ (　)

A. $\dfrac{\pi}{4}$　B. $\dfrac{\pi}{4}-\operatorname{arc\,cot} 201$

C. $\operatorname{arc\,tan} 201$　D. $\dfrac{\pi}{2}$

61 方程 $x=\sin x+1\,993$ 的实根的个数为 (　)

A. 0　B. 1　C. 2　D. 大于 2

62 从$\{1, 2, 3, 4, \cdots, 20\}$中选取四个不同的数 a, b, c, d, 满足 $a+c=b+d$, 若不考虑 a, b, c, d 的顺序,则选取方法的总数为 (　)

A. 1 050　B. 1 140　C. 525　D. 190

63 设 $A=\{x\mid -2\leqslant x\leqslant a\}$, $B=\{y\mid y=2x+3, x\in \mathbf{A}\}$, $C=\{z\mid z=x^2, x\in \mathbf{A}\}$, 若 $C\subseteq B$, 则实数 a 的取值范围是 (　)

A. $\dfrac{1}{2}\leqslant a\leqslant 3$　B. $-2\leqslant a\leqslant 3$

C. $2\leqslant a\leqslant 3$　D. $\dfrac{1}{2}\leqslant a\leqslant 2$

64 命题甲:“一个二面角的两个半平面分别垂直于另一个二面角的两个半平面,则这两个二面角相等或互补.”

命题乙:“底面为正三角形,侧面为等腰三角形的三棱锥是正三棱锥.”

命题丙:“过圆锥的两条母线的截面,以轴截面的面积最大.”

其中真命题的个数是 (　)

A. 0　B. 1　C. 2　D. 3

65 $p^2 \geqslant 4q$ 是关于 x 的实系数方程 $x^4 + px^2 + q = 0$ 有实根的 ( )

A. 必要而不充分的条件　　B. 充分而不必要的条件

C. 充要条件　　D. 非充分又非必要条件

66 函数 $f(x)$是定义在全体实数上的偶函数，它的图象关于直线 $x = 2$ 为轴对称，已知当 $x \in [-2, 2]$ 时，$f(x)$的表达式为 $-x^2 + 1$，则当 $x \in [6, 10]$ 时，$f(x)$的表达式为 ( )

A. $-(x-8)^2 + 1$　　B. $-(x-2)^2 + 1$

C. $-(x-4)^2 + 1$　　D. $-x^2 + 1$

67 若 x 为方程 $\sqrt[3]{x+9} - \sqrt[3]{x-9} = 3$ 的一个根，则 x^2 介于( )之间

A. 55 与 56　　B. 65 与 75　　C. 75 与 85　　D. 85 与 95

68 设 $a > 0$, $A = \{(x, y) \mid (x-3)^2 + (y+4)^2 \leqslant 1\}$　$B = \{(x, y) \mid |x-3| + 2|y+4| \leqslant a\}$，则 $A \subseteq B$ 的充要条件是 ( )

A. $a \geqslant 2$　　B. $a \geqslant 3$　　C. $a \geqslant \sqrt{3}$　　D. $a \geqslant \sqrt{5}$

69 已知正方体 $ABCD—A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 a，AC_1 是它的对角线，则与 AC_1 垂直的所有截面中，最大的面积是 ( )

A. $\frac{\sqrt{3}}{2}a^2$　　B. $\frac{3\sqrt{3}}{4}a^2$　　C. $\sqrt{3}a^2$　　D. $\sqrt{2}a^2$

70 当 $a < 0$ 时，不等式 $\sqrt{a^2 - 2x^2} > x + a$ 的解集为 ( )

A. $\varnothing$　　B. $\left\{x \middle| 0 \leqslant x < -\frac{2}{3}a\right\}$

C. $\left\{x \middle| \frac{\sqrt{2}}{2}a < x \leqslant 0\right\}$　　D. $\left\{x \middle| \frac{\sqrt{2}}{2}a \leqslant x \leqslant -\frac{\sqrt{2}}{2}a\right\}$

71 如果实数 x, y 满足 $x^2 + y^2 = 1$，那么 $\frac{2xy}{x+y-1}$ 的最小值是 ( )

A. $1-\sqrt{2}$　　B. $1-2\sqrt{2}$　　C. 1　　D. $-\sqrt{2}$

72 函数 $y = 2(\log_{\frac{1}{2}} x)^2 - 2\log_{\frac{1}{2}} x + 1$ 的递增区间是 ( )

A. $\left(0, \frac{1}{2}\right)$　　B. $\left[\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$　　C. $\left[\frac{\sqrt{2}}{2}, +\infty\right)$　　D. 不存在

73 数列 $\left\{\frac{100^n}{n!}\right\}$ $(n = 1, 2, 3, \cdots)$ 是 ( )

A. 递增数列

B. 递减数列

C. 从第 1 993 项以后有减、有增的数列

D. 能够找到一项，从这项以后是递减的

74 半径为 R，中心角为 θ 的扇形 OAB 以其一边 OA 为轴旋转一周，则所得旋转体的表面积为 ( )

A. $\pi R^2\sin\theta$　　B. $2\pi R^2\sin\frac{\theta}{2}\left(\cos\frac{\theta}{2}+2\sin\frac{\theta}{2}\right)$

C. $4\pi R^2\sin\frac{\theta}{2}$　　D. $\pi R^2\sin\theta(1+\sin\theta)$

75 比$(\sqrt{3}+\sqrt{2})^6$ 大的最小整数是 ( )

A. 972　B. 971　C. 970　D. 969

76 设集合 $A=\{x\mid x=12a+8b,\ a,\ b\in\mathbf{Z}\}$，$B=\{y\mid y=20c+16d,\ c,\ d\in\mathbf{Z}\}$，则 ( )

A. $A\subset B$　B. $A=B$　C. $A\supset B$　D. 以上都不对

77 a 是实数 $2x$，$2y$ 的等差中项，$\sqrt{|a|}$ 是 x，y 的等比中项，则实数 a 的取值范围是 ( )

A. $(0,\ 4]$　　B. $(-\infty,\ 0)\cup[4,\ +\infty)$

C. $[-4,\ 0)\cup(0,\ 4]$　　D. $(-\infty,\ -4]\cup(4,\ +\infty)$

78 设 $f(x)=x^2+3x+2$，且 $S=\{0,\ 1,\ 2,\ 3,\ \cdots,\ 100\}$，若 $a\in S$ 且 $f(a)$ 能被 6 整除，这种 a 的个数为 ( )

A. 69　B. 67　C. 66　D. 34

79 设 $a=\cos\frac{3}{2}$，$b=\sin\frac{1}{10}$，则 a，b 的关系是 ( )

A. $a>b$　B. $a<b$　C. $a=b$　D. 无法确定

80 设有三个函数，第一个函数是 $y=\varphi(x)$．它的反函数就是第二个函数，而第三个函数的图象与第二个函数的图象关于直线 $x+y=0$ 对称，那么第三个函数是 ( )

A. $y=\varphi(x)$　　B. $y=-\varphi(-x)$

C. $y=-\varphi^{-1}(x)$　　D. $y=-\varphi^{-1}(-x)$

81 已知边长为 a 的菱形 $ABCD$，$\angle A=\frac{\pi}{3}$，将菱形 $ABCD$ 沿对角线折成二面角 θ，已知 $\theta\in\left[\frac{\pi}{3},\ \frac{2\pi}{3}\right]$，则两对角线距离的最大值是 ( )

A. $\frac{3}{2}a$　B. $\frac{\sqrt{3}}{4}a$　C. $\frac{\sqrt{3}}{2}a$　D. $\frac{3}{4}a$

82 数 $a=\frac{10^{1988}+1}{10^{1989}+1}$，$b=\frac{10^{1987}+1}{10^{1988}+1}$，$c=\frac{10^{1987}+9}{10^{1988}+9}$ 的大小关系是 ( )

A. $a>b>c$　B. $a<b<c$　C. $a<c<b$　D. $c<a<b$

83 设集合 $S=\{1,2,3,\cdots,100\}$，S_1 是 S 的任意非空子集，S_1 中最大的元素与最小的元素之差称为 S_1 的"直径"，则 S 的直径为 91 的全体子集的直径之总和为 ( )

A. $91\cdot 2^{91}$　B. $10\cdot 91\cdot 2^{91}$　C. $9\cdot 91\cdot 2^{92}$　D. $9\cdot 91\cdot 2^{90}$

84 已知二次曲线 $x^2+xy+y=0$ 是双曲线，则其渐近线中有一条是 ( )

A. $x=1$　B. $y=x-1$　C. $y=1-x$　D. $y=1$

85 设正数 a, b, c 满足 $a+b+c=1$，x, y, z 为实数：$P=ax+by+cz$；$Q=bx+cy+az$；$R=cx+ay+bz$. 则 $P+Q+R$ 与 $x+y+z$ 的大小关系是 ( )

A. 相等　B. $P+Q+R>x+y+z$

C. $P+Q+R<x+y+z$　D. 以上都不对

86 $\triangle ABC$ 中，$A>B$ 是 $\cos 2B>\cos 2A$ 的 ( )

A. 充分但不必要条件　B. 必要但不充分条件

C. 充要条件　D. 既不充分也不必要条件

87 已知复数列 $\{a_n\}$ 的通项为：

$$a_n=(1+i)\left(1+\frac{i}{\sqrt{2}}\right)\left(1+\frac{i}{\sqrt{3}}\right)\cdots\left(1+\frac{i}{\sqrt{n}}\right)$$

则 $|a_n-a_{n+1}|=$ ( )

A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$　B. $\sqrt{2}$　C. 1　D. 2

88 函数 $y=\sqrt{x-4}+\sqrt{15-3x}$ 的值域是 ( )

A. $[1,2]$　B. $(0,2]$　C. $(0,\sqrt{3}]$　D. $[0,+\infty)$

89 已知一个整系数多项式，某同学求得 $f(-2)=-56$，$f(1)=-2$，$f(3)=53$，$f(6)=528$，其中恰有一个算错，算错的是 ( )

A. $f(-2)$　B. $f(1)$　C. $f(3)$　D. $f(6)$

90 已知 $\triangle ABC$ 的三边 a, b, c 成等比数列，a, b, c 的对角依次为 $\angle A$，$\angle B$，$\angle C$，则 $\sin B+\cos B$ 的范围是 ( )

A. $\left[\frac{1}{2}, 1+\frac{\sqrt{3}}{2}\right]$　B. $(1,\sqrt{2}]$　C. $\left(1, 1+\frac{\sqrt{3}}{2}\right]$　D. $\left[\frac{1}{2},\sqrt{2}\right]$

91 P 在四面体 $ABCD$ 内部. 若 P 到面 BCD，ACD，ABD，ABC 的距离顺次为 a'，b'，c'，d'，顶点 A，B，C，D 到各个面 BCD，ACD，ABD，ABC 的距离顺次为 a, b, c, d，则 $\frac{a'}{a}+\frac{b'}{b}+\frac{c'}{c}+\frac{d'}{d}$ 为 ( )