

乔家瑞 主编

高考大冲刺丛书

最新高考

数学

1000 题

精解



紧扣最新高考趋势

首都名校名师悉心编选

题量丰富 内容精彩

一题一解 人人适用

首都师范大学出版社

高考大冲刺丛书

最新高考 数学 1000 题精解

主 编 乔家瑞(北京崇文区教研中心特级教师)
编 委 蒋宏涵(北京海淀区教师进修学校特级教师)
刘千捷(北京八中特级教师)
齐平昌(北京四中高级教师)
吴松年(北京教育学院特级教师)
陈学英(北京东城区教研中心高级教师)
编 者 乔家瑞 村 口 高尔柳
小 西 区仁达

首都师范大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

最新高考数学 1000 题精解/乔家瑞编. —北京:首都师范大学出版社, 2001. 7

ISBN 7 - 81064 - 256 - 1

I. 最… II. 乔… III. 数学课—高中—解题—升学参考资料 IV. G634. 605

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2001)第 25361 号

ZUIXIN GAOKAO SHUXUE 1000TI JINGJIE

最新高考数学 1000 题精解

首都师范大学出版社

(北京西三环北路 105 号 邮政编码 100037)

北京昌平兴华印刷厂印刷 全国新华书店经销

2001 年 7 月第 1 版 2001 年 7 月第 1 次印刷

开本 850 × 1168 1/32 印张 12.75

字数 325 千 印数 00,001 ~ 12,500 册

定价 15.30 元

目 录

第一章	幂函数、指数函数和对数函数	(1)
第二章	三角函数	(50)
第三章	两角和与差的三角函数,解斜三解形	(67)
第四章	反三角函数	(100)
第五章	不等式	(117)
第六章	数列,极限,数学归纳法	(147)
第七章	复数	(182)
第八章	排列,组合,二项式定理	(207)
第九章	直线和平面	(222)
第十章	多面体和旋转体	(258)
第十一章	直线	(307)
第十二章	圆锥曲线	(322)
第十三章	参数方程,极坐标	(368)
2001 年高考数学预测试题与分析		(381)

第一章 幂函数、指数函数和对数函数

(一)

1. 已知函数 $f(x)$ 的定义域为 $(0, 1]$, 求函数 $g(x) = f(x+a) \cdot f(x-a)$ ($a \leq 0$) 的定义域.

2. 已知 $f(x)$ 是偶函数, $g(x)$ 是奇函数, 且 $f(x) + g(x) = \frac{1}{x-1}$, 求 $f(x)$ 和 $g(x)$.

3. 若偶函数 $y = f(x)$ 在区间 $(-\infty, 0]$ 上为增函数, 且 $f(0) = 0$, 试判断 $y = |f(x)|$ 在区间 $[0, +\infty)$ 上的单调性, 并用定义证明你的结论.

4. $f(x)$ 是定义在 $(-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$ 上的奇函数, 且在 $(-\infty, 0)$ 上递减, 若 $ab < 0, a+b \geq 0$, 求证 $f(a) + f(b) \leq 0$.

5. 已知函数 $f(n)$ ($n \in \mathbb{N}$), 当 $n=1$ 时, $f(n+1) + f(n) = 3$; 当 n 是偶数时, $f(n+1) - f(n) = 3$; 当 n 是奇数时, $f(n+1) - f(n) = -1$.

(1) 求 $f(1), f(6)$;

(2) 求 $f(n)$.

6. 已知 $f(x)$ 是定义在 $(0, +\infty)$ 上的增函数, $f(x) > 0$, $f(3) = 1$, 试求出函数 $F(x) = f(x) + \frac{1}{f(x)}$ ($x > 0$) 的单调区间, 并加以证明.

7. 已知函数 $f(x+1) = x^2 - 3x + 2$ 的定义域为 $\left(-\infty, \frac{3}{2}\right)$, 求 $f^{-1}(x)$ 和它的定义域.

8. 设函数 $f(x)$ 是定义在 $\mathbb{R}$ 上的以 2 为最小正周期的周期函数,

且当 $x \in [-1, 1]$ 时, $f(x) = x^2$, 求证 $f(x)$ 是偶函数.

9. 已知函数 $f(x) = x(1 + \sqrt{x^2 + 2})$, 试证明 $f(x)$ 在 $[0, +\infty)$ 上是增函数.

10. 设 $a \in \mathbb{R}$, $f(x) = a - \frac{2}{2^x + 1}$ ($x \in \mathbb{R}$).

(1) 证明 a 取任何实数时, $f(x)$ 是增函数;

(2) 若 $f(x)$ 是奇函数, 求 a 的值.

11. 若函数 $y = \log_{\frac{1}{2}} \left(x + 8 - \frac{a}{x} \right)$ 在区间 $[1, +\infty)$ 上单调递减, 求实数 a 的取值范围.

12. 能否使函数 $f(x) = \frac{mx - 3}{2mx^2 + 8mx + 3}$ 的定义域为 $(-\infty, +\infty)$? 如果能, 求出 m 的取值范围; 如果不能, 说明理由.

13. 已知函数 $y = \frac{4x + 1}{2x + m}$.

(1) 如果此函数存在反函数, 求实数 m 的取值范围;

(2) 如果此函数的反函数就是它本身, 求实数 m 的值.

14. 设定义在 $\mathbb{R}^+$ 上的函数 $f(x)$ 是增函数, 且对 $\mathbb{R}^+$ 上的任意的 x_1, x_2 都有 $f(x_1, x_2) = f(x_1) + f(x_2)$, $f(2) = 1$.

(1) 求 $f(1)$;

(2) 解关于 x 的不等式 $f(x) + f(x - 3) \leq 2$;

(3) 试举出一个符合上述要求的函数 $f(x)$.

15. 设 $f(x) = \log_2 \frac{x+1}{x-1} + \log_2(x-1) + \log_2(p-x)$.

(1) 求 $f(x)$ 的定义域;

(2) $f(x)$ 是否存在最大值或最小值? 如果存在, 请把它求出来; 如果不存在, 请说明理由.

(二)

1. 已知全集 $I = \{0, -1, -2, -3, -4\}$, 集合 $M = \{0,$

$-1, -2\}$, $N = \{0, -3, -4\}$, 则 $\overline{M} \cap N = (\quad)$.

- (A) $\{0\}$ (B) $\{-3, -4\}$
(C) $\{-1, -2\}$ (D) $\emptyset$

2. 设全集 $I = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$, 集合 $A = \{1, 3, 5, 7\}$, $B = \{3, 5\}$, 则 $(\quad)$.

- (A) $I = A \cup B$ (B) $I = \overline{A} \cup B$
(C) $I = A \cup \overline{B}$ (D) $I = \overline{A} \cup \overline{B}$

3. 已知全集 $I = N$, 集合 $A = \{x | x = 2n, n \in N\}$, $B = \{x | x = 4n, n \in N\}$, 则 $(\quad)$.

- (A) $I = A \cup B$ (B) $I = \overline{A} \cup B$
(C) $I = A \cup \overline{B}$ (D) $I = \overline{A} \cup \overline{B}$

4. 设集合 $M = \{x | 0 \leq x < 2\}$, 集合 $N = \{x | x^2 - 2x - 3 < 0\}$, 集合 $M \cap N = (\quad)$.

- (A) $\{x | 0 \leq x < 1\}$ (B) $\{x | 0 \leq x < 2\}$
(C) $\{x | 0 \leq x \leq 1\}$ (D) $\{x | 0 \leq x \leq 2\}$

5. 如图 1-2-1, I 是全集, M, P, S 是 I 的 3 个子集, 则阴影部分所表示的集合是 $(\quad)$.

- (A) $(M \cap P) \cap S$
(B) $(M \cap P) \cup S$
(C) $(M \cap P) \cap \overline{S}$
(D) $(M \cap P) \cup \overline{S}$

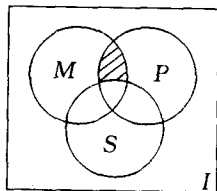


图 1-2-1

6. 已知映射 $f: A \rightarrow B$, 其中, 集合 $A = \{-3, -2, -1, 1, 2, 3, 4\}$, 集合 B 中的元素都是 A 中元素在映射 f 下的象, 且对任意的 $a \in A$, 在 B 中和它对应的元素是 $|a|$, 则集合 B 中元素的个数是 $(\quad)$.

- (A) 6 (B) 5 (C) 4 (D) 7

7. 设集合 A 和 B 都是自然数集合, 映射 $f: A \rightarrow B$ 把集合 A 中的

元素 n 映射到集合 B 中的元素 $2^n + n$, 则在映射 f 下, 象 20 的原象是 ().

- (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5

8. 函数 $y = \frac{1}{x+1}$ 的图象是 ().

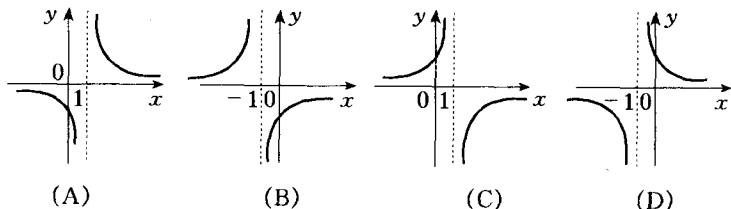


图 1-2-2

9. 当 $a > 1$ 时, 在同一坐标系中, 函数 $y = a^{-x}$ 与 $y = \log_a x$ 的图象是 ().

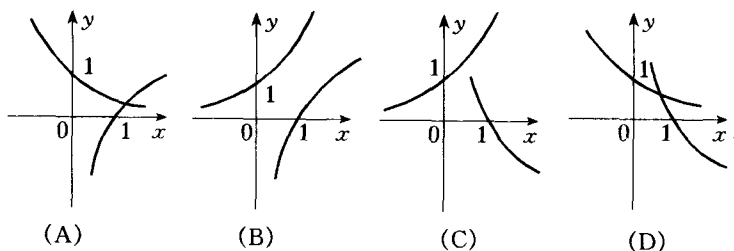


图 1-2-3

10. 设函数 $y = f(x)$ 定义在实数集上, 则函数 $y = f(x-1)$ 与 $y = f(1-x)$ 的图象关于 ().

- (A) 直线 $y = 0$ 对称 (B) 直线 $x = 0$ 对称
(C) 直线 $y = 1$ 对称 (D) 直线 $x = 1$ 对称

11. 将 $y = 2^x$ 图象 ().

- (A) 先向左平移 1 个单位 (B) 先向右平移 1 个单位

(C) 先向上平移 1 个单位 (D) 先向下平移 1 个单位

再作关于直线 $y = x$ 对称的图象, 可得到函数 $y = \log_2(x+1)$ 的图象.

12. 函数 $y = a^{|x|} (a > 1)$ 的图象是().

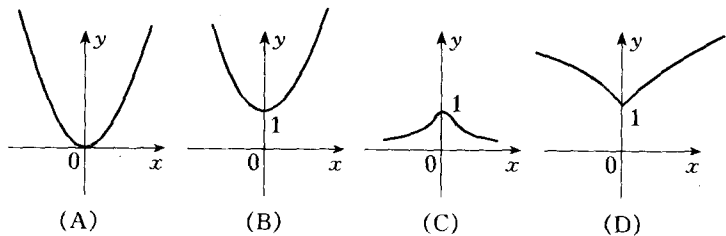


图 1-2-4

13. 已知 $y = \log_a(2-x)$ 是 x 的增函数, 则 a 的取值范围是().

- (A) $(0, 2)$ (B) $(0, 1)$
(C) $(1, 2)$ (D) $(2, +\infty)$

14. 设 $f(x)$ 是 $(-\infty, +\infty)$ 上的奇函数, $f(x+2) = -f(x)$, 当 $0 \leq x \leq 1$ 时, $f(x) = x$, 则 $f(7.5)$ 等于().

- (A) 0.5 (B) -0.5 (C) 1.5 (D) -1.5

15. 定义在区间 $(-\infty, +\infty)$ 的奇函数 $f(x)$ 为增函数, 偶函数 $g(x)$ 在区间 $[0, +\infty)$ 的图象与 $f(x)$ 的图象重合, 设 $a > b > 0$, 给出下列不等式:

- ① $f(b) - f(-a) > g(a) - g(-b)$;
② $f(b) - f(-a) < g(a) - g(-b)$;
③ $f(a) - f(-b) > g(b) - g(-a)$;
④ $f(a) - f(-b) < g(b) - g(-a)$.

其中成立的是().

- (A) ① 与 ④ (B) ② 与 ③
(C) ① 与 ③ (D) ② 与 ④

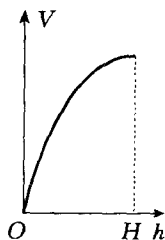
16. 函数 $f(x) = \frac{1}{x} (x \neq 0)$ 的反函数 $f^{-1}(x)$ 是 ().

(A) $x(x \neq 0)$

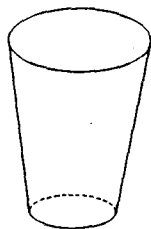
(B) $\frac{1}{x} (x \neq 0)$

(C) $-x(x \neq 0)$

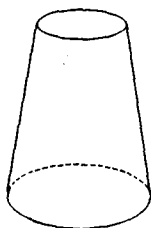
(D) $-\frac{1}{x} (x \neq 0)$



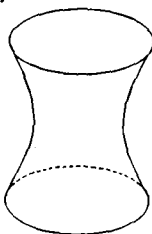
17. 向高为 H 的水瓶中注水, 注满为止, 如果注水量 V 与水深 h 的函数关系如右图所示, 那么水瓶的形状是 ().



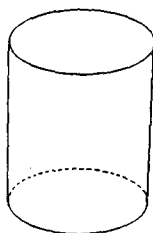
(A)



(B)



(C)



(D)

图 1-2-6

18. 《中华人民共和国个人所得税法》规定, 公民全月工资、薪金所得不超过 800 元的部分不必纳税, 超过 800 元的部分为全月应纳税所得额. 此项税款按下表分段累进计算:

全月应纳税所得额	税率
不超过 500 元的部分	5%
超过 500 元至 2000 元的部分	10%
超过 2000 元至 5000 元的部分	15%
.....	...

某人一月份应交纳此项税款 26.78 元, 则他的当月工资、薪金所

得介于().

- (A) 800 ~ 900 元 (B) 900 ~ 1200 元
(C) 1200 ~ 1500 元 (D) 1500 ~ 2800 元

19. 若函数 $y = f(x)$ 的反函数是 $y = g(x)$, $f(a) = b (ab \neq 0)$, 则 $g(b) = ()$.

- (A) b (B) a^{-1} (C) a (D) b^{-1}

20. 某地为促进淡水鱼养殖业的发展,将价格控制在适当范围内,决定对淡水鱼养殖提供政府补贴. 设淡水鱼的市场价格为 x 元/千克,政府补贴为 t 元/千克. 根据市场调查,当 $8 \leq x \leq 14$ 时,淡水鱼的市场日供应量 P 千克与市场日需求量 Q 千克近似地满足关系:

$$P = 1000(x + t - 8) \quad (x \geq 8, t \geq 0),$$

$$Q = 500 \sqrt{10 - (x - 8)^2} \quad (8 \leq x \leq 14).$$

当 $P = Q$ 时的市场价格称为市场平衡价格.

(1) 将市场平衡价格表示为政府补贴的函数,并求出函数的定义域;

(2) 为使市场平衡价格不高于每千克 10 元,政府补贴至少为每千克多少元?

21. 已知 a, b, c 为实数,函数 $f(x) = ax^2 + bx + c$, $g(x) = ax + b$, 当 $-1 \leq x \leq 1$ 时, $|f(x)| \leq 1$.

(1) 证明 $|c| \leq 1$;

(2) 证明当 $-1 \leq x \leq 1$ 时, $|g(x)| \leq 2$;

(3) 设 $a > 0$, 当 $-1 \leq x \leq 1$ 时, $g(x)$ 的最大值为 2, 求 $f(x)$.

22. 已知过原点 O 的一条直线与函数 $y = \log_8 x$ 的图象交于 A , B 两点, 分别过点 A, B 作 y 轴的平行线与函数 $y = \log_2 x$ 的图象交于 C, D 两点.

(1) 证明点 C, D 和原点 O 在同一条直线上;

(2) 当 BC 平行于 x 轴时, 求点 A 的坐标.

23. 设二次函数 $f(x) = ax^2 + bx + c (a > 0)$, 方程

$f(x) - x = 0$ 的两个根 x_1, x_2 满足 $0 < x_1 < x_2 < \frac{1}{a}$.

(1) 当 $x \in (0, x_1)$ 时, 证明 $x < f(x) < x_1$;

(2) 设函数 $f(x)$ 的图象关于直线 $x = x_0$ 对称, 证明 $x_0 < \frac{x_1}{2}$.

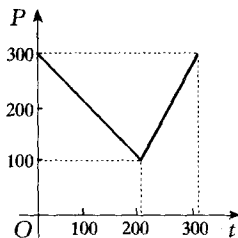
24. 设曲线 C 的方程是 $y = x^3 - x$, 将 C 沿 x 轴、 y 轴正向分别平行移动 t, s 单位长度后得到曲线 C_1 .

(1) 求出曲线 C_1 的方程;

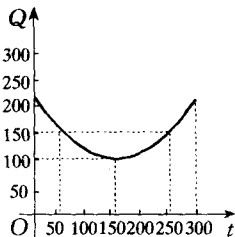
(2) 证明曲线 C 与 C_1 关于点 $A\left(\frac{t}{2}, \frac{s}{2}\right)$ 对称;

(3) 如果曲线 C 与 C_1 有且仅有一个公共点, 证明 $s = \frac{t^3}{4} - t$ 且 $t \neq 0$.

25. 某蔬菜基地种植西红柿, 由历年市场行情得知, 从二月一日起的 300 天内, 西红柿市场售价与上市时间的关系用图一的一条折线表示; 西红柿的种植成本与上市时间的关系用图二的抛物线段表示.



图一



图二

图 1-2-7

(1) 写出图一表示的市场售价与时间的函数关系式 $P = f(t)$;

写出图二表示的种植成本与时间的函数关系式 $Q = g(t)$;

(2) 认定市场售价减去种植成本为纯收益, 问何时上市的西红柿纯收益最大?

(注:市场售价和种植成本的单位:元/ 10^2kg ,时间单位:天)

(三)

1. 已知 $f(x) = x^2 - x + k$, 且 $\log_2 f(a) = 2, f(\log_2 a) = k$,
 $a > 0, a \neq 1$.

(1) 求 a, k 的值;

(2) 当 x 为何值时, $f(\log_2 x)$ 有最小值, 并求出最小值.

2. 已知集合 $P = \{\text{函数 } y = x^2 - mx \text{ 的最小值}, 0 \leq x \leq 1\}$, 集合 $Q = \{\text{函数 } y = x + m \text{ 的最小值}, 0 \leq x \leq 1\}$, 求 $P \cap Q$.

3. 设二次函数 $f(x) = ax^2 + bx + c (a > 0)$.

(1) 已知 $|f(0)| = |f(1)| = |f(-1)| = 1$, 试求 $f(x)$ 的解析式;

(2) 已知 $|f(0)| \leq 1, |f(1)| \leq 1, |f(-1)| \leq 1$, 求证当 $|x| \leq 1$ 时, $|f(x)| \leq \frac{5}{4}$.

4. 设二次函数 $f(x) = x^2 + bx + c (b, c \in \mathbb{R})$, 已知不论 α, β 为何实数, 恒有 $f(\sin \alpha) \geq 0, f(2 + \cos \beta) \leq 0$.

(1) 求证 $b + c = -1$;

(2) 求证 $c \geq 3$;

(3) 若函数 $f(\sin \alpha)$ 的最大值为 8, 求 b, c 的值.

5. 已知函数 $f(x) = x^2 - 1 (x \geq 1)$ 的图象为 C_1 , 曲线 C_2 与 C_1 关于直线 $y = x$ 对称.

(1) 求曲线 C_2 的方程 $y = g(x)$;

(2) 设函数 $y = g(x)$ 的定义域为 $M, x_1, x_2 \in M$, 且 $x_1 \neq x_2$, 求证 $|g(x_1) - g(x_2)| < |x_1 - x_2|$;

(3) 设 A, B 为曲线 C_2 上任意两个不同的点, 证明直线 AB 与直线 $y = x$ 必相交.

6. 函数 $y = ax^2 + bx + c (a > 0)$ 的图象与直线 $y = -a^2x$ 相

交于 A, B 两点, $|AB|$ 在 x 轴上的射影长为 1, 以 $d = f(a)$ 表示抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 的弧 $\widehat{AB}$ 上的点 P 到直线 $y = -a^2x$ 距离的最大值.

- (1) 求 $d = f(a)$ 的表达式;
- (2) 当 a 为何值时, d 有最大值.

7. 已知二次函数 $f(x) = x^2 + bx + c$ 满足 $f\left(\frac{1}{2} - x\right) = f\left(\frac{1}{2} + x\right)$, 且方程 $f(x) = x$ 有相等实根.

- (1) 求 $f(x)$ 的表达式;
- (2) 若 $|x - t| < 1$, 求证 $|f(x) - f(t)| < 2(|t| + 1)$;
- (3) 是否存在实数 a , 使 $f(x)$ 的定义域为 $[a, a + 1]$, 值域为 $\left[\frac{3}{4}, 2a\right]$, 证明你的结论.

8. 已知函数 $f(x) = ax^2 + bx + c (a > b > c)$ 图象上有两点 $A(m_1, f(m_1)), B(m_2, f(m_2))$ 满足 $f(1) = 0$, 且 $a^2 + (f(m_1) + f(m_2))a + f(m_1)f(m_2) = 0$.

- (1) 求证 $b \geq 0$;
- (2) 问: 能否保证 $f(m_i + 3) (i = 1, 2)$ 中至少有一个为正数? 请证明你的结论.

9. 设 $f(x)$ 是 $\mathbb{R}$ 上的奇函数, $f(x + 2) = -f(x)$, 当 $-1 \leq x \leq 1$ 时 $f(x) = x^3$.

- (1) 证明直线 $x = 1$ 是函数 $y = f(x)$ 图象的一条对称轴;
- (2) 当 $x \in [1, 5]$ 时, 求 $f(x)$ 的表达式;
- (3) 若 $A = \{x \mid |f(x)| > a, x \in \mathbb{R}\}$, 且 $A \neq \emptyset$, 求实数 a 的取值范围.

10. 已知函数 $f(x) = ax^3 + bx^2 + x + 1$ 和 $g(x) = ax^2 + x (a > 0, b \in \mathbb{R})$, 且 $xf(x) - g(x) \geq 0$ 对一切实数 x 恒成立.

- (1) 证明:使上述结论成立的充要条件是 $(2a - 1)^2 + b^2 \leq 1$;
(2) 求 $a^2 + b^2$ 取最大值时的 $f(x)$ 和 $g(x)$ 的表达式;
(3) 若 $f(1) = g(1)$, 解不等式 $f(x) \geq g(x)$.

11. 已知函数 $f(x) = \frac{2x^2 + bx + 1}{x^2 + 1}$ ($b < 0$) 的值域是 $[1, 3]$.

- (1) 求实数 b, c 的值;
(2) 判断 $f(x)$ 在 $-1 \leq x \leq 1$ 上的单调性, 并给出证明.
12. 设 $f(x)$ 是 $\mathbb{R}$ 上的单调函数, 解关于 x 的不等式

$$f(\sqrt{x^2 - x - 2}) > f(\sqrt{ax - 2}) \quad (a > 0).$$

13. 已知 $n \in \mathbb{N}$, $f(n) = \frac{2^n - 1}{2^n + 1}$, $g(n) = \frac{n}{n + 1}$, 试比较 $f(n)$ 与 $g(n)$ 的大小.

14. 已知函数 $f(x) = x^{-k^2 + k - 2}$ ($k \in \mathbb{Z}$) 满足 $f(2) < f(3)$.

- (1) 求 k 的值, 并写出相应的函数 $f(x)$ 的解析式;
(2) 对于(1)中所求得的函数 $f(x)$, 试判断是否存在正数 q , 使函数 $g(x) = 1 - qf(x) + (2q - 1)x$ 在区间 $[-1, 2]$ 上的值域为 $\left[-4, \frac{17}{8}\right]$, 若存在, 求出这个 q 的值; 若不存在, 说明理由.

15. 设函数 $f(x) = \log_a[4x^2 + (2k - 3)x + 1]$ ($a > 0, a \neq 1$).

- (1) 若 $f(x)$ 的定义域为 $\mathbb{R}$, 求 k 的取值范围;
(2) 若 $f(x)$ 的值域为 $\mathbb{R}$, 求 k 的取值范围.

16. 是否存在实数 a , 使函数 $f(x) = \log_a(ax^2 - x)$ 在区间 $[2, 4]$ 上是增函数? 若存在, 说明 a 可以取哪些值? 若不存在, 请说明理由.

17. 设 $f(x)$ 是定义域为 $(-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$ 的奇函数, 且在 $(0, +\infty)$ 上是增函数.

(1) 判断 $f(x)$ 在 $(-\infty, 0)$ 上的单调性, 并用单调函数的定义加以证明;

(2) 若 $f(1) = 0$, 解关于 x 的不等式

$$f[\log_a(1 - x^2) + 1] > 0 \quad (a > 1).$$

(3) 若 $m > 0, n > 0, f(m \cdot n) = f(m) + f(n), f(-2) = -1$, 求 $\log_{\frac{1}{2}} |f(t) + 1| > 0$ 时 t 的取值范围.

18. 已知函数 $f(x) = \lg \frac{1-x}{1+x} (-1 < x < 1)$, 函数 $g(x)$ 的图象与函数 $y = \frac{4-3x}{x-1}$ 的图象关于直线 $y = x - 1$ 成轴对称:

(1) 求函数 $F(x) = f(x) + g(x)$ 的解析式及定义域;

(2) 试问在 $F(x)$ 的图象上是否存在两个不同点 A, B , 使过 A, B 的直线平行 x 轴.

19. 设集合 $L = \{l \mid \text{直线 } l \text{ 与直线 } y = 2x \text{ 相交且以交点的横坐标为斜率}\}$.

(1) 点 $P(-2, 2)$ 到 L 中哪条直线距离最短?

(2) 设 $a \in \mathbb{R}^+$, 点 $Q(-2, a)$ 到 L 中的直线距离的最小值记作 $d_{\min}$, 求 $d_{\min}$ 的解析式.

20. 已知 $F(x) = f(x) - g(x)$, 其中 $f(x) = \log_a(x-1)$, 并且当且仅当点 (x_0, y_0) 在 $f(x)$ 的图象上时, 点 $(2x_0, 2y_0)$ 在 $y = g(x)$ 的图象上.

(1) 求 $y = g(x)$ 的函数解析式;

(2) 当 x 在什么范围时, $F(x) \geq 0$?

21. 已知定点 $M(-1, 2)$, 直线 $l_1: y = a(x+1)$, 曲线 $C: y = \sqrt{x^2+1}$, l_1 与 C 交于 A, B 两点, 线段 AB 的中点为 N , 直线 l_2 过 M, N 两点, 且在 x 轴上的截距为 m .

(1) 试求以 m 为函数, a 为自变量的函数解析式;

(2) 求出(1)中函数的定义域及值域.

22. 根据统计资料, 我国资源生产自 1985 年以来发展速度很快. 下面是我国能源生产总量(折合亿吨标准煤)的几个统计数据:

1985 年 8.6 亿吨; 1990 年 10.4 亿吨;

1995 年 12.9 亿吨;

有关专家预测:到 2000 年我国能源生产总量将超过 16.1 亿吨. 试给出一个简单模型,说明有关专家的预测是否合理.

23. 在某产品的制造过程中,次品率 p 依赖于日产量 x .

$$\text{已知 } p = \begin{cases} \frac{1}{101-x} & (0 < x \leq 100 \text{ 时}), \\ 1 & (x > 100 \text{ 时}). \end{cases}$$

其中 x 为正整数,又该厂每生产出一件正品可盈利 A 元,但每生产出一件次品就要损失 $\frac{A}{3}$ 元.

(1) 将该厂的日盈利额 T (元) 表示为日产量 x (个) 的函数,并指出这个函数的定义域;

(2) 为了获得最大盈利,该厂的日产量应定为多少?

参考答案

(一)

1. 由已知条件,有

$$\begin{cases} 0 < x + a \leq 1, \\ 0 < x - a \leq 1, \\ a \leq 0. \end{cases} \quad \text{即} \quad \begin{cases} -a < x \leq 1 - a, \\ a < x \leq 1 + a. \end{cases}$$

$$\therefore -a < x \leq 1 + a.$$

(1) $a = 0$ 时, $g(x)$ 的定义域为 $(0, 1]$;

(2) $-\frac{1}{2} < a < 0$ 时, $g(x)$ 的定义域为 $(-a, 1 + a]$;

(3) $a \leq -\frac{1}{2}$ 时,满足 $-a < x \leq 1 + a$ 的 x 不存在, $g(x)$ 的定义域为 $\emptyset$.

$$2. \because f(-x) = f(x), g(-x) = -g(x),$$