

浙江省职工、农民双证制教育培训文化课教材

应用数学

(上册)

浙江科学技术出版社

图书在版编目(CIP)数据

应用数学.上册/白锡定主编. —杭州:浙江科学技术出版社,2003.3

浙江省企业职工、农民双证制教育培训文化课教材
ISBN 7-5341-2067-5

I. 应... II. 白... III. 应用数学-成人教育:中等教育-教材 IV. 029

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2003)第 010604 号

浙江省职工、农民双证制教育培训文化课教材

应用数学

(上册)

浙江省教育厅组织编写

*

浙江科学技术出版社出版

杭州出版学校印刷厂印刷

开本:787×1092 1/32 印张:9.625 字数:201 000

2003 年 3 月第 1 版

2006 年 3 月第10次印刷

ISBN 7-5341-2067-5/O·46

定价:10.70 元

封面设计:孙 菁

**浙江省职工、农民双证制教育培训
文化课教材编辑委员会**

主 任：黄新茂
副 主 任：叶向群
委 员：陈伟光 何锡涛 楼永木
本 册 主 编：白锡定

编写说明

本书根据浙江省教育厅、浙江省劳动和社会保障厅、浙江省经济贸易委员会、浙江省总工会、浙江省农业厅等部门关于在全省开展百万职工和农民双证制教育培训的要求,由浙江省教育厅组织编写,供各类企业职工和农村从业人员学习使用。

本书以初中数学知识为起点,所编高中阶段的数学基础知识,以“必须、够用”为原则,删繁就简,重在应用,便于学员运用所学知识解决实际问题。

本书分上、下两册。上册主要内容有:方程与不等式、两个变量间的关系、三角函数、率的计算、排列与组合;下册主要内容有:概率初步、统计初步、直线与圆、最佳方案的确定、求积等。有关章节前标有“*”号者,仅供选学,不作考试要求。全书教学总时数为140课时(上、下册各为70课时)。书中各章后面都附有小结和复习题。为了便于因材施教,有些章节配备了较多的例题、习题和复习题,各校可根据实际情况选用。

本书由白锡定主编,沈善学、周国平、施永林编写。杭州市职业技术教育研究中心组织专家对书稿进行了审阅,并提出了不少宝贵意见。本书编写工作还得到杭州市教育局成

人教育教研室、杭州师范学院理学院、浙江职业专修学院、浙江华强中等职业学校的大力支持,在此一并表示感谢。

由于我们水平有限,加之时间仓促,书中难免会有差错,真诚希望广大教师和学员批评、指正。

编 者

2003 年 2 月

目 录

第一章 方程与不等式	1
一 一元一次方程	2
二 一元一次不等式	6
三 二元一次方程组	14
四 一元二次方程	21
五 方程与不等式的应用	25
第二章 两个变量间的关系	45
一 集合	45
二 函数	59
三 二次函数	75
四 函数的应用	83
第三章 三角函数	102
一 角的概念的推广和弧度制	102
二 任意角的三角函数	110
三 两角和与差的三角函数	128
四 解三角形及其应用	145
* 五 正弦函数的图像和性质	159
第四章 率的计算	183
一 指数和对数	183
二 数列	201
三 数列在经济工作中的应用	222

第五章 排列与组合	256
一 加法原理和乘法原理	256
二 排列	264
三 组合	278
四 排列与组合的综合运用	286

第一章 方程与不等式

●本章学习要点

1. 复习巩固一元一次方程、一元一次不等式、一元一次不等式组、二元一次方程组以及一元二次方程等知识;
2. 理解和掌握方程(组)和不等式(组)的解法;并能运用这些方法解题.

我们来看下面的问题:

1. 甲、乙两地相距 30 千米,某人骑自行车从甲地出发,已经骑了 15 千米.为了能再经过 1.5 小时到达乙地,问以后每小时应骑行多少千米?
2. 用每分钟可抽 20 升污水的抽水机来抽水槽内积存的污水,估计积存的污水在 700 升到 800 升之间,那么大约要用多少时间才能将污水抽完?
3. 建造一个面积为 20 平方米的花坛,要求长比宽多 1 米,问该花坛的宽应为多少米?
4. “鸡兔同笼”问题:笼子里有一些鸡和兔,已知鸡和兔头的个数是 6,脚的只数是 18,问鸡和兔各有多少只?

这些问题在日常生产和生活中经常会碰到,如何解决这些问题?有什么技巧呢?本章通过学习一元一次方程(组)、一元一次不等式(组)、二元一次方程组和一元二次方程,来解决我们身边的实际问题.

一 一元一次方程

1.1 方程和方程的解

在等式 $3a+a=5a-a$ 与 $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$ 中, 无论用任何实数代替其中的字母, 等式总能成立, 这类等式叫做恒等式.

在等式 $3+2x=11$ 和 $x^2+2x=0$ 中, 并不是用任何实数代替其中字母 x 都能使等式成立. 也就是说, 字母 x 表示的数应取的值暂时还不知道, 我们把它叫做“未知数”. 像这样含有未知数的等式, 叫做方程.

如 $3x-2=1$, $y^2+3=5y$, $x+2y-5=0$ 等, 都是方程.

对于方程, 我们所关心的是未知数取什么值时方程左右两边的值才能相等. 例如 $3x-2=1$ 中, 当未知数 x 的值是 1 时, 方程左右两边的值相等.

像这样使方程左右两边的值相等的未知数的值, 叫做方程的解. 只含有一个未知数的方程的解也叫做方程的根. 例如, $x=1$ 是方程 $3x-2=1$ 的解, 也可以说是方程 $3x-2=1$ 的根. 求方程的解的过程叫做解方程.

例 检验下列 x 的值是否为方程 $3x+4=9-2x$ 的解:

(1) $x=1$; (2) $x=-3$.

解 (1) 把 $x=1$ 代入方程,

$$\text{左边} = 3 \times 1 + 4 = 7,$$

$$\text{右边} = 9 - 2 \times 1 = 7,$$

$\therefore$ 左边 = 右边,

$\therefore x=1$ 是方程 $3x+4=9-2x$ 的解.

(2) 把 $x=-3$ 代入方程,

$$\text{左边} = 3 \times (-3) + 4 = -5,$$

$$\text{右边} = 9 - 2 \times (-3) = 15,$$

$\therefore$ 左边 $\neq$ 右边,

$\therefore x=-3$ 不是方程 $3x+4=9-2x$ 的解.

习 题 一

检验下列 y 的值是否为方程 $y - \frac{y-1}{2} = 2 - \frac{y+2}{3}$ 的解:

(1) $y=1$; (2) $y=-3$; (3) $y=\frac{1}{2}$.

1.2 一元一次方程的解法

只含有一个未知数,并且未知数的次数是一次的方程叫做一元一次方程. 如 $2x+3=11$, $3y-1=4y$, $3x+5=7-2x$, $\frac{y-2}{6} = \frac{y}{3} + 1$ 都是一元一次方程.

怎样求一元一次方程的解呢? 一般运用等式的两个基本性质, **性质 1**: 等式的两边都加上或都减去同一个数或式, 所得结果仍是等式; **性质 2**: 等式两边都乘以或都除以(除数不能为零)同一个数或式, 所得结果仍是等式. 然后通过以下步骤: ①去分母(方程两边同乘以公分母); ②去括号; ③移项(把方程中的某一项从方程的一边移到另一边, 但移项后必须改变该项的符号); ④合并同类项; ⑤方程两边同除以未知数前面的系数, 即可求得方程的解.

例 1 解方程 $3x-5=6x+4$.

解 移项,得

$$3x-6x=4+5,$$

合并同类项,得

$$-3x=9,$$

两边都除以 -3 ,得

$$x=-3.$$

检验:把 $x=-3$ 代入原方程,

$$\text{左边}=3\times(-3)-5=-14,$$

$$\text{右边}=6\times(-3)+4=-14,$$

$\therefore$ 左边=右边,

$\therefore x=-3$ 是原方程的解.

例 2 解方程 $\frac{2y-1}{4}=1-\frac{3-y}{8}$.

解 去分母,得

$$2(2y-1)=8-(3-y),$$

去括号,得

$$4y-2=8-3+y,$$

移项,得

$$4y-y=8-3+2,$$

合并同类项,得

$$3y=7,$$

两边都除以 3,得

$$y=\frac{7}{3}.$$

检验:把 $y=\frac{7}{3}$ 代入原方程,

$$\text{左边} = \frac{2 \times \frac{7}{3} - 1}{4} = \frac{11}{12},$$

$$\text{右边} = 1 - \frac{3 - \frac{7}{3}}{8} = \frac{11}{12},$$

$\therefore$ 左边 = 右边,

$\therefore y = \frac{7}{3}$ 是原方程的解.

注意 (1) 为了简便起见,解方程中,去分母、去括号、移项等说明可以不写.

(2) 对于一元一次方程来说,如果解法正确而且计算没有错误,那么解得的结果肯定是原方程的解.所以在解一元一次方程时,检验过程可省略.

例 3 解方程 $\frac{2x-1}{2} - \frac{2x+5}{3} = \frac{6x-7}{4} - 1.$

解 $6(2x-1) - 4(2x+5) = 3(6x-7) - 12,$

$$12x - 6 - 8x - 20 = 18x - 21 - 12,$$

$$12x - 8x - 18x = -21 - 12 + 6 + 20,$$

$$-14x = -7,$$

即 $x = \frac{1}{2}.$

例 4 解方程 $\frac{1.2x+1}{0.2} - \frac{x}{0.5} = 1.$

这个方程的分母中含有小数,可以应用分数的基本性质把它们先化为整数.

解 将原方程化为 $6x+5-2x=1,$

$$6x-2x=1-5,$$

$$4x = -4,$$

$$\text{即 } x = -1.$$

习 题 二

解下列方程:

$$1. 2x + 3 = 11 - 6x.$$

$$2. \frac{1-3x}{2} = 8.$$

$$3. \frac{1-x}{2} - \frac{x}{5} = \frac{3x}{4}.$$

$$4. \frac{1.5x-1}{3} - \frac{5x}{0.6} = 0.5.$$

二 一元一次不等式

1.3 一元一次不等式及其解法

符号“ $<$ ”(小于)、“ $>$ ”(大于)、“ $\leq$ ”(不大于,即小于或等于)、“ $\geq$ ”(不小于,即大于或等于)、“ $\neq$ ”(不等于)统称为不等号.

像 $7 > 3$, $-6 > -8$, $a + 5 \leq a + b$, $3a \neq 3b$, $2x < -6$, $2y - 40 \geq 0$, 这些用不等号连结起来的式子, 叫做不等式.

不等式具有下列基本性质:

(1) 不等式的两边都加上(或减去)同一个数, 不等号的方向不变. 即如果 $a > b$, 那么 $a \pm c > b \pm c$.

(2) 不等式的两边都乘以(或除以)同一个正数, 不等号的方向不变. 即如果 $a > b$, $c > 0$, 那么 $ac > bc$, $\frac{a}{c} > \frac{b}{c}$.

(3) 不等式的两边都乘以(或除以)同一个负数, 不等号

的方向要改变. 即如果 $a > b$, $c < 0$, 那么 $ac < bc$, $\frac{a}{c} < \frac{b}{c}$.

在不等式 $2x < 6$, $2y + 10 < 40$, $-4x \geq 0$, $3y + 2 > 2y$ 中, 只含有一个未知数, 并且未知数的次数都是一次, 这样的不等式叫做一元一次不等式.

例 1 根据下列数量关系, 列出一元一次不等式:

- (1) x 的 2 倍减去 5 大于 5;
- (2) 10 减去 x 的 2 倍的差不小于 x ;
- (3) y 与 1 的差是正数;
- (4) a 的 3 倍与 5 的和不是正数.

解 (1) $2x - 5 > 5$.

(2) $10 - 2x \geq x$.

(3) $y - 1 > 0$.

(4) $3a + 5 \leq 0$.

在不等式 $3x > 30$ 中, 用大于 10 的数(如 10.1, 11, 16.5, ...)代替 x , 不等式都能成立; 在不等式 $x - 3 < 5$ 中, 用小于 8 的数(如 7, 6.5, 0, -3.1, ...)代替 x , 不等式也都能成立. 一般地, 我们把凡是能使不等式成立的未知数的值的全体叫做不等式的解. 例如不等式 $x - 3 < 5$ 的解就是所有小于 8 的实数, 记做 $x < 8$.

求不等式的解的过程, 叫做解不等式.

不等式的解可以在数轴上表示出来. 例如, 不等式的解是 $x < 3$, 表示在数轴上如图 1.1 所示, 这里的空心圆圈表示

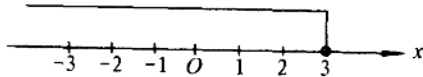


图 1.1

不包括 3 这个数.

又如,不等式的解是 $x \geq -2$, 表示在数轴上如图 1.2 所示, 这里的实心圆圈表示包括 -2 这个数.

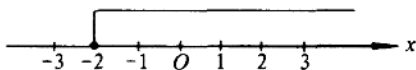


图 1.2

解一元一次不等式的方法步骤, 和解一元一次方程基本相同, 但要特别注意不等式两边都乘以(或除以)同一个负数时, 不等号的方向必须改变.

例 2 解不等式 $3(1-x) < 2(x+9)$, 并把它的解在数轴上表示出来.

解 去括号, 得

$$3 - 3x < 2x + 18,$$

移项, 得

$$-3x - 2x < 18 - 3,$$

合并同类项, 得

$$-5x < 15,$$

不等式两边都除以 -5 , 不等号的方向要改变, 得

$$x > -3.$$

这个不等式的解在数轴上表示如图 1.3 所示.

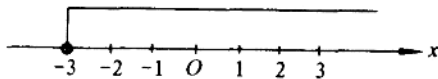


图 1.3

例 3 解不等式 $\frac{y+1}{3} - \frac{y-1}{2} \geq \frac{y-1}{6}$, 并把解在数轴上表示出来.

解 去分母, 得

$$2(y+1) - 3(y-1) \geq y-1,$$

去括号, 得

$$2y+2-3y+3 \geq y-1,$$

移项, 得

$$2y-3y-y \geq -1-2-3,$$

合并同类项, 得

$$-2y \geq -6,$$

不等式的两边都除以 -2 , 不等号的方向要改变, 得

$$y \leq 3.$$

这个不等式的解在数轴上表示如图 1.4 所示.

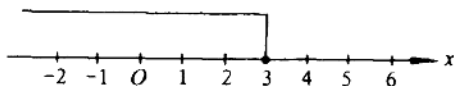


图 1.4

例 4 求不等式 $4x-5 \leq 4$ 的正整数解.

解 解不等式 $4x-5 \leq 4$, 得

$$x \leq \frac{9}{4}.$$

因为不大于 $\frac{9}{4}$ 的正整数有 1, 2 两个, 所以原不等式的正整数解是 1, 2.

习 题 三

1. 解下列不等式,并把它们的解在数轴上表示出来:

$$(1) \frac{x-1}{3} - \frac{x-2}{5} > \frac{x+3}{10};$$

$$(2) x - \frac{x+2}{2} \leq \frac{2-x}{3};$$

$$(3) \frac{5(y-1)}{6} + 1 \geq \frac{2(y+1)}{3};$$

$$(4) 10 - 4(x-3) \leq 2(x-1).$$

2. 求不等式 $\frac{2+x}{2} \geq \frac{2x-1}{3}$ 的正整数解.

3. 求不等式 $\frac{x+1}{2} > -1$ 的负整数解.

1.4 一元一次不等式组的解法

由几个一元一次不等式联立所组成的不等式组叫做一元一次不等式组. 它的求解步骤是: 先求出不等式组中各个不等式的解, 然后求出各个不等式的解的公共部分, 就是这个不等式组的解.

例 1 求下列不等式组的解:

$$(1) \begin{cases} x+2 > 0, \\ x-1 < 0; \end{cases} \quad (2) \begin{cases} x+2 < 0, \\ x-1 > 0; \end{cases}$$

$$(3) \begin{cases} x+2 > 0, \\ x-1 > 0; \end{cases} \quad (4) \begin{cases} x+2 < 0, \\ x-1 < 0. \end{cases}$$

解 (1) 原不等式组可化作