电气自动学

下册

苏联 A. Г. 伊瓦赫年柯著

电力工業出版社

序

在苏联共产党第十九次代表大会以及中央委員会九月份全体会議的决議中，規定了苏联工業和农業自动化的进一步發展的綱領。

自动化的發展不仅規定了自动設备在数量方面的增長，而且也規定了其运轉質量方面的改进。

指出建立誤差很小和快速动作性很大的、越来越完善的系統的途徑，应当是自动調整和控制的理論的主要目的。

提請讀者注意的是，这本“电气自动学”下册是屬于自动調整理論的范圍的。

本書的全部內容是討論提高复合自动調整系統的准确性和快速动作性方面的問題。書中指出，达到高度准确性的成就，在很大程度上要依靠調整器作用原理的正确选擇，或各种不同原理的巧妙配合。

現代自动調整系統［其特点是具有某种負反饋（按被調整量 Φ 的或按調整作用 M 的反饋）］具有在全部扰动的作用下，能获得高度准确性的可能性。不过为了这种系統能够發生作用，从原理上講，需要有誤差存在（存在被調整量或調整作用对規定值的偏差，或这些偏差对时間的积分）。对系統准确性的要求越高，就是說，誤差及其变动速度越小，則所需的放大率越大，系統稳定性，特別是快速动作性就越坏。

这样一种情况的物理解释，就是在只反应誤差及其对时間的导数和积分的系統中不能建立被調整量不变性的条件（这种条件确定着在稳定狀态及过渡狀态中誤差的全部消除）。

同时，在具有扰动作用的系統中并沒有这种界限；这里可能获得誤差的任何数值，其中包括零值。

院士B.C.庫列巴金首先指出不变性原理在具有扰动作用的系

統(桥式綫路)中的适用性[48]。

本書致力于研究实际建立被調整量不变性条件方面的問題。書中指出，在許多情况下，可以用下列方法来消除誤差：a)利用主要扰动作用导数的調整；б)使用强化裝置。此外，書中闡明了复合調整理論中的許多主要原理，其中首先可以指出下列各項：

1.書中指出，不仅依靠被調整量或調整作用，而且也依靠扰动作用来进行控制的复合調整法是在稳定狀态和过渡狀态中額外提高調整系統的准确性和快速动作性的有力方法。因此，扰动及其导数的反饋可以用来建立更为完善的自动調整系統。

2.書中特别重視如何改进估計由下列方程表示的調整系統的准确性的方法：

$$a_3(p)\varphi=b_3(p)\lambda+b_3'(p)\lambda'+b_3''(p)\lambda''+\cdots\cdots$$

这个方程估計到許多扰动作用同时对系統的影响。复合調整系統的質量用不少于四个的指标来說明(例如，s——$c_{\text{мин}}$、γ——I_2等)。

对过程質量进行判断的最大准确性的每对指标均可用由反导法得出的一套过渡过程圖来代替(参閱下面)。單独一个指标，对系統中过渡过程的質量的判断，几乎沒有用处。

系統在过渡狀态中的准确性的研究，必須和稳态中准确性的研究結合起来进行。直到現时为止，对于后面这个問題的注意，显然是不够的。

3.解决了調整綫路一般綜合任务中的若干問題。确定了，完全消除由主要扰动所引起的誤差的可能性依賴于系統負載狀态(这些狀态中的誤差应予消除)的数目与在放大器輸入端上代数相加的作用的数目的比率。后面这个数目等于系統調整規律的項数：

$$\Sigma=-m(p)\Phi-n(p)M\pm l(p)L+k(p)\Psi,$$

式中 Σ——放大器輸入端上的作用的总和；

Φ、M、L、Ψ——被調整量，調整作用，主要扰动和控制作用。

拟訂了系統調整規律項数的选擇法。在 $N=2$ 时(例如在 $\Sigma=-m_0\Phi+k_0\Psi$ 时，只反应被調整量偏差的調整器中)，在任何一个任意选定的狀态中，有可能获得被調整量的要求稳态值，此外，还有可能获得要求的准确度 s。

在 $N=3$ 时(例如，在 $\Sigma=-m_0\Phi+n_0M+k_0\Psi$ 时)，可以在兩个任意选定的狀态中消除稳态誤差并且达到要求的准确度 s 等等。

为了可能提高准确度 s 起見，在系統調整規律中必須加入負反饋(被調整量或調整作用的反饋)，即使一个也好。

确定了無需所謂折衷調准的充分条件：

$$N \geqslant a+b+2,$$

式中　a——沒有稳态誤差时的狀态数目；

b——主要扰动及其导数的反饋数目；

2——把系統調准到要求的准确度 s 和稳定度 $c_{\text{мин}}$ 时，調整規律中的需要項数。

在大多数的系統中，$N=a+b+1$。在調准时，应找出准确度 s 与稳定度 $c_{\text{мин}}$ 的某种折衷的相互关系，因为 s 的增大要引起 $c_{\text{мин}}$ 的減小(s 和 $c_{\text{мин}}$ 間的矛盾)。指出了，引用扰动反饋的本身并沒有取消折衷調准的必要性。

利用上述的公式，拟制了調整电动机速度的許多新原理圖。例如，已指出下列各种：

1.不需使用标准量(任务)源或和其等效的非綫性測量元件的結綫圖

$$\Sigma=-m_0\Phi+n_0M,$$

$$\Sigma=-n_0M+l_0L,$$

$$\Sigma=-m_0\Phi+l_0L,$$

$$\Sigma=-m_0\Phi-n_0M+l_0L,$$

(式中　Φ——速度，M——电压，L——电动机的負載)。

2.其中可以获得差值特性曲綫的任何要求斜度(例如，負差值性)的結綫圖 $\Sigma=-m_0\Phi-n_0M+k_0\Psi$。这样看来，以为只有在具有扰动測量反饋时才可以得到負差值性上升特性曲綫的广泛流

行意見是錯誤的。

3.綫路

$$\Sigma=-n_0M+l_0L+k_0\Psi(\text{在 } m_0=0 \text{ 时}),$$

$\Sigma=-m_0\Phi-l_0L+k_0\Psi$(在$n_0=0$时)的准确度$s$的分析指出，在第一个綫路中需要使用扰动$L$的正反饋，而在第二个綫路中則需要使用負反饋。$m_0\neq0$，$n_0\neq0$的中間情况沒有研究过。

所有提出的綫路都是差动式的。放大器輸入端上減去的量値越大，則准确度s越大幷且稳定度$c_{\text{мин}}$越小，这就确定了折衷調准的必要性。

复合系統的特征在于使用非常强大的反饋，反饋的系数大大超过于一(繼电器效应的界限)。如果在放大器輸入端上減去的只是負反饋和正反饋的作用，那末負反饋应当是內部反饋(就是說，应当包括較少的环节数目)，因为在相反的情况下，正反饋系数剛一超过一，系統中就要發生硬性繼电器狀态，因而这样一来，程度方面要失去效用。

在研究一般形式的准确性时指出，由扰动方法所得出的絕对誤差公式的研究比起用微分方法所得出的相对誤差公式的研究来，要具有实际的优点。

4.利用磁放大器(磁式拖动裝置)进行了鼠籠式感应电动机的各种速度調整綫路的实驗方面和理論方面的研究。研究証实了上述的控制綫路和測量反饋参数的选擇規律。

5.利用閘流管和串联变压器(閘流管式拖动裝置)的鼠籠式感应电动机的速度調整綫路的实驗方面和理論方面的研究[19]指出了系統在人工稳定区(C.A.列別傑夫的术語)內，即在如果沒有快速动作的調整器，电动机在靜态方面就不稳定(在力矩特性曲綫的下降分支上)的区域內运轉的可能性。

6.書中提出利用所謂調整結構圖的等效轉换方式来研究复合系統中过渡过程質量的一般方法。这个方法是这样的：把扰动作用L(或其偏差λ)引用到調整对象的动态方程中和系統的調整規律中。在解这兩个联立方程时把它消除掉，就得到某种不包括扰

动作用的新調整規律。这样看来，具有扰动作用的系統可以用与之等效(从由变动 L所引起的过渡过程的观点来看)并包括被調整量作用的系統来代替。

根据被調整量作用的調整法和扰动作用的調整法(具有調整作用的强大負反饋时)的比較，書中作出下列結論：直到現时为止，無論在調整理論方面或調整实际方面，对 B. H. 契柯列夫結構圖的价值估計不足。如果对象具有足够稳定的特性曲綫(β=常数)，在解决許多調整問題时更願选用B.H.契柯列夫的微分系統。这并不屬于具有二阶对象时的情况，那时，具有被調整量作用的系統在参数值的一定选擇下，可能具有更适当的特性曲綫。

7.書中解决了某些所謂狹窄綜合任务的問題，在这种任务中，是研究系統参数的最佳相互关系。拟訂了复合自动調整系統中最佳参数值的选擇法。提出了可以把复杂空間問題簡化成平面上或軸上問題的"部分"法，并且首先只研究方程的左边以便达到 s 和 $c_{\text{мин}}$ 数值的最好折衷选擇，而以后研究帶右边的全部动态方程以便确定扰动和其导数的反饋系数。研究了方程的左边就可以选擇变动的衰減参数值，而研究了全部方程就可以选擇初条件的变动参数值。書中的重要結論在于这兩个問題沒有相互关系。扰动和其导数的測量反饋的系数是只影响运动初条件的参数[假設，被調整量的小量变动不影响扰动作用，就是說，$\lambda \neq f(\varphi)$]。

8.書中指出，可以利用有时也叫做开断反饋，而在某些情况下則叫做弛張反饋或等值器的强化裝置来显著改进由主要扰动在調整系統中所引起的过渡过程的形狀。

强化裝置的缺点在于它只能根据一定的平均扰动变动来設計。如用其他的扰动变动规律，系統的誤差就增長。

在这个意义上，扰动和其导数的反饋具有很大的优点，因为無論扰动的幅值和頻譜的大小寬窄如何，在一組能滿足过渡过程的理想的扰动变动規律中，它們都可避免誤差。

9.書中指出，为了建立消除稳态和过渡誤差的总条件(不变性条件)，無論在跟踪系統或恆值系統中，实际上都可以使用具

有上述优点并根据主要扰动导数的調整法。

同时也指出，下列綫性恆值系統中的誤差不能消除：а)在$b_0 \neq 0$的差值系統中；б)在$m=n$的情况下；в)在$b_{311}(P)\neq$常数时，$b_3(P)=b_{31}(P)+b_{311}(P)l(P)$的情况下。在数学方面，可这样說明，即如果有几个$L$的导数沒有在系統調整規律中引用，所得到的方程数目就不够确定对应的反饋系数。在物理方面，这就是說，在这些系統中，如果其輸入端上具有作用的任何幅值，导数方面的反饋不能恢复所需的被調整量的数值。

这三种情况的差别如下：在头兩种情况中，原則上不能消除綫性系統的过渡誤差，而在最后的情况中，不需要根据扰动导数的調整法，而需要利用可以从$b_3(P)=0$条件中求出的更为复杂的函数$b(\Phi)$和$k(P)$。

系統的非綫性以及电压、电流、加速度、力等，超过一定数值的不許可性也常常限制完全消除誤差的可能性。但常常可以利用扰动和其导数的反饋来大量减低稳态和过渡誤差。

只有在也可以利用强化裝置来消除誤差的情况下，才可以利用扰动和其导数的反饋来完全消除誤差。这个事实使这些反饋作用的物理解釋大为簡化。

10．書中拟訂出研究复合調整系統的反导法。这些方法的主要用途如下：

а)由次要和主要作用在綫性系統中所引起的过渡过程的研究；б)程序系統中强化裝置的綜合法；в)执行电动机速度恆定的系統中强化裝置和非綫性反饋的綜合法；г)主要扰动和其导数的反饋的綜合法；д)最大稳定度条件的确定法；е)特性方程的根的确定法等等。

如果已經給定了系統动态方程的解答，或至少已給出其某几种特性，应当确定的是方程的一般形式或系数值，則这种研究方法(分析法，通常是綜合法)便叫做反导法。

在用来研究綫性系統中的过渡狀态时，反导法在于把特性方程的根規定成一般(字母)形式。利用維斯特公式，可以建立所研

究的方程中的根和系数間的关系。利用运算微积，这个关系足够使一般形式的方程解答能于求出，而随后加以研究。

在研究时，为了簡化的計算起見，建議采用前述的限制($s=$常数，$c_{\text{мин}}=$常数，或$\gamma=$常数，$I_2=$常数 等)，以及使 用"部分"法。

書中拟訂出新的方法把系統动态方程化成無量綱和标准化的形式。 可以用下列二阶系統的 簡單实例来說明这 种办法 的必要性

$$(p^2+a_1p+a_0)\varphi=[1].$$

如果 $a_0=$常数，那末采用了时間标度$\omega_0=\sqrt{a_0}$，便求出：

$$(D^2+xD+1)\varphi=[1]，式中x=2c_{12}=\frac{a_1}{\sqrt{a_0}}.$$

在 a_2 =变数的其他情况下， 这个方法不能使用， 因为从快速动作性的观点来进行过程的比較时，时間的标度必須恆定。現在选用$\omega_0=a_1=$常数，較为方便。这时得到

$$(D^2+D+y)\varphi=[1]，\ 式中y=\frac{a_0}{a_1^2}等等.$$

書中拟訂出特性方程的根的一般形式的选擇方法，其中可以获得稳定性、單調性、沒有选擇性等的边界在兩个变动参数(x—y 或 c_1—c_{23}等)在平面上的最适当分佈情况。

把在程序系統中綜合强化裝置的反导法組織得使在规定的控制作用变动規律下，能获得綫性系統的零値誤差。在具有小量非綫性的系統中，指出了綜合强化裝置的实驗方法。

在执行电动机速度恆定的系統中，綜合强化裝置的反导法利用下列情况： 在运动和 停頓期間容 易用綫性积分 方程来表示系統。把电动机开断的时間选擇得使保証其能很快地接入（过程的非週期性）。 从这个条件中也选擇了人工地接入系統来改进过渡过程形狀的非綫性測量反饋(平方式反饋)的規律性。

在用反导法来确定最大稳定度 的条件时， 要規定(用一般形式表示的)实数部分相等的根。下列問題已經确定： 維施聶格拉

德斯基曲綫$2x^3-9xy+27=0$对应于三阶系統最大稳定度的条件。著者的試驗和文献的数据指出，在許多系統中，把系統調准到最大稳定度是非常适当的。也指出幷不常常可以达到这种調准。

書中指出，利用a)时間标度的变动，б)表示成一般的，字母的形式的規定根以及в)維叶特公式的反导法大大地簡化了三次和四次特性方程的求根法。方程化成具有圖表表示的預定解答的無量綱形式

$$S_z^3+S_z+Z=0\text{或}S_w^3+WS_w+1=0.$$

在这結尾时，我們指出进一步研究复合調整系統理論的方向及著者認为最为迫切的若干問題:

1.書中只研究了具有一个被調整量Φ的系統。在几个量值的多迴路复合調整系統中的提高准确性方面，需要作进一步研究。

2.具有下列主要扰动反饋时的积分控制系統的調准法的研究是有意义的，

$$\Sigma=-m_{(-1)}\frac{1}{p}\Phi+l_0L.$$

这个問題書中幷未討論。

3.只有在方程左边不引用初条件的变动参数的情况下，才直接使用选擇复合自动調整系統的最佳参数値的部分法。在相反的情况下，这个方法就不能使用。現在需要其可能在逐步漸近(反复)法形式中的發展。

4.書中討論了具有明显稳态的系統。在繼續不断地处在过渡情况下的复合系統中，需要拟訂利用統計法来研究准确性的特别方法。

5.最好結合对系統發生作用的次要扰动(干扰)的水平来更詳細地研究复合系統的力能方面优点。干扰越强，所需的負反饋(改正器)的功率越小。

这些以及某些其他的复合調整系統的理論問題应当是进一步研究的对象。

目　录

第一章　减低稳态和过渡部分誤差的方法

概　論

具有被調整量作用的現有調整系統保証維持其規定値的高度准确性。以后要指出，如果在所謂复合自动調整系統中大量縮減过渡过程的时間，就可以大量地把稳态和过渡情况中的准确性額外地提高。

在本章的开始部分，要討論利用扰动和其时間导数的反饋来任意改变（并且其中包括消除）跟踪系統和恒値系統的稳态誤差的方法。因为扰动和其导数的反饋系数确定过程的等效初条件，所以就可以利用这些反饋来大量减低由主要扰动作用所引起的稳态和过渡部分誤差。

从理論方面来講，在跟踪系統中和許多定値恒値系統中可以完全消除过渡部分誤差。

在本章的末部，要討論实际使用扰动的硬性和軟性反饋来提高巨型金屬加工机床和自动測量补 償 器 中 跟踪系統的准确性問題。

消除自动調整系統的稳态誤差的兩种主要方法

在具有扰动作用的稳态变化規律时，在 稳 定 过 渡过程終止后，調整系統的稳态誤差仍然存在。在許多系統中，把实际的数据系統化就可确定这种規律。B. C. 庫列巴金院士提出 了 用一般形式表示并顧及規定的控制作用（“系統真实条件中的典型的、可能的或最不利的”）繼續不断变动情况的确定跟踪系統参数和結綫圖的方法 [47]。这 种 作 为規定消除稳态誤差条件时的基础的方法，在积分控制 [52]、[15] 等方法的形式下，有其本 身 的 实 际用途。

正如 B. B. 索洛道符尼柯夫所指出[69]的一样，积分控制法使系統稳定性大大降低，这就是这些方法的主要缺点。

下面要叙述实际实現 B. C. 庫列巴金院士理想的另一方法，該方法是利用扰动和其导数的反饋，并可以任意改变稳态誤差的大小，特别是，可以把此誤差化为零而不使系統稳定性变坏。

使用我們所取定的符号，將恒值系統的动态方程写为:

$$\Phi=-Y_3(p)L(t)=-\frac{b_0+b_1p+b_2p^2+\cdots\cdots+b_mp^m}{a_0+a_1p+a_2p^2+\cdots\cdots+a_np^n}\cdot L(t) \quad (1)$$

及將跟踪系統的动态方程写为:

$$\Phi=+Y_3''(p)\Psi(t)=+\frac{b_0''+b''p+b_1^2p^2+\cdots\cdots+b_m''p^m}{a_0+a_1p+a_2p^2+\cdots\cdots+a_np^n}\cdot\Psi(t); \quad (2)$$

現在我們先来比較上述兩种消除恒值系統中稳态誤差的主要方法。在这种系統的稳态中，被調整量和扰动作用都是恒定的。

恒值系統的綫性化靜态方程具有下列簡單形式:

$$\varphi=-\gamma\lambda,$$

式中系数

$$\gamma=\lim_{p\to0}Y_3(p)=\frac{\beta_0(1-\alpha_2n_0)+\alpha_1\alpha_2l_0}{1+\alpha_2n_0+\alpha_1\alpha_2m_0}=\frac{\beta_0+\dfrac{\alpha_1\alpha_2l_0}{1+\alpha_2n_0}}{1+\dfrac{\alpha_1\alpha_2m_0}{1+\alpha_2n_0}}$$

是系統的差值系数，并且等于在对应于方程綫性化点上的狀态的系統差值特性曲綫 $\Phi=f(L)$ 上的切綫斜度角的正切。

現在采用下列符号。

对象的負載放大系数: $\beta_0=\lim\limits_{p\to0}\beta(p)$。

对象的調整作用放大系数: $\alpha_1=\lim\limits_{p\to0}Y_1(p)$。

調整作用的硬性反饋系数: $n_0=\lim\limits_{p\to0}n(p)$。

被調整量的硬性反饋系数: $m_0=\lim\limits_{p\to0}m(p)$。

扰动作用的硬性反饋系数: $l_0=\lim\limits_{p\to0}l(p)$。

控制作用的硬性反饋系数：$k_0=\lim\limits_{p\to 0} k(p)$。

放大器的放大系数：$\alpha_2=\lim\limits_{p\to 0} Y_2(p)$。

改变扰动作用的硬性反饋系数，就可以容易改变稳态差值誤差的大小。特别是当

$$l_0=-\frac{\beta_0(1+\alpha_2 n_0)}{\alpha_1\alpha_2}$$

时，恒値系統是定値的：Φ—L平面上的差值特性曲綫的切綫是水平的。

只有在这种調准时，$Y_3(p)$才包括乘数p，就是說，才满足B. C. 庫列巴金院士的条件：

$K(p)L(t)=0$，式中在$L(t)=$常数时，$K(p)=\frac{p}{L(p)}=p$.

利用扰动作用的硬性反饋来减低恒値系統稳态誤差的方法的实質也就在于此。

消除恒値系統稳态誤差的其他方法在于利用簡單的积分控制法（第一阶的定値性），其中$m(p)=m_0(p)+m_{(-1)}\frac{1}{p}$；在各种調准时，系統运算导納式子的分子中包括$p$的一阶乘数。在所討論的三廻路綫路中，得到：

$$Y_3(p)=p\cdot\frac{\beta(p)+n(p)\beta(p)Y_2(p)+l(p)\beta(p)Y_2(p)}{p+m_0pY_1(p)Y_2(p)+m_{(1)}Y_1(p)Y_2(p)+n(p)pY_2p}$$

$$=p\frac{b_0+b_1p+b_2p^2+\cdots\cdots}{a_0+a_1p+a_2p^2+\cdots\cdots}$$

显而易見，該时的系統差值誤差恒等于零，因为

$$\gamma=\lim_{p\to 0}Y_3(p)\equiv 0.$$

具有积分控制的系統的稳态誤差不能具有其他数値，并且在許多情況（例如，在調整对象并联运轉时）下，是不許可的。此外，前面已經指出，积分控制使系統稳定性变坏[64]。

可以看出，在調整器电路中沒有調整作用的硬性反饋和扰动的硬性反饋的情況下（就是說，在$n_0=l_0=0$时），执行电动机速

度恒定或成比例的調整器($pu=\alpha\Sigma$或$pu=\left|\begin{matrix}-a_1\\0\\+1\end{matrix}\right.$)具有积分控制系統的特性，就是說，也是定値的。对于調整作用和执行电动机轉动角成正比的一切系統，这都是正确的。

現在我們来比較跟踪系統中和程序系統中的免除稳态誤差(速度誤差或跟踪誤差)的方法。

在跟踪和程序系統中，利用运算微积很便于以一般形式来表示使用扰动和其导数反饋的方法。

在研究这些系統时，利用下列方程来代替方程(2)常常是較为方便

$$\varphi=\left[\frac{b_0''}{a_0}-Y_3''(p)\right]\psi(t), \tag{2''}$$

式中 $\varphi=\frac{b_0''}{a_0}\Psi-\Phi$ 是系統的失諧量。通常

$$\frac{b_0''}{a_0}=\frac{k_0}{m_0}=1.$$

把方程(2)和(2'')直接轉变，就得到下列式子：

$$\Phi(p)=Y_3''(p)\Psi(p) \text{ 和 } \varphi(p)=\left[\frac{b_0''}{c_0}-Y_3''(p)\right]\Psi(p),$$

式中 $\Phi(p)$——赫維薩伊德-卡尔松的控制作用运算式：

$$\Psi(t)\sim\Psi(p), \text{ 而 } Y_3''=\frac{b_3''(p)}{a_3(p)}.$$

根据赫維薩伊德分解公式的反导轉变法可以确定系統在过渡过程終止后所达到的極限运动：

$$\text{在 } t\to\infty \text{ 时，} \varphi=\left[\frac{b_0''}{a_0}-Y_3''(0)\right]\Psi(0).$$

假設$\varphi=0$，就可求出这样一个条件，当此条件得到滿足时，稳态部分誤差就轉化为零。

如果从分析方面来講，积分控制法的表現在于把系統的运算函数选擇得使分数$\left[\frac{b_0}{a_0}-Y_3''(p)\right]=\frac{\frac{b_0}{a_0}a_3(p)-b_3''(p)}{a_3(p)}$，在

代数余式方面包括运算函数$\frac{p}{\Psi(p)}$，就是說，使$\left[\frac{b_0''}{a_0}-Y_3''(p)\right]=C(p)\frac{p}{\Psi(p)}$，并且$\varphi=C(p)\frac{p}{\Psi(p)}\Psi(t)$，因而稳态部分誤差恒等于零$\varphi\equiv0$，那末用了扰动和其导数方面的調整法，就可以把分子表示成差数形式：

$$\frac{b_0}{a_0}a_3(p)-b_3''(p)=M(p)-N(p),$$

并且方程

$$a_3(p)\varphi'=M(p)\Psi(t) \text{ 和 } a_3(p)\varphi''=N(p)\Psi(t),$$

中对应于$t\to\infty$时的稳态的特解具有下列形式：

$$\varphi'=h'(t)+k'\Psi(t) \text{ 和 } \varphi''=h''(t)+k''\Psi(t).$$

为了完全消除稳态誤差，把系統的参数选择得使$h'(t)=h''(t)$；$k'=k''$，根据疊合原理，这就提供了准确的跟踪式：

$$\varphi=\varphi'-\varphi''=h'(t)-h''(t)+(k'-k'')\Psi(t)=0.$$

現在討論实例。

实例 1. 对于跟踪和程序系統，具有最大特征性的是等速式、等加速式和簡諧式运动的稳态。

假設，控制作用的变动和时間成正比：

$$\Psi(t)=vt.$$

第一种消除跟踪系統的稳态跟踪誤差的方法在于使用重积分控制法，其中在放大器輸入端上接入了失諧量的第一次和第二次积分(二阶定值性)，就是說，

$$\Sigma=\left(c_0+c_{(-1)}\frac{1}{p}+c_{(-2)}\frac{1}{p^2}\right)\varphi$$

$$=-\left(m_0+m_{(-1)}\frac{1}{p}+m_{(-2)}\frac{1}{p^2}\right)\Phi$$

$$+\left(k_0+k_{(-1)}\frac{1}{p}+k_{(-2)}\frac{1}{p^2}\right)\Psi,$$

并且

$$c_0=\frac{b_0''}{a_0}=k_0;\quad c_{(-1)}\frac{b_0''}{a_0}=k_{(-1)};\quad c_{(-2)}\frac{b_0''}{a_0}=k_{(-2)};$$

$$\varphi=\frac{b_0''}{a_0}\Psi-\Phi;$$

$$c_0=m_0;\ c_{(-1)}=m_{(-1)};\ c_{(-2)}=m_{(-2)}.$$

在全部調准中，运算函数$\left[\frac{b_0''}{a_0}-Y_3''(p)\right]$的分子包括乘数

$p^2\equiv\frac{p}{\Psi(p)}$(第二次方)，就是說，

$$\left[\frac{b_0''}{a_0}-Y_3''(p)\right]=\frac{\frac{b_0''}{a_0}\frac{k(p)}{Y_1(p)Y_2(p)}}{\frac{1}{Y_1(p)Y_2(p)}+m_0+m_{(-1)}\frac{1}{p}+m_{(-2)}\frac{1}{p^2}}$$

$$=p^2\frac{b_0''+b_1''p+b_2''p^2+\cdots\cdots}{a_0+a_1p+a_2p^2+\cdots\cdots},$$

因为$\frac{1}{Y_1(p)}$和$\frac{1}{Y_2(p)}$是p的綫性函数(多項式)。

从系統动态方程

$$\varphi=\frac{b_0''+b_1''p+b_2''p^2+\cdots\cdots}{a_0+a_1p+a_2p^2+\cdots\cdots}\cdot p^2vt=c(p)p^2vt$$

中可以看出，系統的稳态誤差恒等于零

$$\varphi\equiv0,$$

而系統中的动态过程則由下列方程决定：

$$\frac{1}{c(p)}\varphi=0.$$

可以指出，在这种具有重积分控制的系統中，要保証稳定性，是非常困难的。

所討論的問題中，使用扰动方面反饋的方法在于应用控制电压一阶导数方面的調整原則[22]：

$$k(p)=k_0+k_1p.$$

該时

$$Y_3''(p)=\frac{k_0+k_1p}{\frac{1}{Y_1(p)Y_2(p)}+m(p)+\frac{n(p)}{Y_1(p)}}$$