

经浙江省中小学教材审定委员会审查通过

SHUXUE

浙江省基础教育课程教材开发研究中心

浙江省初中学业考试复习导引

数学

浙江大學出版社

浙江省初中学业考试复习导引

数 学

浙江省基础教育课程教材开发研究中心

浙江大學出版社

图书在版编目(CIP)数据

浙江省初中毕业考试复习导引. 数学 / 浙江省基础教育课程教材开发研究中心. — 杭州: 浙江大学出版社, 2005.3

ISBN 7-308-04075-5

I. 浙... II. 浙... III. 数学课 - 初中 - 会考 - 教学参考资料 IV. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2005) 第 001552 号

出版发行: 浙江大学出版社

(杭州浙大路 38 号 邮政编码 310027)

(E-mail: zupress@mail.hz.zj.cn)

(网址: <http://www.zjupress.com>)

责任编辑: 杨晓鸣 丁保荣

排 版 者: 杭州好友排版工作室

印 刷: 浙江双溪印业有限公司

开 本: 787mm × 960mm 1/16

印 张: 12.25

字 数: 280 千字

版 次: 2005 年 1 月第 1 版

印 次: 2006 年 2 月第 3 次印刷

书 号: ISBN 7-308-04075-5/G·800

定 价: 12.00

编写说明

《浙江省初中学业考试复习导引》(2005版)是在充分酝酿的基础编写的。丛书以新课程理念为指导,从教学实际出发,按学生认知规律构建知识体系。丛书出版后,在我省三个国家级基础教育课程改革实验区试用,备受师生青睐。在试用过程中,广大读者提出了许多宝贵的建议。在此基础上,我们广泛征求意见,及时组织了全省有关专家、一线的特级教师和资深教师进行修订,以满足毕业班教师教学以及学生复习的需要。

此次修订工作选调了实验区以外的更多的优秀教师参加,使丛书更具代表性。在修订过程中,坚持以课程标准和《2006年浙江省初中毕业生学业考试说明》为依据,并顺应近年来中考改革的发展趋势,力求使丛书与课程改革的要求更加合拍;坚持基础性、发展性、简约性和创新性原则,力求特色鲜明,更具示范性、指导性。

特别要指出的是,本丛书的编写和修订并不倚重某一套教材,使用不同版本教材的师生均可以作为复习教学的主要参考书。在教学中,教师还要根据学生实际情况有选择地灵活使用。例如“三阶练习”是以难度划分的,对不同学生有不同的要求,学生可以灵活取舍。

丛书共分语文、数学、英语、科学和社会政治五册。

参加本书首次编写的人员有:曹存富、孙晓敏、陈明儒、李西杭、王建人、朱国培、邹方剑、龚正云、周国斌、叶慧君、楼景芳、王亚权、郑伟君。全书由曹存富、王亚权统稿。

参加本书修订的人员有:曹存富、龚正云、王亚权、徐文攀、上官光毅、马建新。全书由曹存富、王亚权统稿。

由于时间和经验局限,丛书难免存在缺陷,希望广大师生在使用中及时将意见告知我们,以便进一步修改完善。

浙江省基础教育课程教材开发研究中心

2005年11月

目 录

第一章 数与式	1
1.1 有理数	1
1.2 实 数	6
1.3 代数式	11
1.4 整 式	15
1.5 因式分解	18
1.6 分 式	22
自主测评	27
第二章 方程与不等式	28
2.1 方程与方程组	28
2.2 不等式与不等式组	34
自主测评	41
第三章 函 数	43
3.1 平面直角坐标系	43
3.2 函 数	49
3.3 一次函数	57
3.4 反比例函数	65
3.5 二次函数	70
自主测评	77
第四章 基本图形	80
4.1 角、相交线和平行线	80

4.2 三角形.....	84
4.3 四边形.....	88
4.4 圆.....	94
4.5 几何作图	101
4.6 视图与投影	105
自主测评.....	111
第五章 图形与变换.....	115
5.1 图形的轴对称	115
5.2 图形的平移	121
5.3 图形的旋转	125
5.4 图形的相似	131
5.5 三角函数	138
自主测评.....	144
第六章 统计与概率.....	147
6.1 统 计	147
6.2 概 率	156
自主测评.....	160
参考答案.....	164



数与式



1.1 有理数



知能目标

1. 理解有理数的意义,能用数轴上的点表示有理数,会比较有理数的大小;
2. 借助数轴理解相反数和绝对值的意义,会求有理数的相反数与绝对值(绝对值符号内不含字母);
3. 理解乘方的意义,掌握有理数的加、减、乘、除、乘方及简单的混合运算(以三步为主);
4. 理解有理数的运算律,并能运用运算律简化运算;
5. 能对含有较大数字的信息作出合理的解释和推断.



范例解析

例1 比较下列各有理数的大小,并用“<”号把这些数排列起来.

$$5, -4, 0, \left| -3\frac{1}{2} \right|, -\frac{7}{2}$$

解 因为 $\left| -3\frac{1}{2} \right| = 3\frac{1}{2}$, 再把这些数在数轴上表示出来,如图 1.1-1 所示.



图 1.1-1

因为在数轴上的数,右边的数总比左边的数大,所以 $-4 < -3\frac{1}{2} < 0 < -3\frac{1}{2} < 5$

回顾 应将原数表示在数轴上,以免混淆,多个有理数的大小比较用数轴更方便,体现数形结合的数学思想.

例2 若有理数在数轴上对应点位置如图 1.1-2 所示,你能确定 $|a|$ 与 $|b|$ 的大小关系吗?

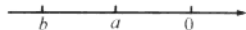


图 1.1-2

思路 在数轴上,一个数的绝对值就是表示这个数的点离开原点的距离,从图上看表示数 b 的点离开原点的距离比表示数 a 的点离开原点的距离远.

解 $|b| > |a|$.

回顾 从数轴上看出, $b < a < 0$, 再用两个负数比较大小的法则:两个负数,绝对值大的数反而小,因此 $|b| > |a|$.

例3 计算:

$$(1) 3 + 50 \div 2^2 \times \left(-\frac{1}{5} \right) - 1.$$

思路 应先算 $2^2 = 4$ 再算 $50 \div 4 \times \left(-\frac{1}{5} \right) =$



$-(50 \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{5}) = -\frac{5}{2}$, 最后算加减.

$$\begin{aligned} \text{解} \quad & 3 + 50 \div 2^2 \times \left(-\frac{1}{5}\right) - 1 \\ &= 3 + 50 \div 4 \times \left(-\frac{1}{5}\right) - 1 \quad \text{先算乘方} \\ &= 3 - \left(50 \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{5}\right) - 1 \quad \text{再算乘除} \\ &= 3 - \frac{5}{2} - 1 = -\frac{1}{2}. \quad \text{最后算加减} \end{aligned}$$

回顾 混合运算首先考虑运算的顺序;乘除混合运算可以统一为乘法,再用运算律使计算简便.

$$(2) -2^4 - (-2)^4 + (-3)^3 + 3^3$$

$$\begin{aligned} \text{解} \quad & -2^4 - (-2)^4 + (-3)^3 + 3^3 \\ &= -16 - 16 + (-27) + 27 \\ &= -32. \end{aligned}$$

回顾 乘方运算一定要认准底数, -2^4 是 2^4 的相反数, $(-2)^4$ 与 $(-3)^3$ 的底数分别是 -2 , -3 , 当底数是负数或分数时,一定要带上括号.

例4 某公路养护班乘车沿南北向的公路巡视维护,一天早上从A地出发,晚上到达B地,约定向南为正方向,当天的行驶记录如下(单位:km):+18, -2, +3, -14, -5, +11, -7, -5

问:(1)B地在A地何方,相距多少千米?

(2)若汽车行驶每千米耗油0.1L,求该天共耗油多少升?

思路 求B地在A地何方,相距多少千米,实质是求车辆在南北公路上行驶的里程之和,与行驶方向有关,要考虑符号问题,而求汽车的耗油量与所有的行驶路程有关,与行驶方向无关,不要考虑符号,即求各数的绝对值之和.

解 (1)因为 $(+18) + (-2) + (+3) + (-14) + (-5) + (+11) + (-7) + (-5) = -1$ (km),所以B地在A地北方1km处.

(2)因为 $0.1 \times (|+18| + |-2| + |+3| + |-14| + |-5| + |+11| + |-7| + |-5|) = 0.1 \times 65 = 6.5$ (L),所以,该天共耗油6.5L.

回顾 -1 km的负号表示方向,在A地的北

方,不要答成B地在A地北方 -1 km处.

例5 流花河的警戒水位是73.4m,下表是小明记录的今年雨季流花河一周内水位变化情况.取河流的警戒水位作为零点,并且上周末的水位达到警戒水位,正号表示水位比前一天上升,负号表示水位比前一天下降.

表1.1-1 流花河水位变化统计表

星期	日	一	二	三	四	五	六
水位变化/m	+0.20	+0.81	-0.35	+0.03	+0.28	-0.36	-0.01

(1)本周哪一天河流的水位最高?哪一天河流的水位最低?它们位于警戒水位之上还是之下?与警戒水位的距离分别是多少米?

(2)与上周末相比,本周末河流水位是上升了还是下降了?

(3)以警戒水位为零点,用折线统计图表示本周的水位情况.

思路 题中的水位变化是后一天相对于前一天而言的,不能直接判断哪一天河流水位最高,哪一天河流水位最低,而应根据一周中每天比警戒水位零点的高低来判断.

解 从题中的统计数据中求出每天与警戒水位零点的位置高低的统计表:

表1.2-2 流花河水位变化统计表

星期	日	一	二	三	四	五	六
与警戒水位相比/m	+0.20	+1.01	+0.66	+0.69	+0.97	+0.61	+0.60

(注:正号表示水位比警戒水位高,负号表示比警戒水位低)

(1)本周中星期一水位最高,星期日最低,它们都位于警戒水位之上,星期一比警戒水位高1.01m,星期日比警戒水位高0.20m.

(2)上周末在警戒水位,本周末比警戒水位高0.60m,所以本周末河流水位是上升了.

(3)折线统计图如图1.1-3所示.

回顾 本题也可以根据上周末警戒水位,把本周中每天的水位分别求出来,再比较哪一天水位最高,哪一天水位最低,以及本周末的水位情

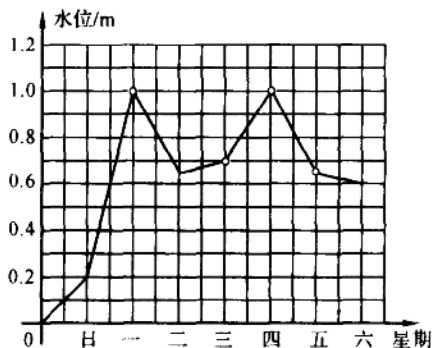


图 1.1-3

况.在画折线统计图时要注意:(1)画坐标轴,用横轴表示时间,纵轴表示与警戒水位相比较的变化量;(2)按照题目要求合理选择单位;(3)列出变量随时间变化而变化的统计表;(4)在坐标系中描出统计表每对数据的位置点;(5)用线段连接这些点(按顺序连接).



三阶练习

A 组

1. -0.5 的相反数是 _____, -8 的倒数是 _____.

2. 数轴上离开原点 3 个单位的点表示的数是 _____.

3. 已知下列各数: $-3, 14, -3, \frac{8}{7}, \frac{3}{100}, +3, 0, -7, -3.6$ 中, 正数有 _____ 个, 负整数有 _____ 个, 分数有 _____ 个.

4. “24 点游戏”, 红色扑克牌代表负数, 黑色扑克牌代表正数. 对于下面一组牌 $(2, 4, 7, -11)$, 列算式: _____.

5. 若 $a > 0, b < 0$, 且 $|a| < |b|$, 则 $a + b$ _____ 0.

6. 一天早晨的气温是 -19°C , 中午上升了

4°C , 半夜又下降了 8°C , 则半夜的气温是 _____.

7. 绝对值不大于 2 的整数有 _____ 个, 它们的和是 _____.

8. 下面比较大小正确的是()

A. $0 < -1$

B. $-1 > 0.5$

C. $-1 > -0.5$

D. $-\frac{1}{3} > -\frac{1}{2}$

9. 在下列各对数中互为相反数的是()

A. $-(+3)$ 和 $+(-3)$

B. $-(-3)$ 和 $+(-3)$

C. $-|+3|$ 和 -3

D. $+(-3)$ 和 -3

10. 下列说法正确的是()

A. 有理数的绝对值一定是正数

B. 如果两个数的绝对值相等, 那么这两个数相等

C. 如果一个数是正数, 那么这个数的绝对值等于它本身

D. 如果一个数的绝对值是它本身, 那么这个数是正数

11. 下列说法正确的是()

A. 两数之和为正, 则两数均为正

B. 两数之和为负, 则两数均为负

C. 两数之和为 0, 则这两数互为相反数

D. 两数之和一定大于每一个加数

12. 某种股票上午开盘价为 23 元, 上午收盘时上涨 0.3 元, 下午收盘时又下跌了 0.7 元, 则该股票当天的收盘价为()

A. 23.7 元

B. 22 元

C. 22.7 元

D. 22.6 元

13. 下列各组数中, 运算结果相等的是()

A. 4^3 和 3^4

B. -5^3 和 $(-5)^3$

C. -4^2 和 $(-4)^2$

D. $(-\frac{2}{3})^3$ 和 $-\frac{2^3}{3}$

14. 把下列各数填到相应的大括号内:



$$-1, 4, 3, 42, 0, \frac{1}{3}, -6, 2, -7, 2, -\frac{3}{4},$$

$$4\frac{2}{3}, 25.$$

正数集合: | |

分数集合: | |

整数集合: | |

15. 计算:

$$(1) (-24) \times \left(\frac{2}{3} - \frac{5}{6} - \frac{5}{8} \right)$$

$$(2) \left(-2\frac{1}{2} \right) \times \left(-\frac{1}{10} \right) \div \left(-1\frac{1}{9} \right) \div (-5)$$

$$(3) -3^4 - (-3)^2 - 2^3 \div \left(-1\frac{1}{2} \right)$$

$$(4) 0 - 2^2 \div (-2) + (-2)^3 \times 0 - 2^3 \div (-2)^2$$

B 组

16. 如果将点 B 向左移动 4 个单位长度, 再向右移动 8 个单位长度, 终点表示的数是 2, 那么点 B 所表示的数是_____.

17. 某冷冻室 -5°C , 现有一批食品要在 -20°C 冷藏, 如果该冷冻室每小时能降温 5°C , _____ 小时后能降到所要求的温度.

18. 某种细菌每经过 30 min 便可由 1 个分裂成两个, 经过 4h, 这时细菌由 1 个能分裂成_____个.

19. 若 $|x+2| + \left(y - \frac{1}{2}\right)^2 = 0$, 则 $2y + \frac{1}{2}x =$ _____.

20. 比 $-\frac{1}{2}$ 大而比 $3\frac{1}{3}$ 小的所有整数是_____.

21. $-\frac{3}{4}$ 的相反数与 $|-4|$ 的倒数的差是_____.

22. $a - (-b) = 0$, 则 a 与 b 的关系是_____.

23. 有些数的积正好与它们的和相等, 如: $2 + 2 = 2 \times 2$, $\frac{1}{2} + (-1) = \frac{1}{2} \times (-1)$, 请你再写出这样的一组数_____.

24. $-\frac{3}{4}, -\frac{5}{6}, -\frac{7}{8}$ 的大小顺序是()

A. $-\frac{7}{8} < -\frac{5}{6} < -\frac{3}{4}$

B. $-\frac{7}{8} < -\frac{3}{4} < -\frac{5}{6}$

C. $-\frac{5}{6} < -\frac{7}{8} < -\frac{3}{4}$

D. $-\frac{3}{4} < -\frac{5}{6} < -\frac{7}{8}$

25. 两个有理数的商为正数, 则()

A. 它们的和为正数

B. 它们的和为负数

C. 至少有一个数为正数

D. 它们的积为正数

26. 下列各式计算正确的是()

A. $-7 - 2 \times 5 = (-7 - 2) \times 5$

B. $3 \div \frac{5}{4} \times \frac{4}{5} = 3 \div 1 = 3$

C. $3 \div \frac{4}{5} \div \frac{4}{5} = 3 \div \left(\frac{4}{5} \div \frac{4}{5} \right)$

D. $-(-3^2) = 9$

27. 计算 $(-2)^7 + (-2)^6$ 的值是()

A. 1

B. -2

C. -2^6

D. 2^6

28. 下列各组数中: ① -5^2 与 $(-5)^2$ ②

$(-3)^3$ 与 -3^3 ③ 0^{100} 与 0^{200} ④ $(-1)^2$ 与

$(-1)^3$ ⑤ $(-2)^2$ 与 -2^2 相等的共有()

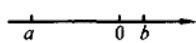
A. 2 对

B. 3 对

C. 4 对

D. 5 对

29. 已知有理数



a, b 在数轴上的位置如图

所示, 现比较 $a, b, -a,$ 第 29 题图

$-b$ 的大小, 则正确的是()

A. $-a < -b < a < b$

B. $a < -b < b < -a$

C. $-b < a < -a < b$

D. $a < b < -b < -a$

30. 小马虎在计算 $25 - (-a)$ 时, 误算成 $25 - a$, 结果得 17, 则 $25 - (-a)$ 正确答案是()

A. 42

B. 8

C. 33

D. 34

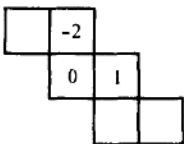


4

31. 若 a, b 两数的积为负数, 和为负数, 则 ()

- A. a, b 互为相反数
B. a, b 为异号两数, 且正数的绝对值较大
C. a, b 为异号两数, 且负数的绝对值较大
D. a, b 互为倒数

32. 如图是一个正方体的平面展开图, 请在图中空格中分别填上一个数使相对面上的两个数互为相反数.



第 32 题图

33. 某工厂生产一批零件, 其内径要求是: 可以有 0.03 mm 的误差, 抽查了 8 个零件, 超过规定内径的毫米数记作正数, 不足规定内径的毫米数记作负数, 检查结果如下:

+0.032, +0.013, -0.02, +0.03, -0.018, +0.037, +0.028, -0.035

- (1) 指出哪些零件是合乎要求的 (即在误差范围内的);

- (2) 指出合乎要求的零件中哪一个质量好一些 (即质量最接近规定质量的), 你能用学过的绝对值的知识解释其中的道理吗?

34. (1) 下面给出七年级 5 名同学的体重情况 (单位: kg), 试完成下表:

表 1.1-3

姓名	小红	小明	小新	小凡	小丽
体重	34		45		
体重与平均体重的差	-7	+3		-4	0

- (2) 谁最重? 谁最轻?
(3) 最重的与最轻的相差多少?

35. 某建筑工地的升降操作台第一次上升 6 m, 第二次又上升 4 m, 第三次下降 5 m, 第四次又下降了 7 m, 这时, 操作台在初始位置的上方还是下方? 相距多少米? 操作台共运行了多少米?

C 组

36. 观察下列一系列数, 探求其规律:

$$-1, \frac{1}{2}, -\frac{1}{3}, \frac{1}{4}, -\frac{1}{5}, \frac{1}{6}, -\frac{1}{7}, \frac{1}{8}, \dots$$

- 第 9 个数是 _____, 第 10 个数是 _____, 第 11 个数是 _____, 第 2006 个数是 _____. 如果这列数无限排列下去, 与数 _____ 越来越接近.

37. 一个数的绝对值等于它的相反数, 那么这个数 ()

- A. 是正数 B. 是负数
C. 不是正数 D. 不是零

38. 对于正数, 定义新运算 “ $*$ ” 为 $a * b = \frac{ab}{a+b}$, 则 $4 * (4 * 4) = ()$

- A. $\frac{3}{4}$ B. 1 C. $\frac{4}{3}$ D. 2

39. 已知 $x^2 = 14$, $|y| = 7$, 且 $y < 0$, 求 $2x^2 + y$ 的值.

40. 高度每增加 1 km, 气温大约降低 6°C , 今测得高空气球的温度是 -2°C , 地面温度是 5°C , 请求出气球的大约高度.

41. 蚂蚁从某点 O 出发在一直线上来回爬行, 假定向右爬行的路程记为正数, 向左爬行的路程记为负数, 爬过的各段路程依次为 (单位是 cm)

$$+5, -3, +10, -8, -6, +12, -10$$

- (1) 蚂蚁最后是否回到出发点 O?
(2) 蚂蚁离开出发点 O 最远时是多少厘米?
(3) 在爬行过程中, 如果每爬行 1 cm, 奖励两粒芝麻, 则蚂蚁一共得到多少粒芝麻?

42. 在计算 $2+5+8+11+14+17+20+23+26+29$ 时, 我们发现, 从第一个数开始, 后面的每个数与它的前面一个数的差都是一个相等的常数, 具有这种规律的一系列数, 除了直接相加外, 我们还可以用下面的公式来计算它们的和 S . $S = \frac{n(a_1 + a_n)}{2}$ (其中: n 表示数的个数, a_1 表示第一个数, a_n 表示最后一个数). 那么 $2+5+8+11$



$$+14+17+20+23+26+29=\frac{10\times(2+29)}{2}=155.$$

用上面的知识解答下面的问题:

某集团公司决定将下属的一个分公司对外招商承包,有符合条件的两企业 A、B,分别拟定上缴利润方案如下:

A: 每年结算一次上缴利润,第一年上缴利润 1 万元,以后每年比前一年增加 1 万元;

B: 每半年结算一次上缴利润,第一个半年上缴 0.3 万元,以后每半年比前半年增加 0.3 万元.

(1) 如果承包 4 年,你认为应该承包给哪家企业总公司获利多?

(2) 如果承包 n 年,请用含 n 的代数式分别表示两企业上缴利润的总金额(单位:万元).



1.2 实数



知能目标

1. 了解平方根、算术平方根、立方根的意义,会用根号表示数的平方根、立方根;

2. 了解开方和乘方互为逆运算,会用平方运算求某些非负数的算术平方根,会用立方运算求某些数的立方根,会用计算器求平方根和立方根;

3. 了解无理数和实数的概念,知道实数与数轴上的点一一对应;

4. 能用有理数估计一个无理数的大致范围;

5. 了解近似数与有效数字的概念,在解决实际问题中,能用计算器进行近似计算,并按问题的要求对结果取近似值;

6. 了解二次根式的概念及其加、减、乘、除运算法则,会用它们进行实数的简单四则运算(不要求分母有理化).



范例解析

例 1 填空

(1) 8 的平方根是 _____, -8 的立方根是 _____.

(2) 10^6 的平方根是 _____, 10^{-6} 的立方根是 _____.

思路 正数的平方根有两个,且它们互为相反数,任何实数都有一个立方根,正数的立方根是正数,负数的立方根是负数,0 的立方根是 0.

解 (1) 8 的平方根有两个,记作 $\pm\sqrt{8}$,化简得 $\pm 2\sqrt{2}$,即 $\pm\sqrt{8}=\pm 2\sqrt{2}$.

因为 $(-2)^3=-8$,所以 -8 的立方根是 -2.

(2) 因为 $(\pm 10^3)^2=10^6$,所以 10^6 的平方根是 $\pm 10^3$,即 $\pm\sqrt{10^6}=\pm 10^3$.

因为 $(10^{-2})^3=10^{-6}$,所以 10^{-6} 的立方根是 10^{-2} ,即 $\sqrt[3]{10^{-6}}=10^{-2}$.

回顾 求一个数的平方根(立方根),即先找出什么数的平方(立方)等于这个数,也就是把开平方(立方)作为平方(立方)的逆运算来进行,这是求一个数的平方根(立方根)的最基本的思想方法;因为 $a^{2n}=(a^n)^2(a>0, n$ 为整数) $(\pm a^n)^2=(a^n)^2$,所以 a^{2n} 的平方根为 $\pm a^n$.

例 2 分别找出 $\sqrt{47}$, $\sqrt[3]{270}$ 位于哪两个相邻自然数之间,并比较它们的大小?

思路 对于正数的平方,底数越大,则幂越大,反之,如果被开方数越大,则算术平方根越大,对于正数的立方根也有类似的性质.

解 因为 $6^2=36, 7^2=49, 36<47<49$,所以 $\sqrt{36}<\sqrt{47}<\sqrt{49}$,即 $6<\sqrt{47}<7$.

因为 $6^3=216, 7^3=343, 216<270<343$,所以 $\sqrt[3]{216}<\sqrt[3]{270}<\sqrt[3]{343}$,即 $6<\sqrt[3]{270}<7$. 为了比较 $\sqrt{47}$, $\sqrt[3]{270}$ 的大小,需要把这两个数作进一步的估计.



因为 $6.5^2 = 42.25 < 47$, 所以 $6.5 < \sqrt{47}$, 因为 $6.5^3 = 274.625 > 270$, 所以 $6.5 > \sqrt[3]{270}$.

所以 $\sqrt{47} > \sqrt[3]{270}$.

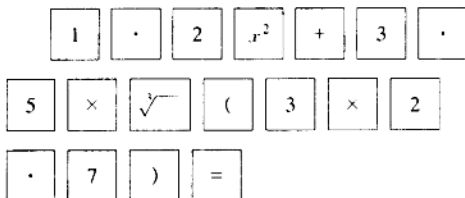
回顾 本例说明开方与乘方互为逆运算, 利用平方、立方运算来估计算术平方根和立方根的大小范围, 也就是用有理数估计一个无理数.

例3 用计算器计算:

(1) $1.2^2 + 3.5 \sqrt[3]{3 \times 2.7}$ (精确到 0.01)

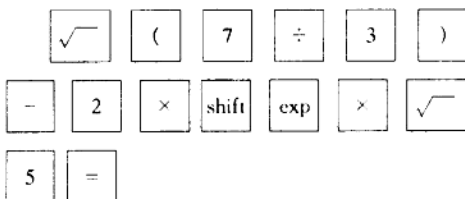
(2) $\sqrt{\frac{7}{3}} - 2\pi\sqrt{5}$ (保留三个有效数字)

解 (1) 按键顺序:



计算结果是: $1.2^2 + 3.5 \sqrt[3]{3 \times 2.7} \approx 8.47$.

(2) 按键顺序:



计算结果是: $\sqrt{\frac{7}{3}} - 2\pi\sqrt{5} \approx -12.5$.

回顾 按键顺序与算式的书写要保持一致; 根号内的运算需用括号键; 有精确度要求的, 将显示结果按要求的精确度用四舍五入法取近似值.

例4 计算:

(1) $\sqrt{27} - \sqrt{\frac{1}{3}}$

(2) $(\sqrt{2} + 1)^2 (3 - 2\sqrt{2})$

(3) $\frac{\sqrt{6} + 2}{\sqrt{2}} - \frac{\sqrt{6} - 3}{\sqrt{3}}$

思路 有理数的运算法则和运算律在实数运算中同样适用, 算术平方根的加减运算, 一般应先化简, 再合并, 在乘法运算中能用乘法公式的可使计算简便.

解 (1) $\sqrt{27} - \sqrt{\frac{1}{3}}$

$$= \sqrt{3 \times 3^2} - \sqrt{\frac{1 \times 3}{3^2}} = 3\sqrt{3} - \frac{1}{3}\sqrt{3}$$

$$= \left(3 - \frac{1}{3}\right)\sqrt{3} = \frac{8}{3}\sqrt{3}.$$

(2) $(\sqrt{2} + 1)^2 (3 - 2\sqrt{2})$

$$= [(\sqrt{2})^2 + 2\sqrt{2} + 1](3 - 2\sqrt{2})$$

$$= (3 + 2\sqrt{2})(3 - 2\sqrt{2})$$

$$= 3^2 - (2\sqrt{2})^2 = 9 - 8 = 1.$$

(3) $\frac{\sqrt{6} + 2}{\sqrt{2}} - \frac{\sqrt{6} - 3}{\sqrt{3}}$

$$= \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2^2}}{\sqrt{2}} - \frac{\sqrt{6} - \sqrt{3^2}}{\sqrt{3}}$$

$$= \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{2^2}}{\sqrt{2}} - \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{3}} + \frac{\sqrt{3^2}}{\sqrt{3}}$$

$$= \sqrt{\frac{6}{2}} + \sqrt{\frac{2^2}{2}} - \sqrt{\frac{6}{3}} + \sqrt{\frac{3^2}{3}}$$

$$= \sqrt{3} + \sqrt{2} - \sqrt{2} + \sqrt{3} = 2\sqrt{3}.$$

回顾 $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{ab} (a \geq 0, b \geq 0)$, $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} =$

$$\sqrt{\frac{a}{b}} (a \geq 0, b > 0), (\sqrt{a})^2 = a (a \geq 0), \sqrt{a^2} =$$

$|a|$ 是实数运算的主要依据, 把前两个公式反过来应用, 还可以把算术平方根化简, 如 $\sqrt{8} =$

$$\sqrt{2 \times 2^2} = 2\sqrt{2}, \sqrt{\frac{1}{3}} = \sqrt{\frac{1}{3^2}} = \frac{\sqrt{3}}{3},$$

要注意没有精度要求的实数运算, 其结果要用准确值, 不能用计算器取近似值.

例5 已知数: $\sqrt{2}$, $-\sqrt[3]{8}$, π , $\frac{3}{2}$, $-\sqrt{2}$

(1) 这些数中哪些是有理数, 哪些是无理数?

(2) 说出这些数的相反数和绝对值;

(3) 把这些数在数轴上表示出来, 并比较它



们的大小.

解 (1) 有理数有 $-\sqrt[3]{8}$, $\frac{3}{2}$, 无理数有 $\sqrt{2}$, π , $-\sqrt{2}$.

(2) $\sqrt{2}$ 的相反数是 $-\sqrt{2}$, 绝对值是 $\sqrt{2}$;

$-\sqrt[3]{8}$ 的相反数是 $\sqrt[3]{8}$, 即 2, 绝对值是 $\sqrt[3]{8}$, 即 2;

π 的相反数是 $-\pi$, π 的绝对值是 π ;

$\frac{3}{2}$ 的相反数是 $-\frac{3}{2}$, $\frac{3}{2}$ 的绝对值是 $\frac{3}{2}$.

$-\sqrt{2}$ 的相反数是 $\sqrt{2}$, $-\sqrt{2}$ 的绝对值是 $\sqrt{2}$.

(3) 这些数在数轴上表示如图 1.2-1

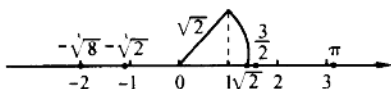


图 1.2-1

由图可得 $-\sqrt[3]{8} < -\sqrt{2} < \sqrt{2} < \frac{3}{2} < \pi$.

回顾 不要误认为带根号的数都是无理数, 例如 $-\sqrt[3]{8} = -2$, 是有理数; 在比较多个实数的大小时, 可以借助数轴, 在数轴上表示无理数, 有的可以利用作图的方法, 例如 $\sqrt{2}$, 只需作一个直角边均为 1 的等腰直角三角形 (如图 1.2-1), 有的可求出它的近似值, 然后把它的近似值表示在数轴上. 例如 $-\sqrt{2}$ 和 π , 再根据“数轴上, 右边的数总比左边的数大”比较大小.



三阶练习

A 组

1. 16 的算术平方根是 _____, 6 的平方根是 _____, -27 的立方根是 _____.

2. $\sqrt{2^{-10}} =$ _____, $-\sqrt{5\frac{1}{16}} =$ _____, $\pm\sqrt{81} =$ _____, $\sqrt[3]{-125} =$ _____.

3. $(\sqrt{49})^2 =$ _____, $\sqrt{5^2} =$ _____.

$\sqrt{(-5)^2} =$ _____, $\pm\sqrt{(\pm 4)^2} =$ _____.

4. 比较大小:

(1) $\frac{3-\sqrt{5}}{2}$ _____ $\frac{1}{3}$ (2) $\sqrt{12}$ _____

3.4.

5. $|- \pi| =$ _____, $|\sqrt{7}| =$ _____, $\sqrt{2}$ 的相反数是 _____, 倒数是 _____.

6. 把下列各数填在相应的集合内:

0, $-\sqrt{3}$, $\sqrt[3]{-1}$, 0. $\dot{3}$, $\frac{1}{\pi}$, $\frac{22}{7}$, $\sqrt[3]{-8}$,

$2-\sqrt{5}$, 3.1415926, 0.5252252225... (相邻两个 5 之间的 2 的个数依次多 1 个)

有理数集合: { _____ }

无理数集合: { _____ }

正实数集合: { _____ }

负实数集合: { _____ }

7. $\frac{9}{16}$ 的平方根是 $\pm\frac{3}{4}$, 用数学式子表示 ()

A. $\sqrt{\frac{9}{16}} = \pm\frac{3}{4}$ B. $\sqrt{\frac{9}{16}} = \frac{3}{4}$

C. $\pm\sqrt{\frac{9}{16}} = \pm\frac{3}{4}$ D. $\pm\sqrt{\frac{9}{16}} = \frac{3}{4}$

8. $(-\frac{1}{4})^2$ 的算术平方根是 ()

A. $\frac{1}{16}$ B. $-\frac{1}{4}$

C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{1}{4}$

9. 通过估算, 估计 $\sqrt{76}$ 的大小应在 ()

A. 7~8 之间 B. 8.0~8.5 之间

C. 8.5~9.0 之间 D. 9~10 之间

10. 与数轴上的点一一对应的数集是 ()

A. 整数集 B. 有理数集

C. 无理数集 D. 实数集

11. 下列说法正确的是 ()

A. 立方根是它本身的数只有 1 和 0;

B. 算术平方根是它本身的数只有 1 和 0;

C. 平方根是它本身的数是 1 和 0;



D. 一个数和它的立方根不一定同号

12. 下列说法错误的是()

- A. -1 的平方是 1
B. -1 的平方根是 -1
C. -1 的立方根是 -1
D. -1 的立方是 -1

13. 计算:

(1) $\sqrt{12} + \sqrt{\frac{1}{27}} - \sqrt{\frac{1}{3}}$

(2) $(2\sqrt{3} - \sqrt{6})(2\sqrt{3} + \sqrt{6})$

(3) $-\sqrt{4} + (\sqrt{3})^2 - \sqrt{(-10)^2}$

(4) $\frac{\sqrt{20} + \sqrt{80}}{\sqrt{5}}$

(5) $\sqrt[3]{-125} \times \sqrt{\frac{4}{25}}$

14. 估计下列各数的大小:

(1) $\sqrt{65}$ (误差小于 0.1)

(2) $\sqrt{72}$ (误差小于 1)

15. 在数轴上作出 $-\sqrt{3}$ 对应的点.

B 组

16. 4 的平方根是 _____, $\pm \frac{1}{2}$ 是 _____ 的平方根.

17. 若 $|a+b| + \sqrt{a-5} = 0$, 则 $\sqrt[3]{a^2b} =$ _____.

18. 如果一个数的一个平方根为 $-3\sqrt{3}$, 则这个数的立方根是 _____.

19. $-\sqrt{2}$ 的相反数是 _____, $|2-\sqrt{3}| =$ _____.

20. 任意给定一个负数, 利用计算器不断进行开立方运算, 随着开立方次数增加, 结果越来越趋向 _____.

21. 某公园中心有一个圆形花圃, 它的面积是 800 m^2 , 请估计它的半径为 _____ m (误差小于 1 m).

22. 如果 a 是负数, 那么 a^2 的平方根是

()

- A. a B. $-a$ C. $\pm a$ D. $\pm\sqrt{a}$

23. 下列说法①正数 a 有两个平方根, 它们的和是零; ②一个数必有一个算术平方根; ③负数没有平方根, 也没有立方根; ④一个数的算术平方根是正数; ⑤ 0 没有平方根, 其中正确的有 () 个

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

24. 估算 $\frac{\sqrt{50} + 2\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$ 的值 ()

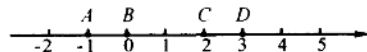
- A. 在 4 和 5 之间 B. 在 5 和 6 之间
C. 在 6 和 7 之间 D. 在 7 和 8 之间

25. 有下列三角形: ①三边长分别为 $\sqrt{3}, 1, 2$ 的三角形; ②三边长分别为 $\sqrt{5}, \sqrt{3}, 2$ 的三角形; ③三边长分别为 $\sqrt{7}, 2, \sqrt{3}$ 的三角形; ④三内角的度数之比为 1:2:3 的三角形, 其中直角三角形的个数是 ()

- A. 4 B. 3 C. 2 D. 1

26. 如图, 若数轴上的点 A, B, C, D, 分别表示数 -1, 0, 2, 3, 则表示 $2-\sqrt{7}$ 的点应在线段 ()

- A. AB 上 B. BC 上
C. CD 上 D. BD 上



第 26 题图

27. 近似数 0.5600 的有效数字的个数和精确度分别是 ()

- A. 两个, 精确到万分位
B. 四个, 精确到十万分位
C. 四个, 精确到万分位
D. 四个, 精确到千分位

28. 计算:

(1) $\left(\sqrt{2} - \frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2$



(2) $\frac{\sqrt{27} + \sqrt{3}}{\sqrt{3}} - 1$

(3) $|\sqrt{2} - \sqrt{7}| - 1 - \sqrt{2}$

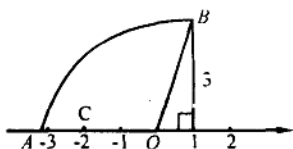
(4) $(-3)^{2006} \times \left(-\frac{1}{3}\right)^{2017} - 2^2 + (\pi - 3.14)^0 + \sqrt{18}$

(5) $\sqrt{3}^3$ (结果保留 4 个有效数字)

(6) $\sqrt{\frac{3}{10}} - \sqrt{\frac{1}{2}}$ (精确到 0.001)

29. 正方体的体积是 27 m^3 , 求正方体的表面积.30. 如图, $OA = OB$.

(1) 说出数轴上点 A 所表示的数;

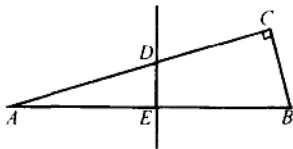
(2) 设点 A 表示的数是 a , 点 C 表示的数是 -2 , 请用 a 表示 AC 的长.

第 30 题图

31. 将一个半径为 10 cm 的圆柱形容器里的药液, 倒进一个底面是正方形的长方体容器内, 如果药液在两个容器里高度是一样的, 那么底面是正方形的容器的底面边长是多少? (结果保留 3 个有效数字)

32. 一个正三角形面积为 $100\sqrt{3} \text{ cm}^2$, 求这个三角形的周长.

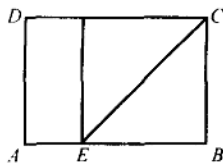
33. 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = \text{Rt}\angle$, AB 的中垂线交 AC 于点 D , 垂足为 E , 已知 $\angle A = 15^\circ$, 求 AD 与 DC 的长度之比.



第 33 题图

34. 如图, 把一个长方形纸片 $ABCD$ 折叠成

一个梯形 $AECD$, 已知折痕 CE 长为 2 , $CD = 3$, 则梯形 $AECD$ 的面积为多少?



第 34 题图

35. 冥王星是太阳系里最小的一颗行星, 它的体积约是地球的 $\frac{1}{200}$, 地球的直径约为 $1.276 \times 10^4 \text{ km}$, 求冥王星的直径 (球的体积 $V = \frac{4}{3}\pi r^3$, r 为球的半径, 结果保留 3 个有效数字).

C 组

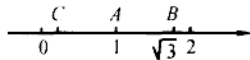
36. 设 $\sqrt{7}$, $\sqrt{5}$ 的小数部分分别是 a , b , 求 $(b + 2)^2 - (a + 2)^2$ 的值.

37. 如图, 圆环 (阴影部分) 的面积为 $147\pi \text{ cm}^2$, 大圆半径是小圆半径的 2 倍, 求小圆的半径.



第 37 题图

38. 如图, 数轴上表示 1 , $\sqrt{3}$ 的对应点分别为 A , B , 点 B 关于点 A 的对称

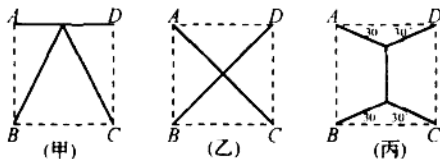


第 38 题图

点为 C , 求点 C 表示的数.

39. 如图, 有 A , B , C , D 四个通讯站, 它们的相对位置恰好位于一个正方形的四个顶点, 正方形边长为 10 km , 为使 A , B , C , D 四个通讯站彼此能够联络, 有如图所示的三种架线 (实线) 方案.

问哪一种方案用线最短? 这种方案用线总长为多少? (精确到 0.001 km)



第39题图

40. 座钟的摆针摆动一个来回所需的时间称为一个周期,其计算公式为 $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$, 其中 T 表示周期(单位:s), l 表示摆长(单位:m), $g = 9.8\text{m/s}^2$, 假如一台座钟的摆长为 0.5m , 它每摆动一个来回发出一次滴答声, 那么在 1min 内该座钟大约发出了多少次滴答声?



1.3 代数式



知能目标

1. 在现实情境中进一步理解用字母表示数的意义;
2. 能分析简单的数量关系,并用代数式表示;
3. 能解释一些简单代数式的实际背景或几何意义;
4. 会求代数式的值,能根据具体问题选择或确定数学公式并代入数值进行计算.



范例解析

例1 下列各式中,哪些是代数式? 哪些不是代数式?

- (1) $4 + a$ (2) $5 < 7$
 (3) $x - 2y$ (4) b 米
 (5) $a - 2b = 1$ (6) π

思路 代数式里只含有数、字母或运算符号,而不能含有“=”“>”“<”“名称”等其他符

号,单独一个数或字母也是代数式,按照这些规则去逐一对照, b 米是一个数量词,不是代数式; π 是圆周率,也是一个数,应为代数式.

解 (1)(3)(6)是代数式;(2)(4)(5)不是代数式.

例2 用文字语言叙述下列代数式的意义,其中错误的是()

- A. $(2x + y)^2$ 的意义是 x 的 2 倍与 y 的和平方的平方
 B. $2x + y^2$ 的意义是 x 的 2 倍与 y 的平方的和
 C. $\left(\frac{2x}{y}\right)^2$ 的意义是 x 的 2 倍的平方除以 y 的商
 D. $2(x + y)^2$ 的意义是 x 与 y 的和平方的 2 倍

思路 说出代数式的意义,关键要弄清楚它们所表示的数量之间的运算关系.

解 C

例3 填空

- (1) 用代数式表示比 a 的 2 倍大 5 的数是 _____.
- (2) 作业本每本 a 元,钢笔每支 b 元,买 5 本作业本和 3 支钢笔共需 _____ 元.
- (3) 一个两位数,它的个位数字是 a ,十位数字是 b ,试用含 a, b 的代数式表示这个两位数为 _____.
- (4) 在下列各组代数式中: $3xy^2$ 与 $3x^2y$, $-2x^2y^2$ 与 $-2x^2$, $-3ab^2$ 与 $4b^2a$, $3a^2$ 与 $3b^2$, 为同类项的是 _____.

思路 1. 列代数式应遵循“先叙述的先运算,先运算的先叙述”的原则,还要注意对大、小、多、少、除、除以、积等关键词的理解.

2. 同类项满足两个条件:字母相同,并且相同的字母的指数也分别相同.

解 (1) $2a + 5$; (2) $5a + 3b$; (3) $10b + a$;