

◆ 上海东方激光教育文化有限公司 组编

2006年

浙江高考数学文科

零距离突破



知识梳理篇

● 第一轮复习用 ●

中国三峡出版社

● 上海东方激光教育文化有限公司 组编

2006年

浙江高考数学 文科 零距离突破
—— 知识梳理篇 (第一轮复习用)

主 编 符海龙 李刚豪 陈兴浩

中国三峡出版社

图书在版编目 (CIP) 数据

浙江高考数学零距离突破. 1, 知识梳理篇: 文科
/ 上海东方激光教育文化有限公司 组编.
— 北京: 中国三峡出版社, 2005. 7
ISBN 7-80099-942-4

I. 浙… II. 上… III. 数学课 - 高中 - 升学参考资料
IV. G634.603

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2005) 第 075344 号

中国三峡出版社出版发行

(北京市海淀区太平路 23 号院 12 号楼 100036)

电话: (010) 68218553 51933037

<http://www.e-zgsx.com>

E-mail: sanxiaz@sina.com

上海交大印务有限公司印制 新华书店经销

2005 年 12 月第 1 版 2005 年 12 月第 1 次印刷

开本: 787×1092 毫米 1/16 印张: 75.5 字数: 1812 千字

ISBN 7-80099-942-4 定价: 105.00 元 (全五册)

前言

数学作为高考三大工具学科之首，在高考中的地位是显而易见的。数学一直是影响考生成绩的最重要的一环，也是高三复习中令同学们非常头痛的一门学科。大家都知道，高考数学成绩的好坏是影响高考成绩的重要因素。那么怎样才能学好数学呢？怎样才能复习好数学呢？怎样才能考好数学呢？

为此，我们准确把握考纲，在最高点审视、精心挖掘教材；从最深处剖析、解读经典案例，提示解题规律；针对考点命题，细致设计考题，洞察命题方向，探索高分秘诀。我们不仅有丰富的教学经验和科研成果，而且都有提强的责任感、使命感，本着“一切为了学生，为了一切学生，为了学生一切”的宗旨，呕心沥血编著了这套具有时代精神的丛书。

一、编写理念

1. 吸纳最新教研成果，大量选用新鲜灵活的新话题、新材料，关注社会，贴近生活实际，创设新情境，开发新思维，激发学习兴趣，培养创新精神，使学生学会“自主发展”。

2. 以人为本，面向全体学生，满足不同层次学生的需要，注重学生的整体全面发展，引导学生由被动接受转化为主动学习，成为学习的主宰，倡导学生主动参与，师生互动，平等对话，由“教法”研究转化为“学法”研究。

3. 基础精要，源于课本，高于基础；解题指导，启迪思维，探究规律，提高能力。

二、编写策略

分层深化，层层递进，阶梯发展；以题引路，举一反三，借题发挥。

三、编写目标

励志，重塑成才析理念；点拨，领悟解题新技巧；精练，跑好考前冲刺棒。以基础知识为依托，以升学考试为导向，以发散思维为核心，以能力运用为宗旨。

该丛书第一轮由2本书构成，其中《知识梳理篇》分12章，以课时来梳理基础知识，每章安排了【知识网络】、【考纲要求】、【学法点提】、【备考建议】，让学生从整体上认识本章的知识与方法。

每课时安排了【考纲要求】、【知识要点】、【基础训练】、【典例分析】、【课堂练习】、【课后反思】六大梳理板块。

【考纲要求】、【知识要点】、【基础训练】板块通过典型的基本的高考基础真题来简明扼要地归纳、概括、整理考试大纲中要求学生掌握的知识点，提出明确、具体、可测的目标，以便于学生了解复习的要求和范围。

【典例分析】、【课堂练习】板块精选了典型的、有代表性的及难度适中的题目，并尽可能扬弃怪题偏题。多数例题加有分析、点拨，且总结解题方法、规律，便于学生思考、掌握，以提高解题能力。

【课后反思】板块便于学生归纳、概括、整理，总结常用的解题方法、技巧、注意点、易错的知识点和难解的题型。

《知识梳理测试卷》为《知识梳理篇》的配套练习册，包括每课相对应的同步精练、测试卷及高考模拟试卷。

本丛书在编写过程中，得到了许多常年奋战在第一线、省内德高望重的资深名师和专家的关怀和指导，在此表示感谢。限于编著时间有限，书中难免会有一些缺陷，恳切希望广大师生批评指导。

总之，只要我们认真使用2006年《浙江高考数学(文科)零距离突破》丛书，重视运算能力的培养，扎扎实实地掌握基础知识，聪明地做题，必将给你带来极大的帮助。

编者

E-mail: 0571donghang@sina.com

2005年8月

目 录

《2005 年普通高等学校招生全国统一考试数学(浙江卷)》文科试卷评析 及 2006 年命题走向	1
第一章 集合与简易逻辑	10
第一课时 集合的概念与运算	11
第二课时 含绝对值的不等式和一元二次不等式	15
第三课时 简易逻辑与充要条件	20
第二章 函数	25
第一课时 函数的概念与表达式	26
第二课时 函数的解析式及定义域	29
第三课时 函数的值域和最值	32
第四课时 函数的单调性	36
第五课时 函数的奇偶性与周期性	39
第六课时 反函数	43
第七课时 二次函数	47
第八课时 指数式与对数式	52
第九课时 指数函数和对数函数	55
第十课时 函数的图像及应用	59
第十一课时 函数的最值	64
第十二课时 函数的综合应用	69
第三章 数列	74
第一课时 数列的概念	75
第二课时 等差数列	78

第三课时	等比数列	83
第四课时	等差数列和等比数列的性质及应用	87
第五课时	数列的通项和求和	92
第六课时	数列的综合应用	95
第四章	三角函数	100
第一课时	角的概念及任意角的三角函数概念	101
第二课时	同角三角函数关系及诱导公式	105
第三课时	两角和、差、倍角的正弦、余弦和正切	109
第四课时	三角函数的图像	113
第五课时	三角函数的性质(一)	118
第六课时	三角函数的性质(二)	121
第七课时	三角函数式的求值	125
第八课时	三角函数的最值及应用	129
第五章	平面向量	133
第一课时	平面向量的概念及运算	134
第二课时	平面向量的坐标运算	138
第三课时	平面向量的数量积	142
第四课时	线段的定比分点与平移	145
第五课时	解斜三角形及应用举例	149
第六章	不等式	152
第一课时	不等式的概念和性质	153
第二课时	不等式的证明(一)	156
第三课时	不等式的证明(二)	160
第四课时	整式、分式不等式的解法	163
第五课时	含有绝对值的不等式	167
第六课时	含有参数的不等式	172

第七课时	不等式的应用(一)	176
第八课时	不等式的应用(二)	179
第七章	直线和圆的方程	183
第一课时	直线的方程	184
第二课时	两直线的位置关系	188
第三课时	线性规划及应用	192
第四课时	圆的方程	196
第五课时	直线与圆、圆与圆的位置关系	201
第六课时	曲线的对称变换	205
第八章	圆锥曲线方程	209
第一课时	椭圆	210
第二课时	双曲线	215
第三课时	抛物线	220
第四课时	直线与圆锥曲线的位置关系	224
第五课时	轨迹问题	229
第六课时	圆锥曲线的综合应用	233
第九章	直线、平面、简单几何体	238
第一课时	平面、空间的两条直线	239
第二课时	直线与平面平行的判定及性质	244
第三课时	直线与平面垂直的判定及性质	247
第四课时	两个平面平行的判定及性质	252
第五课时	两个平面垂直的判定及性质	255
第六课时	空间的角与距离	258
第七课时	棱柱	263
第八课时	棱锥	267
第九课时	多面体、欧拉定理与球	270

第十课时 空间向量的概念及运算	274
第十一课时 位置关系判定的向量解法	279
第十二课时 空间角与距离的向量解法	283
第十章 排列、组合和二项式定理	287
第一课时 两个计数原理	288
第二课时 排列、组合的基本问题	290
第三课时 排列、组合的综合应用	293
第四课时 二项式定理及应用	296
第十一章 概率和统计	299
第一课时 随机事件的概率	300
第二课时 互斥事件、相互独立事件的概率	303
第三课时 统计	307
第十二章 导数	313
第一课时 导数的概念及运算	313
第二课时 导数的应用	316
参考答案	321
打击盗版 举报有奖	346

《2005 年普通高等学校招生全国统一考试数学(浙江卷)》 文科试卷评析及 2006 年命题走向

今年是我省自主命题的第二年,高考数学卷在去年的基础上稳中有变、变中有新,题型思路清晰,试题特点鲜明.

“稳”主要体现在:

1. 试题总体难度适中,与去年相比,相对比较平稳,难度略有下降.
2. 考核内容分布为:新增内容占 31 分;传统内容中代数占 73 分,立体几何占 23 分,解析几何占 23 分.其所占比例基本合理,没有大的起伏变化.
3. 试题层次分明,梯度合理,坚持多角度、多层次进行考查,试卷中各类题型的起点难度较低,阶梯递进,由浅入深,使考生在解题过程中有拾阶而上的感觉.选择题、填空题和解答题三种题型结构,排列次序仍然保持不变,选择题、填空题的前几道题,运用基础知识即可一望而解,尔后几题则需要在深刻理解知识的前提下灵机一动;解答题的 6 个题目中共有 12 个小题,仍然具有去年的“多问把关”的命题特点.
4. 突出数学知识的基础性和综合性,注重数学主干知识的考查.

5. 做到知识与能力并重,重视数学思维方法的考查.题目不偏不怪,方法思路常规;强调通性通法,考查解题机智.多试题有多种不同的解题思路可供选择,这样为学生充分发挥水平提供了机会.

“新”主要表现在:

1. 试题题量、分值配值跟去年有所变化:减少了 2 个选择题,总题数由 22 个变为 20 个;客观题减少了 10 分,主观题增加了 10 分.这样,既更加注重对考生数学思维与表达能力的考查,又符合减轻学生学习负担的改革趋势.
2. 文、理科的试卷难度差距拉大,完全相同的题目仅有 6 个,而两份试卷中相同背景但难度不一的“姐妹题”就有 8 个,这样针对实际、区别对待,对文、理考生不同的数学要求得到了充分体现.
3. 数学思维能力的考查进一步深化,对数学语言的阅读、理解、转化、表达的能力要求有所提高,自主探索、逻辑推理能力、等价变换、抽象概括、归纳推理、猜想证明等能力,是整份试卷中的“亮点”.

第一部分 试卷评析

一、选择题

1. 函数 $y = \sin(2x + \frac{\pi}{6})$ 的最小正周期是 ()

A. $\frac{\pi}{2}$

B. π

C. 2π

D. 4π

【解】 由 $T = \frac{2\pi}{|\omega|}$, $\omega = 2$, 得 $T = \pi$, 故选择 B.

【点评】 本题考查了三角函数周期性方面的知识点.

2. 设全集 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$, $P = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $Q = \{3, 4, 5, 6, 7\}$, 则 $P \cap (\complement_U Q)$ ()

- A. $\{1,2\}$ B. $\{3,4,5\}$ C. $\{1,2,6,7\}$ D. $\{1,2,3,4,5\}$

【解】 由 $\complement_U Q = \{1,2\}$, 得 $P \cap (\complement_U Q) = \{1,2\}$, 故选择 A.

【点评】 本题考查了集合的交集、补集方面的知识.

3. 点 $(1, -1)$ 到直线 $x - y + 1 = 0$ 的距离是 ()

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{3}{2}$ C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ D. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$

【解】 由点到直线距离公式 $d = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$, 得: $d = \frac{|1 \times 1 - 1 \times (-1) + 1|}{\sqrt{1^2 + (-1)^2}} = \frac{3\sqrt{2}}{2}$. 故选择 D.

【点评】 本题考查了点到直线距离公式方面的知识.

4. 设 $f(x) = |x - 1| - |x|$, 则 $f[f(\frac{1}{2})] =$ ()

- A. $-\frac{1}{2}$ B. 0 C. $\frac{1}{2}$ D. 1

【解】 由 $x = \frac{1}{2}$, 得 $f(\frac{1}{2}) = 0$, $f[f(\frac{1}{2})] = 1$. 故选择 D.

【点评】 本题考查了函数求值方面的知识.

5. 在 $(1+x)^5 - (1+x)^6$ 的展开式中, 含 x^3 的项的系数是 ()

- A. -5 B. 5 C. -10 D. 10

【解】 展开式中 $C_5^3 - C_6^3 = -10$. 故选择 C.

【点评】 本题考查了二项式的展开式方面的知识.

6. 从存放号码分别为 1, 2, ..., 10 的卡片的盒子中, 有放回地取 100 次, 每次取一张卡片并记下号码, 统计结果如下:

卡片号码	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
取到的次数	13	8	5	7	6	13	18	10	11	9

则取到号码为奇数的频率是 ()

- A. 0.53 B. 0.5 C. 0.47 D. 0.37

【解】 取到号码为奇数的频率的事件记为 A, $P(A) = \frac{13+5+6+18+11}{100} = 0.53$.

故选择 A.

【点评】 本题考查了频率方面的知识.

7. 设 α, β 为两个不同的平面, l, m 为两条不同的直线, 且 $l \subset \alpha, m \subset \beta$, 有如下两个命题:

- ① 若 $\alpha \parallel \beta$, 则 $l \parallel m$; ② 若 $l \perp m$, 则 $\alpha \perp \beta$. 那么 ()

- A. ① 是真命题, ② 是假命题 B. ① 是假命题, ② 是真命题
C. ①② 都是真命题 D. ①② 都是假命题

【解】 ① 若 $\alpha \parallel \beta$, 则 $l \parallel m$; ② 若 $l \perp m$, 则 $\alpha \perp \beta$ 都是假命题. 故选择 D.

【点评】 本题考查了简易逻辑和直线与平面平行垂直方面的知识.

8. 已知向量 $a = (x - 5, 3)$, $b = (2, x)$, 且 $a \perp b$, 则由 x 的值构成的集合是 ()

- A. $\{2, 3\}$ B. $\{-1, 6\}$ C. $\{2\}$ D. $\{6\}$

【解】 由 $a \perp b = 2(x-5) + 3x = 0$, 得 $x = 2$. 故选择 C.

【点评】 本题考查了平面向量的数量积方面的知识点.

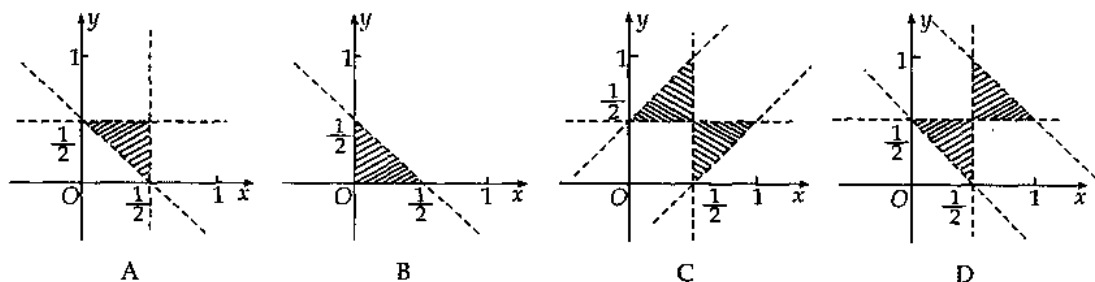
9. 函数 $y = ax^2 + 1$ 的图像与直线 $y = x$ 相切, 则 a 的值是 ()

- A. $\frac{1}{8}$ B. $\frac{1}{4}$ C. $\frac{1}{2}$ D. 1

【解】 由题意, 把直线 $y = x$ 代入 $y = ax^2 + 1$, 得 $ax^2 - x + 1 = 0$, 又图像相切向量, 所以 $\Delta = (-1)^2 - 4a = 0$, 即 $a = \frac{1}{4}$. 故选择 B.

【点评】 本题考查了两函数相切的常用方法, 求 $\Delta = 0$ 等方面的知识点.

10. 设集合 $A = \{(x, y) \mid x, y, 1-x-y \text{ 是三角形的三边长}\}$, 则 A 所表示的平面区域 (不含边界的阴影部分) 是 ()



【解】 由三角形的定义得, $x, y, 1-x-y$ 三边都大于 0,
$$\begin{cases} x+y > 1-x-y \\ x+(1-x-y) > y \\ x+(1-x-y) > x \end{cases}$$

易得
$$\begin{cases} x < \frac{1}{2} \\ y < \frac{1}{2} \\ x+y > \frac{1}{2} \end{cases}$$
 . 故选择 A.

【点评】 本题考查了三角形和线性规划方面的知识点.

二、填空题

11. 函数 $y = \frac{x}{x+2}$ ($x \in \mathbf{R}$, 且 $x \neq -2$) 的反函数是_____.

【解】 把 $y = \frac{x}{x+2}$ ($x \neq -2$) 反表示 $x = \frac{2y}{1-y}$ ($y \neq 1$), 所以函数 $y = \frac{x}{x+2}$ ($x \in \mathbf{R}$, 且 $x \neq -2$) 的反函数是 $y = \frac{2x}{1-x}$ ($x \in \mathbf{R}, x \neq 1$).

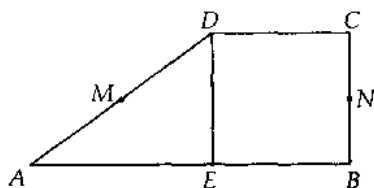
【点评】 本题考查了反函数的概念, 求反函数的基本方法方面的知识点.

12. 设 M, N 是直角梯形 $ABCD$ 两腰的中点, $DE \perp AB$ 于 E (如图). 现将 $\triangle ADE$ 沿 DE 折起, 使二面角 $A-DE-B$ 为 45° , 此时点 A 在平面 $BCDE$ 内的射影恰为点 B , 则 M, N 的连线与 AE 所成角的大小等于_____.

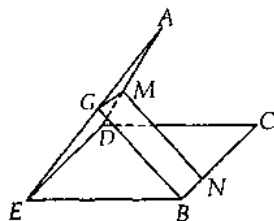
【解】 如图(b), 取 AE 的中点 G , 连结 MG, BG . 由 $MG \parallel BN, MG = BN$, 得四边形 $BNMG$ 是平行四边形, 所以 $MN \parallel BG$. 即 MN 与 AE 所成的角, 就是 BG 与 AE 所成的角. 又因为 $AE \perp DE, BE \perp DE$, 所以 $\angle AEB$ 就是二面角 $A-DE-B$ 的平面角. 即 $\angle AEB = 45^\circ$.

又点 A 在平面 $BCDE$ 内的射影恰为点 B , 得 $\triangle ABE$ 是直角三角形. 又 G 是 AB 的中点, 所以 $BG \perp AE$, MN 与 AE 所成角等于 90° .

【点评】 本题考查了几何中常用折叠、二面角及异面直线所成的角等方面的知识点.



(a)



(b)

13. 过双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的左焦点且垂直于 x 轴的直线与双曲线相交于 M, N 两点, 以 MN 为直径的圆恰好过双曲线的右顶点, 则双曲线的离心率等于 _____.

【解】 过双曲线的左焦点且垂直于 x 轴的直线是 $x = -c$, 交双曲线于 $M(-c, \frac{b^2}{a})$, $N(-c, -\frac{b^2}{a})$, 又双曲线的右顶点 $A(a, 0)$, $AM \perp AN$. 即 AM 与 x 轴正半轴的夹角为 135° . 得 $\frac{b^2}{a} = a + c$, $b^2 = c^2 - a^2$, 化简得 $c^2 - ac - 2a^2 = 0$, 所以双曲线的离心率是 2.

【点评】 本题考查了直线垂直、圆、双曲线概念及离心率等方面的知识点.

14. 从集合 $\{P, Q, R, S\}$ 与 $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ 中各任选 2 个元素排成一排 (字母和数字均不能重复). 每排中字母 Q 和数字 0 至多出现一个的不同排法种数是 _____ (用数字作答).

【解】 集合 $\{P, Q, R, S\}$ 与 $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ 没出现字母 Q 和数字 0 的排列是 $C_3^2 C_9^2 A_4^1$, 出现字母 Q 和数字 0 各出现一次的排列是 $(C_3^1 C_8^1 + C_3^2 C_8^0) A_4^1$, 所以不同排法种数是 $C_3^2 C_9^2 A_4^1 + (C_3^1 C_8^1 + C_3^2 C_8^0) A_4^1 = 5832$.

【点评】 本题考查了排列组合等方面的知识点.

三、解答题

15. 已知函数 $f(x) = 2\sin x \cos x + \cos 2x$.

(1) 求 $f(\frac{\pi}{4})$ 的值; (2) 设 $\alpha \in (0, \pi)$, $f(\frac{\alpha}{2}) = \frac{\sqrt{2}}{2}$, 求 $\sin \alpha$ 的值.

【解】 (1) $f(\frac{\pi}{4}) = 2\sin \frac{\pi}{4} \cos \frac{\pi}{4} + \cos \frac{\pi}{2} = 1 + 0 = 1$.

(2) 由函数 $f(x) = \sin 2x + \cos 2x$, 得 $f(\frac{\alpha}{2}) = \sin \alpha + \cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$, 两边平方得 $\sin \alpha \cos \alpha = -\frac{1}{4} < 0$, 又 $\alpha \in (0, \pi)$, 所以 α 为钝角.

$\sin \alpha, \cos \alpha$ 是方程 $x^2 - \frac{\sqrt{2}}{2}x - \frac{1}{4} = 0$ 的两实数根, 得 $x_1 = \frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{2}$, $x_2 = \frac{\sqrt{2} - \sqrt{6}}{2}$,

所以 $\sin \alpha = \frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{2}$.

【点评】 本题考查了函数及三角函数的概念, 主要是二倍角公式和一元二次方程根与

系数关系等方面的知识点.

16. 已知实数 a, b, c 成等差数列, $a+1, b+1, c+4$ 成等比数列, 且 $a+b+c=15$. 求 a, b, c .

【解】 由等差数列得 $2b=a+c$, 又 $a+b+c=15$, 可得 $b=5$, 由等比数列得 $(b+1)^2 = (a+1)(c+4) = 36$, 由 $\begin{cases} a+c=10 \\ (a+1)(c+4)=36 \end{cases}$ 得

$$\begin{cases} a=2 \\ c=8 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} a=11 \\ c=-1 \end{cases}$$

故 $a=2, b=5, c=8$, 或 $a=11, b=5, c=-1$. 经验算, 上述两组数符合题意.

【点评】 本题主要考查等差、等比数列的基本知识, 及运算能力及推理能力.

17. 袋子 A 和 B 中装有若干个均匀的红球和白球, 从 A 中摸出一个红球的概率是 $\frac{1}{3}$, 从 B 中摸出一个红球的概率为 p .

(1) 从 A 中有放回地摸球, 每次摸出一个, 共摸 5 次. 求: ① 恰好 3 次摸到红球的概率; ② 第一次、第三次、第五次均摸到红球的概率.

(2) 若 A、B 两个袋子中的球数之比为 1:2, 将 A、B 中的球装在一起后, 从中摸出一个红球的概率是 $\frac{2}{5}$, 求 p 的值.

【解】 (1) ① $P(A) = C_5^3 \times (\frac{2}{3})^2 \times (\frac{1}{3})^3 = 10 \times \frac{4}{9} \times \frac{1}{27} = \frac{40}{243}$;

② $P(B) = (\frac{1}{3})^5 = \frac{1}{27}$.

(2) 设 A 袋中的球 x 个, 即 B 袋中的有球 $2x$ 个, 得 A 袋中的红球有 $\frac{1}{3}x$ 个, B 袋中的红球 $2xp$ 个. 将 A、B 中的球装在一起后, 从中摸出一个红球的概率是 $\frac{\frac{1}{3}x + 2xp}{3x} = \frac{2}{5}$, 得 $p = \frac{13}{30}$.

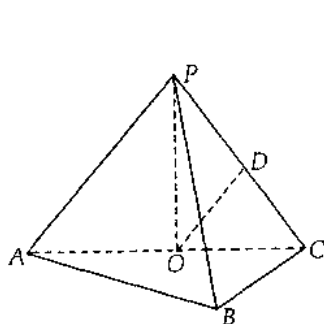
【点评】 本题主要考查排列组合、相互独立事件同时发生的概率等基本知识, 同时考查学生的逻辑思维能力.

18. 如图, 在三棱锥 $P-ABC$ 中, $AB \perp BC$, $AB = BC = \frac{1}{2}PA$, 点 O、D 分别是 AC、PC 的中点, $OP \perp$ 底面 ABC.

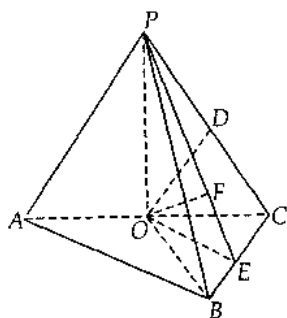
(1) 求证: $OD \parallel$ 平面 PAB;

(2) 求直线 OD 与平面 PBC 所成角的大小.

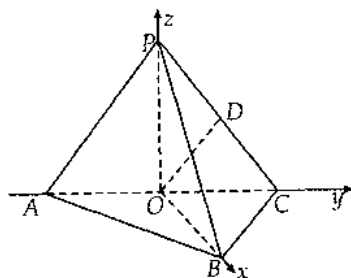
(1)【证明】 如图(a)所示, O、D 分别是 AC、PC 的中点, $OD \parallel AP$, $\therefore OD \parallel$ 平面 PAB.



(a)



(b)



(c)

(2)【解法一】 如图(b), 过 O 作 $OE \perp BC$ 于 E , 连结 DE 、 PE , 再过 O 作 $OF \perp PE$ 于 F , 连结 DF . $\because AB \perp BC, \therefore OE \parallel AB$,

又 $\because OP \perp$ 底面 $ABC, \therefore OP \perp BC, \therefore BC \perp$ 平面 POE , 得 $BC \perp OF$,

$\therefore OF \perp$ 平面 PBC , 得 $\angle ODF$ 是 OD 与平面 PBC 所成角.

又 $\because O$ 、 P 分别是 AC 、 PC 的中点, $\therefore OD \parallel AP$.

$\therefore$ 直线 PA 与平面 PBC 所成角就是 OD 与平面 PBC 所成的角为 $\angle ODF$.

又 $AB \perp BC, AB = BC = \frac{1}{2}PA$, 设 AP 为 $2, AB = BC = \frac{1}{2}PA = 1, OE = \frac{1}{2}, AO = BO = \frac{\sqrt{2}}{2}, \therefore PO = \frac{\sqrt{14}}{2}$, 在直角三角形 POE 中, $OF = \frac{OE \cdot OP}{PE} = \frac{\sqrt{210}}{30}$, 又 $OD = 1$.

$$\therefore \sin \angle ODF = \frac{\sqrt{210}}{30}, \text{ 即 } \angle ODF = \arcsin \frac{\sqrt{210}}{30}.$$

【解法二】 如图(c) 建立坐标系, 设 $OB = 1$, 由 $AB \perp BC, AB = BC = \frac{1}{2}PA$, 得 $AP = 2\sqrt{2}, OP = \sqrt{7}$, 得 $B(1, 0, 0), A(0, -1, 0), C(0, 1, 0), P(0, 0, \sqrt{7}), \therefore \vec{BC} = (-1, 1, 0), \vec{PC} = (0, 1, -\sqrt{7})$.

设平面 PAB 的法向量为 $n = (x, y, z)$, 由 $n \cdot \vec{BC} = 0, n \cdot \vec{PC} = 0$, 得 $\begin{cases} -x + y = 0 \\ y - \sqrt{7}z = 0 \end{cases}$,

$\therefore n = (\sqrt{7}, \sqrt{7}, 1)$, 又 $\vec{DO} = (0, -\frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{7}}{2})$. 设 n 与 $\vec{DO}$ 所成的角为 α ,

又 $n \cdot \vec{DO} = |n| \cdot |\vec{DO}| \cos \alpha$, 得 $\cos \alpha = -\frac{\sqrt{210}}{30}$, 又 OD 所在平面 PBC 所成的角为 θ , 由

向量方向易得 $\alpha = \frac{\pi}{2} + \theta, \therefore \sin \theta = \frac{\sqrt{210}}{30}$, 即 $\theta = \arcsin \frac{\sqrt{210}}{30}$.

【点评】 本题考查了空间中线与平面所成的角, 线面垂直, 线面平行及直角三角形中的相似三角形的性质, 三角函数及反三角函数的有关概念等方面的知识. 同时考查空间向量的概念、空间想象能力和推理运算能力.

19. 如图, 已知椭圆的中心在坐标原点, 焦点 F_1, F_2 在 x 轴上, 长轴 A_1A_2 的长为 4 , 左准线 l 与 x 轴的交点为 $M, |MA_1| : |A_1F_1| = 2 : 1$.

(1) 求椭圆的方程;

(2) 若点 P 在直线 l 上运动, 求 $\angle F_1PF_2$ 最大值.

【解】 (1) 长轴 A_1A_2 的长为 4 , 得 $a = 2$, 左准线 l 与 x 轴的交点为 $M, |MA_1| : |A_1F_1|$

$= 2:1$, 得 $\frac{c}{a} = \frac{1}{2}$, 即 $c = 1$. 所以椭圆的方程是 $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$.

(2) 设 $P(-4, n)$, 不妨设 $n \geq 0$. 若 $n = 0$ 时, PF_1 与 PF_2 的夹角是 0° .

若 $n \neq 0$ 时, $\angle F_1PF_2 = \angle PF_1A_1 - \angle PF_2A_1$,

$$\tan \angle PF_1A_1 = \frac{PM}{MF_1} = \frac{n}{3}, \tan \angle PF_2A_1 = \frac{PM}{MF_2} = \frac{n}{5}.$$

$$\tan \angle F_1PF_2 = \tan(\angle PF_1A_1 - \angle PF_2A_1) = \frac{2n}{15 + n^2}$$

$$\leq \frac{2n}{2\sqrt{15} \cdot n} = \frac{\sqrt{15}}{15}.$$

由图形关于 x 轴对称, 当且仅当 $n = \pm \sqrt{15}$ 时, $\tan \angle F_1PF_2$ 取最大.

$$\angle F_1PF_2 = \arctan \frac{\sqrt{15}}{15}.$$

【点评】 本题主要考查椭圆的几何性质、椭圆方程、两条直线的夹角等基础知识, 考查了解析几何的基本思想方法和综合解题能力.

20. 已知函数 $f(x)$ 和 $g(x)$ 的图像关于原点对称, 且 $f(x) = x^2 + 2x$.

(1) 求函数 $g(x)$ 的解析式;

(2) 解不等式 $g(x) \geq f(x) - |x - 1|$;

(3) 若 $h(x) = g(x) - \lambda f(x) + 1$ 在 $[-1, 1]$ 上是增函数, 求实数 λ 的取值范围.

【解】 (1) 函数 $f(x)$ 和 $g(x)$ 的图像关于原点对称, 即函数 $g(x)$ 的图像的任意一点 (x, y) 关于原点对称点是 $(-x, -y)$, 那么点 $(-x, -y)$ 在函数 $f(x)$ 的图像上, 所以 $g(x) = -x^2 + 2x$.

(2) 由 $g(x) \geq f(x) - |x - 1|$, 得 $-x^2 - 2x \geq x^2 - 2x - |x - 1|$,

化简得 $|x - 1| \geq 2x^2$. 由函数 $y_1 = |x - 1|$, $y_2 = 2x^2$ 的图像易得 $-1 \leq x \leq \frac{1}{2}$. 所以不等式的解集是 $\{x | -1 \leq x \leq \frac{1}{2}\}$.

(3) $h(x) = -(1 + \lambda)x^2 + 2(1 - \lambda)x + 1$.

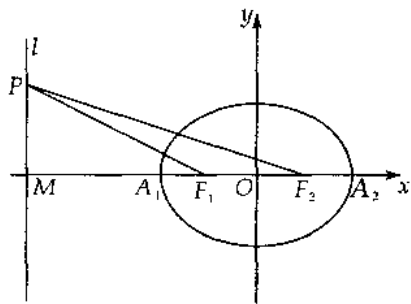
① 当 $\lambda = -1$ 时, $h(x) = 4x + 1$ 在 $[-1, 1]$ 上是增函数, $\therefore \lambda = -1$.

② 当 $\lambda \neq -1$ 时, 对称轴方程为 $x = \frac{1 - \lambda}{1 + \lambda}$.

当 $\lambda < -1$ 时, $\frac{1 - \lambda}{1 + \lambda} \leq -1$, 解得 $\lambda < -1$.

当 $\lambda > -1$ 时, $\frac{1 - \lambda}{1 + \lambda} \geq 1$, 解得 $-1 < \lambda \leq 0$. 综上所述, $\lambda \leq 0$.

【点评】 本题主要考查函数图像的对称、二次函数的基本性质与不等式的应用等基础知识, 以及综合运用所学知识分析和解决问题的能力.



第二部分 分析 2006 年命题的走向

一、高中数学新增内容命题走向

新增内容:向量的基础知识和应用、概率与统计的基础知识和应用、初等函数的导数和应用.

命题走向:试卷尽量覆盖新增内容;难度控制与中学教改的深化同步,逐步提高要求;注意体现新增内容在解题中的独特功能.

1. 导数试题的三个层次

第一层次:导数的概念、求导的公式和求导的法则;

第二层次:导数的简单应用,包括求函数的极值、单调区间,证明函数的增减性等;

第三层次:综合考查,包括解决应用问题,将导数内容和传统内容中有关不等式和函数的单调性等结合在一起.

2. 平面向量的考查要求

(1) 考查平面向量的性质和运算法则及基本运算技能. 要求考生掌握平面向量的和、差、数乘和内积的运算法则,理解其直观的几何意义,并能正确地进行运算.

(2) 考查向量的坐标表示,向量的线性运算.

(3) 和其他数学内容结合在一起,如何和函数、曲线、数列等基础知识结合,考查逻辑推理和运算能力等综合运用数学知识解决问题的能力. 题目对基础知识和技能的考查一般由浅入深,入手不难,但要圆满完成解答,则需要严密的逻辑推理和准确的计算.

3. 概率与统计部分

基本题型:等可能事件概率题型、互斥事件有一个发生的概率题型、相互独立事件的概率题型、独立重复试验概率题型,以上四种与数字特征计算一起构成的综合题.

复习建议:牢固掌握基本概念;正确分析随机试验;熟悉常见概率模型;正确计算随机变量的数字特征.

二、高中数学的知识主干

函数的基础理论应用,不等式的求解、证明和综合应用,数列的基础知识和应用;三角函数和三角变换;直线与平面,平面与平面的位置关系;曲线方程的求解,直线、圆锥曲线的性质和位置关系.

三、传统主干知识的命题变化及基本走向

1. 函数、数列、不等式

(1) 函数考查的变化

函数中去掉了幂函数,指数方程、对数方程和不等式中去掉了“无理不等式的解法、指数不等式和对数不等式的解法”等内容,这类问题的命题热度将变冷,但仍有可能以等式或不等式的形式出现.

(2) 不等式与递归数列的综合题解决方法

化归为等差或等比数列问题解决;借助数学归纳法解决;推出通项公式解决;直接利用递推公式推断数列性质.

(3) 函数、数列、不等式命题基本走向:创造新情境,运用新形式,考查基本概念及其性质;函数具有抽象化趋势,即通过函数考查抽象能力;函数、数列、不等式的交汇与融合;利用导数研究函数性质,证明不等式;归纳法、数学归纳法的考查方式由主体转向局部.