

幼儿师范学校教科书（试用本）

SHUXUE

数 学

上册

人民教育出版社中学数学室 编

国家教育部
规划教材

人
民
教
育
出
版
社

幼儿师范学校教科书
(试用本)

数 学

上 册

人民教育出版社中学数学室 编

人民教育出版社

幼儿师范学校教科书（试用本）

数 学

上 册

人民教育出版社中学数学室 编

*

人民教育出版社出版发行

网址：<http://www.pep.com.cn>

人民教育出版社印刷厂印装 全国新华书店经销

*

开本：787 毫米×1 092 毫米 1/16 印张：15.75 字数：174 000

2001 年 12 月第 3 版 2006 年 3 月第 8 次印刷

印数：251 001 ~ 278 000

ISBN 7-107-12745-4 定价：12.80 元
G·5855（课）

如发现印、装质量问题，影响阅读，请与出版科联系调换。

（联系地址：北京市海淀区中关村南大街 17 号院 1 号楼 邮编：100081）

第一版说明

一、根据国家教育委员会颁布的《幼儿师范学校教学计划》和《幼儿师范学校数学教学大纲（试行草案）》，我们编写了这套《数学》课本，分上、下两册，供三年制幼儿师范学校和四年制幼儿师范学校试用，也可供职业高中幼教班选用。考虑到四年制幼儿师范学校数学课时较多，另编《电子计算机的初步知识》和《概率统计的初步知识》供这些学校选用。

二、这套《数学》课本在确定教学内容时，注意到以下几点：

1. 要与普通中学的初中数学内容相衔接；
2. 精选传统的初等数学内容，知识面适当宽一些，在理论、推理论证以及例、习题的技巧方面的要求要适度；
3. 适当充实与从事幼儿教育工作有联系的教学内容，适当增加与幼儿教育有关的例、习题。

三、本书系《数学》上册，内容包括集合、映射、函数，幂函数、指数函数、对数函数，三角函数，两角和与差的三角函数，空间图形，多面体和旋转体等六章，供三年制幼儿师范学校和四年制幼儿师范学校一年级使用。

第一章“集合、映射、函数”后面的附录，内容包括二次函数的图象和性质，一元一次不等式组和绝对值不等式，一元二次不等式及其解法三部分，作为在初中阶段没有学习这些内容的学生补习用。

四、本书习题包括练习、习题两类：

1. 练习 供课堂练习用；
2. 习题 供课内、外作业用。在习题中有少量带*的题目，供学有余力的学生选用。

五、本书由我室编写。参加编写工作的有方明一、蔡上鹤、贾云山、鲍珑、李慧君，责任编辑是方明一。全书由吕学礼、孙福元校订。

本书在编写过程中，方金秋、于云华、林明娜、朱青、王国福、蒋国政、孟庆坤、武锡志、龙建秋、唐继姝等同志对初稿提了很多宝贵意见。在此，谨向这些同志表示感谢。

由于编写时间仓促，难免存在一些失误与不足之处，请同志们在试用中提出宝贵意见，以便进一步修改。

人民教育出版社数学室

1985年12月

第二版说明

本版是在 1985 年 12 月第 1 版的基础上修订而成的。

修订主要包括如下几点：

1. 按国家技术监督局颁发的《量和单位》国家标准 GB3 100~3 102—93，规范使用了有关的单位和符号。

2. 为了与九年义务教育全日制初级中学《数学教学大纲（试用）》（1995 年 6 月第 2 版）的内容相衔接，对部分内容做了补充和调整，并根据教师使用中的意见，对个别地方的不足进行了修正。

参加此次修订的有方明一、蔡上鹤、张劲松、田载今、俞求是，责任编辑是田载今、左怀玲。

人民教育出版社中学数学室

1998 年 12 月

第三版说明

本版是在 1998 年 12 月第 2 版的基础上修订而成的。

修订主要包括如下几点：

1. 根据教育部 2000 年颁布的《中等幼儿师范学校数学教学大纲》，删掉了“简单的指数方程和对数方程”、“球冠及其面积”、“球缺及其体积”等内容；把“对数换底公式”、“三角函数的积化和差与和差化积”等内容降为选学内容。
2. 为了提高学生的数学程度，每章增加一个复习题，部分章节增加了阅读材料。

参加本次修订的有方明一、蔡上鹤、张劲松、田载今、俞求是，责任编辑是左怀玲。

人民教育出版社中学数学室

2001 年 12 月

目 录

第一章 集合, 映射, 函数.....	1
一 集合.....	1
二 映射与函数	12
三 二次函数和一元二次不等式	27
第二章 幂函数, 指数函数, 对数函数	42
第三章 任意角的三角函数	72
一 任意角的三角函数	72
二 三角函数的图象和性质.....	107
第四章 两角和与差的三角函数	123
第五章 空间图形.....	151
一 平面.....	151
二 空间两条直线.....	160
三 空间直线和平面.....	166
四 空间两个平面.....	177
第六章 多面体和旋转体.....	195
一 多面体.....	195
二 旋转体.....	218
三 多面体和旋转体的体积.....	232

集合, 映射, 函数

一 集 合

1.1 集合

我们考察下面几组对象:

- (1) 1 到 10 中的所有偶数;
- (2) x^2 , $3x^2+2$, $5x^2-6x+1$;
- (3) 所有的直角三角形;
- (4) 与一个角的两边距离相等的所有的点;
- (5) 某幼儿园小班教室里所有的玩具.

它们分别是由一些数、一些整式、一些图形、一些点、一些物体组成的. 我们说, 每一组对象的全体形成一个集合. 集合里各个对象叫做这个集合的元素. 例如, (1) 中是由数 2, 4, 6, 8, 10 组成的集合, 其中的对象 2, 4, 6, 8, 10 都是这个集合的元素.

集合一般用大写的拉丁字母 A , B , C , … 表示, 集合的元素一般用小写的拉丁字母 a , b , c , … 表示. 如果 a 是集合 A 的元素, 就说 a 属于集合 A , 记作 $a \in A$, 符号 “ \in ” 表示属于, 读作 “ a 属于 A ”; 如果 a 不是集合 A 的元素, 就说 a 不属于集合 A , 记作 $a \notin A$, 符号 “ \notin ” 表示不属于, 读作 “ a 不属于 A ”.

例如, 用 A 表示 “1 到 10 中的所有偶数”的集合, 那么, $4 \in A$, $5 \notin A$.

关于集合的概念，要注意下面几点：

(1) 对于一个给定的集合，它的元素是确定的。这就是说，任何一个对象或者是这个集合的元素，或者不是它的元素，二者必居其一。

例如，集合 A 是由所有的直角三角形组成的集合， a 表示内角分别为 $30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$ 的三角形，就是 A 的元素，而 b 表示内角分别为 $50^\circ, 60^\circ, 70^\circ$ 的三角形，就不是 A 的元素。

又如，“相当大的数的全体”、“美丽的图形的全体”，由于所指的对象是不确定的，因而它们不能形成集合。

(2) 对于一个给定的集合，集合中的元素是互异的。这就是说，集合中任何两个元素都是不同的对象，当把相同的对象归入任何一个集合时，只能算作这个集合的一个元素。因此，集合中的元素是没有重复现象的。

集合有时简称集。数的集合简称数集。数集常用的符号如下：

全体自然数的集合通常简称自然数集，记作 \mathbb{N} ①
(用 \mathbb{N}^* 表示正整数集)；

全体整数的集合通常简称整数集，记作 \mathbb{Z} ；

全体有理数的集合通常简称有理数集，记作 \mathbb{Q} ；

全体实数的集合通常简称实数集，记作 \mathbb{R} 。

例如， $3 \in \mathbb{N}$, $-5 \notin \mathbb{N}$, $-1 \in \mathbb{Z}$, $\frac{4}{5} \in \mathbb{Q}$, $\sqrt{10} \in \mathbb{R}$

1.2 集合的表示法

集合的表示方法，常用的有列举法、描述法、文氏图法。

1. 列举法

把集合中的元素一一列举出来，写在大括号内表示集合的方法，叫做列举法。

例如, 1 到 10 中的所有偶数组成的集合 A , 可记作

$$A=\{2, 4, 6, 8, 10\}.$$

又如, 由方程 $x^2-3x+2=0$ 的解组成的集合 B , 可记作

$$B=\{1, 2\}.$$

在用列举法表示集合时, 不必考虑元素之间的顺序. 例如由三个元素 $-3, 2, 5$ 组成的集合, 可以表示为 $\{-3, 2, 5\}$, 也可以表示为 $\{5, 2, -3\}$, 等等.

应该注意, a 与 $\{a\}$ 是不同的: a 表示一个元素; $\{a\}$ 表示一个集合, 这个集合只有一个元素 a ; 它们之间的关系是 $a \in \{a\}$.

2. 描述法

把集合中的元素的公共属性描述出来, 写在大括号内表示集合的方法, 叫做描述法. 使命题 $p(x)$ 为真的集合 A 中所有元素的集合, 记作

$$\{x \in A \mid p(x)\};$$

如果从前后关系看, 集合 A 已经明确, 则可以简记作

$$\{x \mid p(x)\}.$$

例如, 由不等式 $2x-1>0$ 的所有的解组成的集合, 可以表示为

$$A=\{x \in \mathbb{R} \mid 2x-1>0\};$$

也可以简记作

$$A=\{x \mid 2x-1>0\}.$$

有时为了简便起见, 也常常直接在大括号内写上集合中元素的公共属性.

例如, 自然数集 \mathbf{N} , 整数集 \mathbf{Z} , 有理数集 \mathbf{Q} 可以表示为

$$\mathbf{N}=\{\text{自然数}\}, \mathbf{Z}=\{\text{整数}\}, \mathbf{Q}=\{\text{有理数}\}.$$

① 文 (John Venn, 1834 ~ 1923 年), 英国逻辑学家.

3. 文氏图法

把集合中的全部元素用一条封闭的曲线圈起来表示集合的方法, 叫做文氏图法.

例如, 图 1-1 表示由 a, b, c, d 这四个元素组成的集合.

这种表示方法比较形象、直观. 在幼儿园和小学数学教材里常采用这种表示方法.

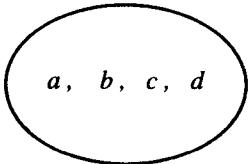


图 1-1

练习

1. (口答) 下面集合里的元素是什么?

- (1) {大于 3 小于 11 的奇数};
- (2) {平方等于 1 的数};
- (3) {12 的正约数};
- (4) {一年中有 31 天的月份}.

2. 下列各题中, 分别指出了一个集合的所有元素, 用适当的方法把这个集合表示出来:

- (1) 20 以内的质数;
- (2) 20 以内既是奇数而且是质数的数;
- (3) 方程 $x^2+5x+6=0$ 的解;
- (4) 太阳系的九大行星即水星、金星、地球、火星、木星、土星、天王星、海王星、冥王星;
- (5) 中国古代四大发明;
- (6) 长江、黄河、珠江、黑龙江.

3. 在 ____ 处填上符号 \in 或 \notin :

- (1) $1 \underline{\quad} \mathbb{N}, 0 \underline{\quad} \mathbb{N}, -3 \underline{\quad} \mathbb{N}, 0.5 \underline{\quad} \mathbb{N}, \sqrt{2} \underline{\quad} \mathbb{N};$
- (2) $1 \underline{\quad} \mathbb{Z}, 0 \underline{\quad} \mathbb{Z}, -3 \underline{\quad} \mathbb{Z}, 0.5 \underline{\quad} \mathbb{Z}, \sqrt{2} \underline{\quad} \mathbb{Z};$
- (3) $1 \underline{\quad} \mathbb{Q}, 0 \underline{\quad} \mathbb{Q}, -3 \underline{\quad} \mathbb{Q}, 0.5 \underline{\quad} \mathbb{Q}, \sqrt{2} \underline{\quad} \mathbb{Q};$
- (4) $1 \underline{\quad} \mathbb{R}, 0 \underline{\quad} \mathbb{R}, -3 \underline{\quad} \mathbb{R}, 0.5 \underline{\quad} \mathbb{R}, \sqrt{2} \underline{\quad} \mathbb{R}.$

1.3 子集

我们看下面两个集合

$$A = \{2, 3\}, B = \{2, 3, 5, 7\}.$$

集合 A 中每一个元素都是集合 B 的元素. 像这样,

如果集合 A 的任何一个元素都是集合 B 中的元素,
那么称集合 A 是 B 的子集, 记作

$$A \subseteq B \text{ (或 } B \supseteq A\text{)},$$

读作“ A 含于 B ”(或“ B 包含 A ”). 例如数集

$$\mathbf{N} \subseteq \mathbf{Z}, \quad \mathbf{Q} \subseteq \mathbf{R}.$$

对于任何一个集合 A , 因为它的任何一个元素都属于它本身, 所以有 $A \subseteq A$. 也就是说, 任何一个集合都是它本身的子集.

为了方便起见, 我们把不含任何元素的集合叫作空集, 记作 \emptyset . 例如:

$$\{\text{小于零的正整数}\} = \emptyset,$$

$$\{\text{两边之和小于第三边的三角形}\} = \emptyset.$$

我们规定空集是任何集合的子集. 也就是说, 对于任何集合 A , 有 $\emptyset \subseteq A$.

如果 A 是 B 的子集, 并且 B 中至少有一个元素不属于 A , 那么称集合 A 是 B 的真子集, 记作

$$A \subsetneq B \text{ (或 } B \supsetneq A\text{)},$$

读作“ A 真包含于 B ”.

例如, 自然数集 \mathbf{N} 是实数集 \mathbf{R} 的子集, 也是 \mathbf{R} 的真子集, 所以 $\mathbf{N} \subsetneq \mathbf{R}$.

集合 B 同它的真子集 A 之间的关系, 可以用图 1-2 中 B 同 A 的关系来说明, 其中 A , B 两个圆的内部分别表示集合 A , B .

显然, 空集是任何非空集合的真子集.

对于两个集合 A 与 B , 如果 $A \subseteq B$, 同时 $B \subseteq A$, 我们就说这两个集合相等, 记作

$$A = B,$$

读作“ A 等于 B ”.

例如, $A = \{x \mid x^2 + 3x + 2 = 0\}$, $B = \{-1, -2\}$, 则

$$A = B.$$

例 1 写出集合 $\{a, b\}$ 的所有的子集.

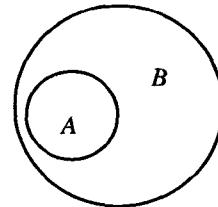


图 1-2

解：集合 $\{a, b\}$ 的所有的子集是 \emptyset 、 $\{a\}$ 、 $\{b\}$ 和 $\{a, b\}$.

例 2 写出不等式 $5x-8 > x+4$ 的解集.

解：不等式 $5x-8 > x+4$ 的解集是

$$\{x \mid 5x-8 > x+4\} = \{x \mid 4x > 12\} = \{x \mid x > 3\}.$$

例 3 写出方程 $3x^2+2x-5=0$ 的解集.

解：方程 $3x^2+2x-5=0$ 的解集是

$$\begin{aligned} &\{x \mid 3x^2+2x-5=0\} \\ &= \left\{ x \mid x = \frac{-2 \pm 8}{6} \right\} \\ &= \left\{ 1, -\frac{5}{3} \right\}. \end{aligned}$$

练习

1. 在下面各题中的横线处填上适当的符号 (\in , \notin , $=$, \subseteq , \supseteq):
 (1) $a \underline{\quad} \{a\}$; (2) $a \underline{\quad} \{a, b, c\}$;
 (3) $d \underline{\quad} \{a, b, c\}$; (4) $\{a\} \underline{\quad} \{a, b, c\}$;
 (5) $\{a, b\} \underline{\quad} \{b, a\}$; (6) $\{2, 4, 6\} \underline{\quad} \{\text{偶数}\}$.
2. 写出集合 $\{a, b, c\}$ 的所有子集.
3. 写出不等式 $5x+3 < 7x-1$ 的解集.
4. 写出方程 $3x^2-6x+2=0$ 的解集.

1.4 交集

我们看下面两个集合:

$$A=\{1, 2, 3, 6\}, B=\{1, 2, 5, 10\}.$$

容易看出, 集合 $\{1, 2\}$ 是由同时属于 A 和 B 的所有元素组成的. 这时, 我们就说集合 $\{1, 2\}$ 是集合 A 与 B 的交集.

一般地, 对于给定的集合 A, B , 由所有既属于 A 又属于 B 的元素组成的集合, 叫做集合 A 与 B 的交集, 记作 $A \cap B$, 读作“ A 与 B 的交集”.

图 1-3 的阴影部分, 表示集合 A 与 B 的交集

$A \cap B$.

由交集定义容易推出, 对于任何集合 A , 有

$$A \cap A = A, A \cap \emptyset = \emptyset.$$

例 1 已知 $A = \{x | x > -2\}$, $B = \{x | x < 3\}$, 求 $A \cap B$.

$$\begin{aligned} \text{解: } A \cap B &= \{x | x > -2\} \cap \{x | x < 3\} \\ &= \{x | -2 < x < 3\}. \end{aligned}$$

例 2 已知 $A = \{(x, y) | 4x + y = 6\}$, $B = \{(x, y) | 3x + 2y = 7\}$, 求 $A \cap B$.

$$\begin{aligned} \text{解: } A \cap B &= \{(x, y) | 4x + y = 6\} \\ &\quad \cap \{(x, y) | 3x + 2y = 7\} \\ &= \left\{ (x, y) \middle| \begin{array}{l} \left. \begin{cases} 4x + y = 6, \\ 3x + 2y = 7 \end{cases} \right. \end{array} \right\} = \{(1, 2)\}. \end{aligned}$$

例 3 设 $A = \{\text{等腰三角形}\}$, $B = \{\text{直角三角形}\}$, 求 $A \cap B$.

$$\begin{aligned} \text{解: } A \cap B &= \{\text{等腰三角形}\} \cap \{\text{直角三角形}\} \\ &= \{\text{有两边相等且有一个角是直角的三角形}\} \\ &= \{\text{等腰直角三角形}\}. \end{aligned}$$

练习

- 设 $A = \{a, b, c, d\}$, $B = \{c, d, e, f\}$, 求 $A \cap B$.
- 设 $A = \{\text{能被 2 整除的正数}\}$, $B = \{\text{能被 3 整除的正数}\}$, 求 $A \cap B$.
- 设 $A = \{x | x < 3\}$, $B = \{x | x \geq 0\}$, 求 $A \cap B$.
- 设 $A = \{(x, y) | 3x + 2y = 1\}$, $B = \{(x, y) | x - y = 2\}$, 求 $A \cap B$.
- 设 $A = \{\text{锐角三角形}\}$, $B = \{\text{钝角三角形}\}$, 求 $A \cap B$.

1.5 并集

我们看下面两个集合:

$$A = \{1, 2, -2\}, B = \{1, -1, -2\}.$$

容易看出, 集合 $\{1, -1, 2, -2\}$ 是由所有属于

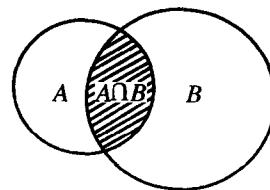


图 1-3

集合 A 或属于 B 或属于两者的元素组成的。这时，我们就说集合 $\{1, -1, 2, -2\}$ 是集合 A 与 B 的并集。

一般地，对于给定的集合 A, B ，由所有属于 A 或属于 B 或属于两者的元素组成的集合，叫做集合 A 与 B 的并集，记作 $A \cup B$ ，读作“ A 与 B 的并集”。

图 1-4 中的阴影部分，表示集合 A, B 的并集 $A \cup B$ 。



图 1-4

由并集定义容易知道，对于任何集合 A ，有

$$A \cup A = A, A \cup \emptyset = A.$$

例 1 设 $A = \{x | -1 < x < 2\}$, $B = \{x | 2 \leq x < 3\}$, 求 $A \cup B$ 。

$$\begin{aligned} A \cup B &= \{x | -1 < x < 2\} \cup \{x | 2 \leq x < 3\} \\ &= \{x | -1 < x < 3\}. \end{aligned}$$

例 2 设 $A = \{\text{锐角三角形}\}$, $B = \{\text{钝角三角形}\}$, 求 $A \cup B$ 。

$$\begin{aligned} A \cup B &= \{\text{锐角三角形}\} \cup \{\text{钝角三角形}\} \\ &= \{\text{斜三角形}\}. \end{aligned}$$

例 3 已知 \mathbf{Q} 为有理数集， \mathbf{Z} 为整数集，求 $\mathbf{Q} \cup \mathbf{Z}$, $\mathbf{Q} \cap \mathbf{Z}$ 。

$$\begin{aligned} \mathbf{Q} \cup \mathbf{Z} &= \{\text{有理数}\} \cup \{\text{整数}\} = \{\text{有理数}\} = \mathbf{Q}, \\ \mathbf{Q} \cap \mathbf{Z} &= \{\text{有理数}\} \cap \{\text{整数}\} = \{\text{整数}\} = \mathbf{Z}. \end{aligned}$$

练习

1. 设 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $B = \{4, 5, 6, 7\}$.

(1) 求 $A \cap B$, $A \cup B$;

(2) 用适当的符号(或或 \subseteq)填空:

$$A \cup B _ A, A \cap B _ A \cup B.$$

2. 设 $A = \{x \mid -2 < x < 1\}$, $B = \{x \mid 0 \leq x \leq 2\}$, 求 $A \cup B$.

3. 设 $A = \{\text{直角三角形}\}$, $B = \{\text{斜三角形}\}$, 求 $A \cup B$.

1.6 补集

在研究集合与集合之间的关系时, 在某些情况下, 这些集合都是某一个给定的集合的子集, 这个给定的集合可以看做一个全集, 常用符号 I 表示. 也就是说, 全集含有我们所要研究的各个集合的全部元素.

例如, 在研究数集时, 常常把实数集 \mathbf{R} 作为全集; 在研究平面图形的集合时, 常常把全平面作为平面图形的全集.

已知全集 I , 集合 $A \subseteq I$, 由 I 中不属于 A 的所有元素组成的集合, 叫做集合 A 在集合 I 中的补集, 记作 $[I]A$, 读作“ I 中子集 A 的补集”.

图 1-5 中的长方形内表示全集 I , 圆内表示集合 A , 阴影部分表示集合 A 在集合 I 中的补集 $[I]A$.

由补集定义容易知道, 对于任何集合 A , 有

$$A \cup ([I]A) = I, A \cap ([I]A) = \emptyset.$$

例如, 如果 $I = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $A = \{1, 3, 5\}$, 那么

$$[I]A = \{2, 4, 6\}.$$

例 1 设 $I = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$, $A = \{3, 4, 5\}$, $B = \{4, 7, 8\}$. 求 $[I]A$, $[I]B$, $([I]A) \cap ([I]B)$, $([I]A) \cup ([I]B)$.

解: $[I]A = \{1, 2, 6, 7, 8\}$,

$$[I]B = \{1, 2, 3, 5, 6\},$$

$$([I]A) \cap ([I]B)$$

$$= \{1, 2, 6, 7, 8\} \cap \{1, 2, 3, 5, 6\}$$

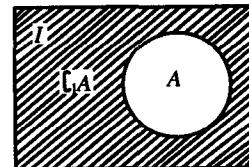


图 1-5

$$\begin{aligned}
 &= \{1, 2, 6\}, \\
 (\complement_I A) \cup (\complement_I B) &= \{1, 2, 6, 7, 8\} \cup \{1, 2, 3, 5, 6\} \\
 &= \{1, 2, 3, 5, 6, 7, 8\}.
 \end{aligned}$$

例 2 设 $I = \{\text{梯形}\}$, $A = \{\text{等腰梯形}\}$, 求 $\complement_I A$.

解: $\complement_I A = \{\text{不等腰梯形}\}$.

练习

1. 设 $I = \{\text{小于 } 9 \text{ 的正整数}\}$, $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{3, 4, 5, 6\}$.

求 $\complement_I A$, $\complement_I B$, $(\complement_I A) \cap (\complement_I B)$, $\complement_I (A \cap B)$.

2. 设 $I = \{\text{四边形}\}$, $A = \{\text{至少有一组对边平行的四边形}\}$, 求 $\complement_I A$.

习题一

- 在下列各题中分别指出了一个集合的所有元素, 用适当的方法把这个集合表示出来:
 - 组成中国国旗图案的颜色;
 - 世界上最高的山峰;
 - 由 1, 2, 3 这三个数字中抽出一部分或全部数字 (没有重复) 所排成的一切自然数;
 - 直角坐标系第一象限内所有的点的坐标.
- 写出方程 $x^2 + x - 1 = 0$ 的解集.
- 写出方程组

$$\begin{cases} x+y=3, \\ y+z=4, \\ z+x=5 \end{cases}$$

的解集.

- 在下列各题中, 指出关系式 $A \subseteq B$, $A \supseteq B$, $A \subsetneq B$, $A \supsetneq B$,