高等职业教育 计算机软件 / 计算机网络 专业系列教材

计算机应用数学（下）

■主 编 金本清

Jisuanji Yingyong Shuxue

重庆大学出版社

高等职业教育计算机软件/计算机网络专业系列教材

计算机应用数学（下）

■主 编 金本清 副主编 吴大裕
■参 编 龚建华 程贤锋

Jisuanji Yingyong Shuxue

重庆大学出版社

内容提要

本书浅显易懂地将多元函数微分学、线性代数、离散数学等三部分内容整合为一本书。全书内容包括:多元函数微分学、行列式、矩阵、线性方程组、命题逻辑、集合的基本概念与运算、图论简介。适合高等职业教育理论够用的要求。

图书在版编目(CIP)数据

计算机应用数学.下/金本清主编.—重庆:重庆大学出版社,2005.9
(高等职业教育计算机软件、计算机网络专业系列教材)
ISBN 7-5624-3413-1

Ⅰ.计… Ⅱ.金… Ⅲ.电子计算机—应用数学—高等学校:技术学校—教材 Ⅳ.TP301.6

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2005)第 065211 号

高等职业教育计算机软件、计算机网络专业系列教材

计算机应用数学(下)

主　编　金本清
副主编　吴大裕
责任编辑:陈　杲　黄晓东　版式设计:吴庆渝
责任校对:许　玲　　　　责任印制:秦　梅

*

重庆大学出版社出版发行
出版人:张鸽盛
社址:重庆市沙坪坝正街 174 号重庆大学(A 区)内
邮编:400030
电话:(023)65102378　65105781
传真:(023)65103686　65105565
网址:http://www.cqup.com.cn
邮箱:fxk@cqup.com.cn(市场营销部)
全国新华书店经销
重庆科情印务有限公司印刷

*

开本:787×1092　1/16　印张:9.75　字数:213 千
2005 年 9 月第 1 版　2005 年 9 月第 1 次印刷
印数:1—3 000
ISBN 7-5624-3413-1　　定价:13.00 元

编委会

顾　问　邱玉辉

主　任　樊启宙　张学礼

副主任　杨滨生　任德齐　刘彩琴

委　员　（以姓氏笔画为序）

王　津　孙　辉　吴　焱

陈　晴　张洪星　张　英

黄顺强　袁开榜　龚小勇

序

高等职业教育具有“高等”和“职业”的双重特征，其目标是培养生产、建设、管理、服务第一线需要的高等技术应用型专门人才，是世界教育发展的共同趋势。近年来，我国高等教育的结构改革极大促进了高等职业教育事业的发展，高等职业教育已成为我国高等教育的重要组成部分。

为了适应我国高等教育的改革，进一步满足高等职业教育计算机软件计算机网络专业的教学及学科建设的需要，在全国各高等职业技术院校的支持下，重庆大学出版社采取学校、企业合作的形式，在全国十余所高等职业技术学院及企业（武汉职业技术学院、邢台职业技术学院、南昌工程学院、昆明冶金高等专科学校、重庆电子职业技术学院、重庆正大软件技术学院、重庆正大软件有限公司等）计算机相关专业的专家、学者中成立了编委会，并组建了一批具有丰富教学和实践经验的“双师型”作者队伍，力求编写出一套适合高等职业教育特点的高质量系列教材。

教学与生产相结合，理论和实践相结合，学校和社会相结合是高等职业教育的生命线；以技术应用能力和职业素质为主线来设计教学体系是高等职业教育教学改革的方向。依据高等职业教育的发展方向，本系列教材将强调理论知识的应用；注重基本能力、专业能力、综合能力及其技能的培养作为编写宗旨。

本系列教材将计算机与信息技术行业的标准及其技术岗位的需求作为组织编写的依据；在保证理论够用的基础上，根据产业结构、技术岗位体系以及职业岗位能力的要求组织理论和实训教材，并将职业教育的教学模式和方法融入其中。为了便于教学，今后将进一步建立学习资源网站，开

发立体化教材。

本系列教材特点如下：

1. 以培养计算机网络、软件应用型人才为目标，遵循教育规律，系列教材的各分册相互衔接，并具有相关性和独立性。

2. 教材编写模块化。即将两个专业各自划分为若干个模块，他们既共同拥有共享的基础模块，又各自拥有一定选择余地的专业模块。各门专业课程教材均可以一条逐步深化的主线将教学贯穿于学生学习的始终，形成“基础”、“提高”和“应用”3 个层次的分阶段教学模式，学生在不断提高应用水平后可以直接承揽工程。

本系列教材的体系结构如下：

<table>
<tr><td rowspan="5">通用模块</td><td rowspan="4" colspan="2">基础模块</td><td>计算机专业英语</td><td>*计算机应用数学(上)</td><td>计算机应用电子技术</td></tr>
<tr><td>*计算机网络技术基础</td><td>计算机应用数学(下)</td><td>*JAVA 程序设计基础</td></tr>
<tr><td>Delphi 程序设计基础</td><td>Visual Basic 程序设计基础</td><td>*Visual C ++ 程序设计基础</td></tr>
<tr><td>*计算机网络操作系统</td><td>计算机硬件技术基础</td><td>网页设计与网站建设</td></tr>
<tr><td colspan="2">数据库模块</td><td>*数据库技术基础与应用</td><td>数据库技术提高</td><td>数据库技术应用</td></tr>
<tr><td rowspan="9">专业模块</td><td rowspan="6">软件专业</td><td>软件工程模块</td><td>*软件工程</td><td>软件测试技术</td><td></td></tr>
<tr><td rowspan="3">可视化编程模块</td><td>JAVA 程序设计提高</td><td>Visual Basic 程序设计提高</td><td>*Delphi 程序设计提高与应用</td></tr>
<tr><td>JAVA 程序设计应用</td><td>Visual Basic 程序设计应用</td><td>Delphi 程序设计应用</td></tr>
<tr><td>Visual C ++ 程序设计提高</td><td>Visual C ++ 程序设计应用</td><td></td></tr>
<tr><td>多媒体编程模块</td><td>*多媒体程序设计</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>网络编程模块</td><td>网络程序设计</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td rowspan="3">网络专业</td><td>局域网模块</td><td>网络专业局域网技术基础</td><td>局域网技术应用</td><td></td></tr>
<tr><td>广域网模块</td><td>广域网技术应用</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>工程模块</td><td>*网络安全与防火墙技术</td><td>网络系统集成与综合布线工程技术</td><td></td></tr>
</table>

注：①*课程为秋季推出的教材，其他课程将陆续推出，实训教材正在筹划之中。

②希望各院校和企业教师、专家参与本系列教材的建设，并请毛遂自荐担任后续教材的主编或参编，联系 E-mail：lich@cqup.com.cn。

3. 理论知识以够用为度，以实例、项目的工程实现为主线，将重点放在应用及操作技能上。

4. 力求创新。将新技术、新工艺纳入教材，尽可能体现文化性、社会性和艺术性，以利于提高学生的综合素质。

5. 思考题和习题具有启迪性和创新性。在编程、网络工程类教材的各章习题中大都有包含与教材内容同步的中小型工程习题（或试验），全书最终将完成多个完整的工程实例。

本系列教材面向高等职业教育，适合于各类高等专科学校、高等职业学校、成人高等学校及高等院校主办的二级职业技术学院，并可作为从事计算机工作的工程技术人员的自学参考书。

该套教材的出版，重庆大学出版社的领导和编辑做了大量的工作，各教材的作者付出了艰苦的努力。但是，由于教材从策划到出版仅用了一年多一点的时间，承担教材编写任务的教师大多都担负着繁重的教学任务。在时间紧、任务重的情况下，教材中一定有不少不尽如人意之处，诚挚希望读者提出批评和建议，以便再版时改进。

编委会

2004 年 8 月

前　言

本书是21世纪高职高专计算机类专业系列教材之一。根据教育部高职高专培养目标和对高等数学课的基本要求，与时俱进，对传统的高等数学教材有所改变，在贴近时代、贴近学生、贴近生活的思想指导下编写而成，并经计算机系列教材编委会审定。

在培养高级技术应用型人才目标的指导下，根据“理论够用、注重实训”的原则，结合高职高专数学课程教学起点较低，学时数也偏少，但需加强应用的实际情况，本书在编写时，有以下几个特点：

1. 在第一部分多元函数微分学中，充分注意到与一元函数微分学的异同，重点介绍多元函数微分学与一元函数微分学不同的地方，对相似或相同的定理则不进行讨论。

2. 在第二部分线性代数中删去了 n 维向量这个对高职高专学生来说比较抽象的概念，直接从消元法引入线性方程组的解法。充分突出了专科教育中“以应用为目的，以必需和够用为度”的原则。

3. 在第三部分离散数学中选取了对计算机最有用的部分，包括命题逻辑、集合与关系，删去了谓词逻辑和代数系统的全部内容，使离散数学的结构更为紧凑实用。

本书主要内容包括：多元函数微分学，线性代数，离散数学等三部分内容。其中多元函数部分由金本清编写，主要包含多元函数微分学及其应用。离散数学部分由龚建华编写，主要包含逻辑，集合及图论等内容。线性代数部分由程贤

锋编写,主要包含矩阵,行列式,向量与方程组等内容。全书最后由金本清统稿。

由于水平有限,缺点错误在所难免,恳请专家、读者批评指正。

编　者

2005 年 7 月

目录

8 多元函数微分学

9 行列式

10 矩 阵

11 线性方程组

离散数学

12 命题逻辑

13　集合与关系

14　图论简介

8 多元函数微分学

上册中讨论的函数都是只依赖于一个自变量,称为一元函数,记作 $y=f(x)$. 但是在自然科学与工程技术的很多实际问题中,常常会遇到多个变量之间相互依赖、相互制约的关系,反映到数学上,就产生了多元函数的概念及其微分和积分问题. 本章在一元函数微分学的基础上,讨论多元函数微分学及其应用. 值得注意的是,一元函数微分学的一些重要结论不能简单地推广到多元函数中去,因此,在学习多元函数的过程中必须注意二者之间的异同之处. 本书在讨论中将以二元函数为主,因为,一般说来可以将二元函数的有关结论类推到二元以上的多元函数.

8.1 多元函数的概念、极限与连续性

8.1.1 多元函数的概念

1) 多元函数的概念

例 8.1 圆锥体的体积 V 与底圆半径 r,高 h 之间有关系式:$V=\frac{1}{3}\pi r^2h$,其中 r 和 h 是两个独立的变量. 当变量 r,h 在一定的范围($r>0,h>0$)内分别变化时,通过上面的关系式,V 总有一个确定的值与它们对应.

例 8.2 直流电路中,电流 I,电压 V 与电阻 R 之间有关系式:$I=\frac{V}{R}$,其中 V 和 R 是两个独立的变量,当变量 V,R 在一定的范围($V>0,R>0$)内分别变化时,通过上面的关系式,I 总有一个确定的值与它们对应.

上面的例子虽然实际意义各不相同,但具有相同的属性,因此引出二元函数的定义.

定义 1 设有 3 个变量 x,y 和 z,如果 x,y 在某个范围内取一定的值时,按照某种对应的法则 f,变量 z 总有唯一确定的值与它们对应,则称 z 是 x,y 的函数,记作 $z=f(x,y)$,并称 x,y 为自变量,z 为因变量. 自变量 x,y 所能取到的值 (x,y) 的全体称为二元函数的定义域,通常记作 D.

当自变量 x,y 取一定的值 (x_0,y_0) 时,因变量 z 的对应值 z_0 称为二元函数 $z=f(x,y)$ 在 $x=x_0,y=y_0$ 时的函数值,记作

$$z_0=f(x_0,y_0) \qquad (\text{或 } z\big|_{(x_0,y_0)},\ z\big|_{\substack{x=x_0\\y=y_0}})$$

2)二元函数的定义域

下面来求多元函数的定义域.对于直接从实际问题中产生的多元函数,其定义域应根据实际意义确定;而对于单纯由数学式子表示的函数,其定义域则为使这个式子有意义的自变量的取值范围.具体求法与一元函数相同.

例 8.3 求下列函数的定义域.

(1)$z=\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2-y^2}}$

(2)$z=\arcsin\left(\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{2}\right)-\sqrt{4x-y^2}$

解 (1)由 $1-x^2-y^2>0$,即 $x^2+y^2<1$.这是 xOy 平面上一个以原点为中心,以 1 为半径的圆,包括内部,不包括圆周,如图 8.1 所示的阴影部分.

(2)要使函数有意义,自变量 x,y 的取值必须同时满足:

$$\begin{cases}\left|\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{2}\right|\leqslant 1\\ 4x-y^2\geqslant 0\end{cases}$$

即函数的定义域为

$$\begin{cases}\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{2}\leqslant 1\\ y^2\leqslant 4x\end{cases}$$

如图 8.2 所示.

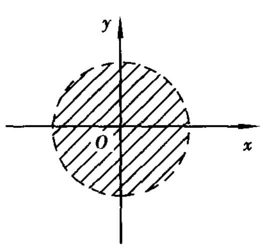

图 8.1

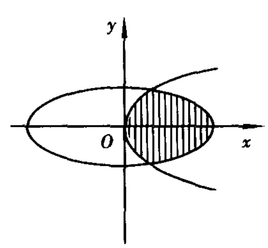

图 8.2

注 图形用阴影表示出来,对于边界,若包括用实线;若不包括,则用虚线.

例 8.4 求 $u=\ln\left(1-x^2-\dfrac{y^2}{4}-z^2\right)$的定义域.

解 要使函数有意义,必须使

$$1-x^2-\frac{y^2}{4}-z^2>0, \text{即} x^2+\frac{y^2}{4}+z^2<1$$

因此,该函数的定义域是 $x^2+\frac{y^2}{4}+z^2=1$ 的内部,不包括边界曲面,如图 8.3 所示.

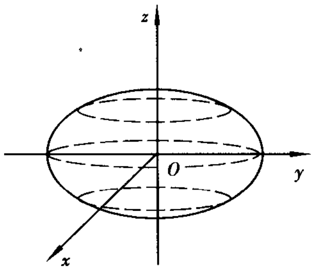

图 8.3

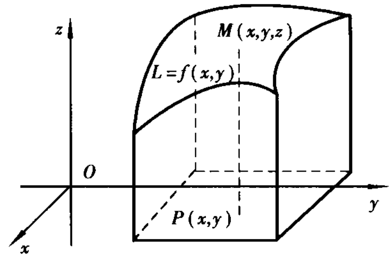

图 8.4

3)二元函数的几何意义

设二元函数 $z=f(p)=f(x,y)$, $p(x,y)\in D$,这里 D 是函数 f 的定义域. 集合 $\{(x,y,z)\mid z=f(x,y),(x,y)\in D\subset\mathbf{R}^2\}\subset\mathbf{R}^3$,称为二元函数 $z=f(x,y)$ 的图形. 一般来说其图形是欧氏空间中的一张曲面,它与平行于 Oz 轴的直线至多有一个交点,如图 8.4 所示.

特别地,也可能是空间中的一张平面,或一条曲线,或一个点.

8.1.2 二元函数的极限与连续

定义 2 设二元函数 $z=f(x,y)$ 在点 $p_0(x_0,y_0)$ 的某邻域 $U(p_0)$ 内有意义,若存在常数 A, $\forall\varepsilon>0$, $\exists\delta>0$,当 $0<(x-x_0)^2+(y-y_0)^2<\delta^2$ 时都有 $|f(p)-A|=|f(x,y)-A|<\varepsilon$,称 A 是函数 $f(p)=f(x,y)$ 当点 $p(x,y)$ 趋于点 $p_0(x_0,y_0)$ 时的极限,记作 $\lim\limits_{(x,y)\to(x_0,y_0)}f(x,y)=A$ 或 $\lim\limits_{p\to p_0}f(p)=A$ 或 $\lim\limits_{\substack{x\to x_0\\y\to y_0}}f(x,y)=A$ 或 $f(x,y)\to A(x\to x_0,y\to y_0)$.

必须注意这个极限与点 $p(x,y)$ 趋于点 $p_0(x_0,y_0)$ 的方式无关,即不论 p 以什么方向和路径趋向 p_0,只要 p 距离 p_0 充分接近,就能使 $f(p)$ 与 A 接近到预先任意指定的程度. 点 p 趋于 p_0 点方式可有无数种,比一元函数仅有左、右两个单侧极限要复杂得多,如图 8.5 所示.

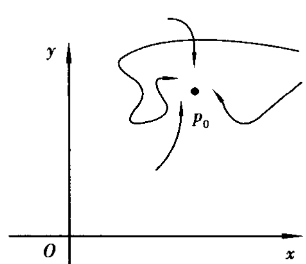

图 8.5

同样可用归结原则,若发现点 p 按两个特殊的路径趋于点 p_0 时,$f(p)$ 极限存在,但不相等,则 $f(p)$ 在该点 p_0 极限不存在. 这是判断多元函数极限是否存在的重要方法之一.

一元函数极限中除了单调有界定理外,其余的有关性质和结论,在二元函数极限里

都有相同的结果,在这里就不一一叙述.

例如:$\lim\limits_{\substack{x\to x_0\\y\to y_0}} f(x,y)=A$,有 $f(x,y)=A+\alpha$,其中$\lim\limits_{\substack{x\to x_0\\y\to y_0}}\alpha=0$.

求多元函数的极限,一般都是转化为一元函数的极限来求,或利用夹逼定理来计算.

例 8.5 求$\lim\limits_{\substack{x\to\infty\\y\to\infty}}\dfrac{x+y}{x^2-xy+y^2}$

解 由$0\leqslant\left|\dfrac{x+y}{x^2-xy+y^2}\right|\leqslant\dfrac{|x+y|}{2|xy|-xy}\leqslant\dfrac{|x+y|}{|xy|}\leqslant\dfrac{1}{|x|}+\dfrac{1}{|y|}$

而$\lim\limits_{\substack{x\to\infty\\y\to\infty}}\left(\dfrac{1}{|x|}+\dfrac{1}{|y|}\right)=0$,由夹逼定理知,$\lim\limits_{x\to 0}\left|\dfrac{x+y}{x^2-xy+y^2}\right|=0$,即

$$\lim_{x\to 0}\frac{x+y}{x^2-xy+y^2}=0$$

例 8.6 求$\lim\limits_{\substack{x\to 0\\y\to a}}\dfrac{\sin xy}{x}$

解 $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\y\to a}}\dfrac{\sin xy}{x}=\lim\limits_{\substack{x\to 0\\y\to a}}\dfrac{\sin xy}{xy}\cdot y=1\cdot a=a$

例 8.7 求$\lim\limits_{\substack{x\to\infty\\y\to\infty}}\left(\dfrac{xy}{x^2+y^2}\right)^{x^2}$

解 因为$0\leqslant\left(\dfrac{xy}{x^2+y^2}\right)^{x^2}\leqslant\left(\dfrac{1}{2}\right)^{x^2}$,$\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{1}{2}\right)^{x^2}=0$

故由夹逼定理知$\lim\limits_{\substack{x\to\infty\\y\to\infty}}\left(\dfrac{xy}{x^2+y^2}\right)^{x^2}=0$

例 8.8 研究函数$f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{2xy}{x^2+y^2} & \text{当 } x^2+y^2\neq 0\\ 0 & \text{当 } x^2+y^2=0\end{cases}$ 在点(0,0)处极限是否存在.

解 由$\lim\limits_{\substack{x\to 0\\y=kx}}\dfrac{2x\cdot kx}{x^2+k^2x^2}=\dfrac{2k}{1+k^2}$

对于不同的 k,可得到不同的极限值,从而知$\lim\limits_{\substack{x\to 0\\y\to 0}}f(x,y)$不存在,

但$\lim\limits_{y\to 0}\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{2xy}{x^2+y^2}=\lim\limits_{y\to 0}\dfrac{0}{y^2}=\lim\limits_{y\to 0}0=0$,$\lim\limits_{x\to 0}\lim\limits_{y\to 0}\dfrac{2xy}{x^2+y^2}=\lim\limits_{x\to 0}0=0$

注意 $\lim\limits_{x\to x_0}\lim\limits_{y\to y_0}f(x,y)$,$\lim\limits_{y\to y_0}\lim\limits_{x\to x_0}f(x,y)$与$\lim\limits_{\substack{x\to x_0\\y\to y_0}}f(x,y)$的区别,前面两个本质上是二次求一元函数的极限,称为累次极限,而最后一个是二元函数的极限,称为二重极限.

例 8.9 $f(x,y)=x\sin\dfrac{1}{y}+y\sin\dfrac{1}{x}$. 它关于原点的两个累次极限都不存在,因为对任何 $y\neq 0$,当 $x\to 0$ 时,f 的第二项不存在极限;同理对任何 $x\neq 0$ 时,f 的第一项也不存在极限,但是 $0\leqslant|f(x,y)|\leqslant|x|+|y|$,由$\lim\limits_{\substack{x\to 0\\y\to 0}}(|x|+|y|)=0$,因此$\lim\limits_{\substack{x\to 0\\y\to 0}}f(x,y)=0$.