21世纪高职高专基础课规划教材

高等数学

Advanced Mathematics

下册

主编　肖胜中

NEUPRESS
东北大学出版社

高　等　数　学

下　册

主编　肖胜中

东北大学出版社
·沈　阳·

图书在版编目（CIP）数据

高等数学（下册） / 肖胜中主编 .— 沈阳 ：东北大学出版社，2006.8
ISBN 7-81102-040-8

Ⅰ. 高…　Ⅱ. 肖…　Ⅲ. 高等数学—高等学校—教材　Ⅳ. O13

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2005）第 077625 号

出 版 者：东北大学出版社
地址：沈阳市和平区文化路 3 号巷 11 号
邮编：110004
电话：024—83687331（市场部）　83680267（社务室）
传真：024—83680180（市场部）　83680265（社务室）
E-mail：neuph @ neupress.com
http：//www.neupress.com
印 刷 者：沈阳市第六印刷厂
发 行 者：新华书店总店北京发行所
幅面尺寸：184mm × 260mm
印　　张：9.75
字　　数：243 千字
出版时间：2006 年 8 月第 2 版
印刷时间：2006 年 8 月第 2 次印刷
责任编辑：刘乃义　刘宗玉
责任校对：薛　平
封面设计：唐敏智
责任出版：秦　力

定　　价：14.00 元

前　言

高等数学是高职高专院校各专业的公共必修课，是一门重要的基础课；既是学习后续课程必须掌握的基础知识，也是日后开展工作、解决问题应学会的基本方法．进入21世纪以后，我国的高职高专教育发展迅猛，教育改革不断深入，但教材建设却稍显滞后，教材体系改革迫在眉睫．目前已经出版的一批高职高专数学教材虽然在稳定教学秩序、主导教学方向方面起到了一定的作用，但细看起来，许多教材内容偏难、偏多、偏深，形式单一，与高职高专所要求的“必须、够用”有一定的差距．为了改变这一现状，我们在总结多年数学教学经验、探索数学教学发展动向的基础上，借鉴了高职院校数学教材改革中一些成功的实践，根据高职高专教育人才培养目标和教育部新修订的《高职高专教育高等数学教学的基本要求》，优选教学内容，编写了这套《高等数学》教材．

在编写过程中，我们以教育部关于三年制高职高专教育的教学大纲为重要依据，以“必须、够用”为原则，以满足专业需要为目标，力争让这套书能在教学水平、科学水平、思想水平上符合人才培养目标及课程教学的基本要求．这套教材取材合适、深度适宜，题量能够达到巩固数学基本理论和掌握基本方法之目的，教材体系符合认知规律，富有知识性、可读性和趣味性，有利于激发学生学习数学的兴趣和能力的培养．

本书为这套教材的下册，其内容是与上册内容相配套的学习指南，是学习上册内容时的课外辅导书，其目的是释疑解难、强化训练．

经过多年的教学实践，我们感到高职学生数学基础较差，对高等数学的基本概念理解不深，且容易混淆；基本的方法难以熟练掌握，题型变化或灵活性强的题目就无从下手．为了提高学生理解基本概念的能力，灵活运用所学的知识去分析问题、解决问题的能力，我们编写了本书．

本书共分九章，每章有知识结构图，学习目的及要求，常考题型及解法，强化训练题、复习题、自测题等，其内容和目的是：

知识结构图：对该章进行提炼，帮助学生了解它的知识脉络及概

念.

学习目的及要求：帮助学生了解本章的重点、难点，使学生心中有数，把握学习的主动权，达到提高学习效果的目的.

常考题型及解法：根据本章的知识点和常考题型进行分类，总结出每类题型的一般解法及相关注意事项，并通过典型例题给出示范、分析、归纳.

强化训练题、复习题：为了加深对基本概念的理解，提高学生基本的解题能力，每章后配有若干套习题.

自测题：这一部分是为学生检查学习效果和应试能力而设计的，可进一步加深对新学内容的理解，提高解题能力.

由于编者水平所限，书中可能存在不少疏漏，恳请广大读者批评指正.

编　者
2006年8月

目　　录

第1章　函数、极限与连续

1.1　知识结构图

- 函数
  - 函数的定义
  - 反函数、复合函数的定义
  - 基本初等函数及初等函数的定义
  - 函数的三种表示法
    - 公式法
    - 表格法
    - 图形法
  - 函数的特性
    - 奇偶性
    - 单调性
    - 有界性
    - 周期性
- 极限
  - 数列的极限、函数的极限
  - 极限的运算法则
  - 两个重要极限
    - $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin x}{x}=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x}{\sin x}=1\Leftrightarrow\lim\limits_{\alpha(x)\to 0}\dfrac{\sin\alpha(x)}{\alpha(x)}=1$
    - $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\dfrac{1}{x}\right)^{x}=\lim\limits_{x\to 0}(1+x)^{\frac{1}{x}}=\mathrm{e}\Leftrightarrow\lim\limits_{\alpha(x)\to 0}(1+\alpha(x))^{\frac{1}{\alpha(x)}}=\mathrm{e}$
  - 无穷小与无穷大，无穷小的比较
- 函数的连续性
  - 函数连续的三个等价定义
  - 闭区间上连续函数的性质
    - 有界性定理
    - 最值定理
    - 介值定理
  - 函数的间断点
    - 第一类
      - 可去间断点
      - 跳跃间断点
    - 第二类

1.2 学习目的及要求

① 理解函数的定义,掌握函数定义域的求法;
② 了解初等函数的定义,掌握基本初等函数的表达式、定义域、图形及有关性质;
③ 理解复合函数的定义,掌握复合函数的复合步骤的分解方式;
④ 理解极限的概念,掌握极限的运算法则,并应用它求极限;
⑤ 掌握两个重要极限及无穷小的性质,会进行无穷小的比较;
⑥ 理解函数连续的定义,了解闭区间上连续函数的性质.

1.3 常考题型及解法

(1) 确定函数的定义域

函数的定义域是指函数有意义的自变量 x 的取值范围,判断函数有意义的方法通常是:

① 分式的分母不等于 0;
② 偶次根式中,被开方式为非负数;
③ 含有对数的表达式,真数式大于 0,底数式大于 0 不等于 1;
④ 反正弦、反余弦符号内的表达式的绝对值小于等于 1;
⑤ 若已知 $y=f(x)$的定义域是$[a,b]$,求 $y=f(g(x))$的定义域,方法是:$a\leqslant g(x)\leqslant b$;
⑥ 分段函数的定义域是各段函数定义域的并集;
⑦ 由实际问题建立的数学表达式,则要具体问题具体分析.

例 1 求下列函数的定义域:

(1) $y=\sqrt{x^2-5x+6}+\arcsin(2x-17)$;　　(2) $y=\ln(6x-12)+\sqrt{10-x}$.

解 (1) 要使函数有意义,必须

$$\begin{cases}x^2-5x+6\geqslant 0\\|2x-17|\leqslant 1\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x\leqslant 2 \text{ 或 } x\geqslant 3\\8\leqslant x\leqslant 9\end{cases}\Rightarrow \text{所求函数的定义域为}\{x|8\leqslant x\leqslant 9\};$$

(2) 要使函数有意义,必须

$$\begin{cases}6x-12>0\\10-x\geqslant 0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x>2\\x\leqslant 10\end{cases}\Rightarrow \text{所求函数的定义域为}\{x|2<x\leqslant 10\}.$$

例 2 已知 $f(x)$的定义域为$[-1,1]$,求函数 $y=f(2x-7)$的定义域.

解 由已知得$-1\leqslant 2x-7\leqslant 1$,即 $3\leqslant x\leqslant 4$ 为所求函数的定义域.

(2) 确定两个函数是否相同

确定函数的两个关键性的要素是:定义域和对应关系.因此,要确定两个函数是否相同,只要考虑这两点即可.

例 3 判断下列两对函数是否相同:

(1) $f(x)=\sin^2x+\cos^2x$ 与 $g(x)=1$;　　(2) $f(x)=\dfrac{x}{x}$与 $g(x)=1$.

解 (1) $f(x)$与 $g(x)$的定义域都是全体实数.而 $f(x)=\sin^2x+\cos^2x=1$,所以 $f(x)$与

$g(x)$有相同的对应法则.所以 $f(x)$与 $g(x)$是相同函数.

(2) $f(x)$的定义域是 $x\neq 0$,而 $g(x)$的定义域是 $x\in\mathbf{R}$.所以 $f(x)$与 $g(x)$不是相同的函数.

(3) 判断函数的奇偶性

判断函数的奇偶性,主要的方法就是利用定义,其次是利用奇偶的性质,即奇(偶)函数之和仍是奇(偶)函数;两个奇函数之积是偶函数;两个偶函数之积仍是偶函数;一奇一偶函数之积是奇函数.

例 4　判断下列函数的奇偶性:

(1) $f(x)=\dfrac{a^x-1}{a^x+1}$　($a>0$ 且 $a\neq 1$);　　(2) $f(x)=x^3(2x^2+\tan x^2)$.

解

(1) 用定义判断.因为

$$f(-x)=\frac{a^{-x}-1}{a^{-x}+1}=\frac{1-a^x}{1+a^x}=-\frac{a^x-1}{a^x+1}=-f(x),$$

所以

$$f(x)=\frac{a^x-1}{a^x+1}$$

是奇函数;

(2) 用性质判断.因为 x^3 是奇函数,$2x^2+\tan x^2$ 是偶函数,所以 $f(x)=x^3(2x^2+\tan x^2)$ 是奇函数.

(4) 数列极限的求法

利用数列极限的四则运算法则、性质以及已知极限求极限.

① 若数列通项的分子、分母都是关于 n 的多项式,则用分子分母中 n 的最高次项的幂函数同除分子分母,然后由四则运算法则求极限.

例 5　求下列数列的极限:

(1) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2+2n+5}{n^3+3n^2+5n-3}$;　　(2) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2n^2+n-1}{5n^2+3n-4}$;　　(3) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n+1}{\sqrt{n^2+3n-2}}$.

解　(1) 分子分母同除以 n^3 得

$$原式=\lim_{n\to\infty}\frac{\dfrac{1}{n}+\dfrac{2}{n^2}+\dfrac{5}{n^3}}{1+\dfrac{3}{n}+\dfrac{5}{n^2}-\dfrac{3}{n^3}}=0;$$

(2) 分子分母同除以 n^2 得

$$原式=\lim_{n\to\infty}\frac{2+\dfrac{1}{n}-\dfrac{1}{n^2}}{5+\dfrac{3}{n}-\dfrac{4}{n^2}}=\frac{2}{5};$$

(3) 分子分母同除以 n 得

$$原式=\lim_{n\to\infty}\frac{1+\dfrac{1}{n}}{\sqrt{1+\dfrac{3}{n}-\dfrac{2}{n^2}}}=1.$$

② 若通项中含有根式,一般采用先分子或分母有理化,再求极限的方法.

例 6 求 $\lim\limits_{n\to\infty}(\sqrt{n^2+n}-\sqrt{n^2-1})$.

解 对通项式有理化得

$$\begin{aligned}\text{原式}&=\lim_{n\to\infty}\frac{(\sqrt{n^2+n}-\sqrt{n^2-1})(\sqrt{n^2+n}+\sqrt{n^2-1})}{\sqrt{n^2+n}+\sqrt{n^2-1}}\\&=\lim_{n\to\infty}\frac{n+1}{\sqrt{n^2+n}+\sqrt{n^2-1}}\\&=\lim_{n\to\infty}\frac{1+\frac{1}{n}}{\sqrt{1+\frac{1}{n}}+\sqrt{1-\frac{1}{n^2}}}\\&=\frac{1}{2}.\end{aligned}$$

③ 若所求极限是无穷项之和,通常先利用等差或等比数列的前 n 项和的公式求和,再求极限.

例 7 求 $\lim\limits_{n\to\infty}\left(1-\frac{1}{2}+\frac{1}{2^2}-\frac{1}{2^3}+\cdots+(-1)^n\frac{1}{2^n}\right)$.

解 先求由 $a_1=1,q=-\frac{1}{2}$所构成的等比数列的前 n 项和,再求极限.

$$\begin{aligned}\text{原式}&=\lim_{n\to\infty}\frac{\left[1-\left(-\frac{1}{2}\right)^n\right]}{1-\left(-\frac{1}{2}\right)}\\&=\lim_{n\to\infty}\frac{2}{3}\left[1-(-1)^n\frac{1}{2^n}\right]\\&=\frac{2}{3}.\end{aligned}$$

④ 利用两边夹定理求数列极限,方法是将极限式中的每一项放大或缩小,并使放大或缩小后的数列具有相同的极限.

例 8 求 $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{n}{n^2+\pi}+\frac{n}{n^2+2\pi}+\cdots+\frac{n}{n^2+n\pi}\right)$.

解 因为

$$\frac{n}{n^2+i\pi}\geqslant\frac{n}{n^2+n\pi}\ (i=1,2,\cdots,n),\quad \frac{n}{n^2+i\pi}\leqslant\frac{n}{n^2+\pi}\ (i=1,2,\cdots,n),$$

所以

$$n\,\frac{n}{n^2+n\pi}\leqslant\frac{n}{n^2+\pi}+\frac{n}{n^2+2\pi}+\cdots+\frac{n}{n^2+n\pi}\leqslant n\,\frac{n}{n^2+\pi},$$

而

$$\lim_{n\to\infty}\frac{nn}{n^2+n\pi}=\lim_{n\to\infty}\frac{1}{1+\frac{\pi}{n}}=1,\quad \lim_{n\to\infty}\frac{nn}{n^2+\pi}=\lim_{n\to\infty}\frac{1}{1+\frac{\pi}{n^2}}=1,$$

所以

$$\lim_{n\to\infty}\left(\frac{n}{n^2+\pi}+\frac{n}{n^2+2\pi}+\cdots+\frac{n}{n^2+n\pi}\right)=1.$$

⑤ 若通项式为形如 1^∞ 的不定式形式，一般采用重要极限 $\lim\limits_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^n=\mathrm{e}$ 求极限.

例 9　求下列极限：

(1) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n+1}\right)^{n+3}$；　　(2) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{n+3}{n+1}\right)^n$.

解　用重要极限 $\lim\limits_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^n=\mathrm{e}$ 求极限.

(1) 原式 $=\lim\limits_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n+1}\right)^{n+1+2}$

$$=\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n+1}\right)^{n+1}\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n+1}\right)^2$$

$=\mathrm{e}$;

(2) 原式 $=\lim\limits_{n\to\infty}\left(1+\frac{2}{n+1}\right)^n$

$$=\lim_{n\to\infty}\left[\left(1+\frac{2}{n+1}\right)^{\frac{n+1-1}{2}}\right]^2$$

$$=\lim_{n\to\infty}\left[\left(1+\frac{2}{n+1}\right)^{\frac{n+1}{2}}\left(1+\frac{2}{n+1}\right)^{-\frac{1}{2}}\right]^2$$

$=\mathrm{e}^2$.

(5) 函数极限的求法

函数的极限比数列的极限复杂，原因有两个，一是自变量的变化过程多；二是函数式复杂. 因此，求函数的极限首先要观察自变量的变化和函数表达式，然后选择适当方法，一般地，函数极限有以下几种求法：

① 数列极限的求法也适合求函数的极限($x\to\infty$).

② 利用函数的连续性求函数的极限，即若 $f(x)$在 $x=x_0$ 处连续，则有 $\lim\limits_{x\to x_0}f(x)=f(x_0)$.

例 10　求 $\lim\limits_{x\to4}\frac{x+1}{x^2+5x+4}$.

解　因为函数 $f(x)=\frac{x+1}{x^2+5x+4}$ 在 $x=4$ 处连续，所以 $\lim\limits_{x\to4}\frac{x+1}{x^2+5x+4}=f(4)=\frac{1}{8}$.

③ 若求分段函数在分界点处的极限，则利用极限存在的充要条件求极限. 即函数在某一点极限存在的充要条件是函数在该点的左、右极限存在且相等.

例 11　已知

$$f(x)=\begin{cases}x^2+2x-3, & x\leqslant1,\\ x-1, & 1<x<3,\\ \sin x+1, & x\geqslant3,\end{cases}$$

求

$$\lim_{x\to1}f(x),\lim_{x\to3}f(x).$$

解　在 $x=1$ 处，求 $f(x)$的左、右极限：

$$\lim_{x\to1^-}f(x)=\lim_{x\to1^-}(x^2+2x-3)=0,\ \lim_{x\to1^+}f(x)=\lim_{x\to1^+}(x-1)=0,$$

所以$\lim\limits_{x\to 1}f(x)=0$;

在 $x=3$ 处,求 $f(x)$的左、右极限:

$$\begin{aligned}\lim_{x\to 3^-}f(x)&=\lim_{x\to 3^-}(x-1)\\&=2,\\ \lim_{x\to 3^+}f(x)&=\lim_{x\to 3^+}(\sin x+1)\\&=\sin 3+1.\end{aligned}$$

因为 $\lim\limits_{x\to 3^-}f(x)\neq\lim\limits_{x\to 3^+}f(x)$,所以$\lim\limits_{x\to 3}f(x)$不存在.

④ 利用两个重要极限求函数的极限.即若所求极限为形如$\frac{0}{0}$的不定式形式,并且极限式中含有三角函数,一般通过三角函数的恒等变换再利用重要极限$\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin x}{x}=1$求极限;若所求极限为形如 1^∞的不定式形式,并且所求函数易转化为$(1+u)^{\frac{1}{u}}$或$\left(1+\frac{1}{u}\right)^u$的形式,通常采用$\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\frac{1}{x}\right)^x=\mathrm{e}$求极限.

例 12 求$\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin 7x}{\arcsin 5x}$.

解 因为已知极限为$\frac{0}{0}$形式的不定式,且含有三角函数,则

$$\begin{aligned}\text{原式}&=\lim_{x\to 0}\frac{\sin 7x}{7x}\cdot\frac{5x}{\arcsin 5x}\cdot\frac{7x}{5x}\\&=\lim_{x\to 0}\frac{\sin 7x}{7x}\cdot\lim_{x\to 0}\frac{\sin(\arcsin 5x)}{\arcsin 5x}\cdot\lim_{x\to 0}\frac{7}{5}\\&=\frac{7}{5}.\end{aligned}$$

例 13 求$\lim\limits_{x\to 0}(\cos x)^{\frac{1}{\cos x-1}}$.

解 因为所求极限为 1^∞形式的不定式,由$\lim\limits_{x\to 0}(1+x)^{\frac{1}{x}}=\mathrm{e}$得

$$\begin{aligned}\text{原式}&=\lim_{x\to 0}[1+(\cos x-1)]^{\frac{1}{\cos x-1}}\\&=\mathrm{e}.\end{aligned}$$

⑤ 利用无穷小量的特性以及无穷小量与无穷大量的关系求极限.即无穷小量与有界变量之积仍是无穷小量,有限个无穷小量之积仍是无穷小量,有限个无穷小量之代数和仍为无穷小量,无穷小量与无穷大量的关系是互为倒数.

例 14 求下列函数的极限:

(1) $\lim\limits_{x\to 0}x^2\sin x\cos\frac{1}{x}$; (2) $\lim\limits_{x\to 2}\frac{x^2+2x-3}{x^2-4}$.

解 (1) 利用无穷小量的性质求该极限,因为当 $x\to 0$ 时,x^2, $\sin x$ 均是无穷小量,而$\cos\frac{1}{x}$为有界变量,所以$\lim\limits_{x\to 0}x^2\sin x\cos\frac{1}{x}=0$;

(2) 利用无穷大量与无穷小量的关系求该极限,因为当 $x\to 2$ 时,$x^2+2x-3\to 5$, $x^2-4\to$

0，所以$\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^2-4}{x^2+2x-3}=0$，所以$\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^2+2x-3}{x^2-4}=\infty$，极限不存在.

(6) 判断函数的连续性

利用函数连续性的等价定义，对于分段函数在分界点的连续性，可用函数在某点连续的充要条件，以及初等函数在其定义域内是连续函数的结论等来讨论函数的连续性.

例 15　讨论

$$f(x)=\begin{cases}2-e^{-x}, & x<0,\\ 2x+1, & 0\leqslant x<2,\\ x^2-3x+5, & x\geqslant 2\end{cases}$$

在 $x=0,x=2$ 处的连续性.

解　由已知，$x=0,x=2$ 均是分界点.

在 $x=0$ 处：

$$\lim_{x\to 0^-}f(x)=\lim_{x\to 0^-}(2-e^{-x})=1,$$

$$\lim_{x\to 0^+}f(x)=\lim_{x\to 0^+}(2x+1)=1,$$

而 $f(0)=1$，所以 $f(x)$在 $x=0$ 处连续；

在 $x=2$ 处：

$$\lim_{x\to 2^-}f(x)=\lim_{x\to 2^-}(2x+1)=5,$$

$$\lim_{x\to 2^+}f(x)=\lim_{x\to 2^+}(x^2-3x+5)=3,$$

所以$\lim\limits_{x\to 2}f(x)$不存在，故 $f(x)$在 $x=2$ 处不连续.

例 16　讨论当 a,b 为何值时，函数

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{x}\sin x, & x<0,\\ a, & x=0,\\ x\sin\dfrac{1}{x}+b, & x>0\end{cases}$$

在 $x=0$ 处连续.

解　在分界点 $x=0$ 处：

$$\lim_{x\to 0^-}f(x)=\lim_{x\to 0^-}\frac{1}{x}\sin x=1,\ \lim_{x\to 0^+}f(x)=\lim_{x\to 0^+}\left(x\sin\frac{1}{x}+b\right)=b,\ f(0)=a,$$

若使 $f(x)$在 $x=0$ 处连续，必须使 $\lim\limits_{x\to 0^-}f(x)=\lim\limits_{x\to 0^+}f(x)=f(0)$成立. 即 $b=1=a$，所以当 $a=b=1$ 时，函数在 $x=0$ 处连续.

1.4 强化训练题、复习题、自测题

1.4.1 函数

一、是非题

1. $y=\sqrt{x^2}$与 $y=x$ 相同; ( )
2. $y=(2^x+2^{-x})\ln(x+\sqrt{1+x^2})$是奇函数; ( )
3. 凡是分段表示的函数都不是初等函数; ( )
4. $y=x^2(x>0)$是偶函数; ( )
5. 两个单调增加函数之和仍为单调增加函数; ( )
6. 实数域上的周期函数的周期有无穷多个; ( )
7. 复合函数 $f[g(x)]$的定义域即 $g(x)$的定义域; ( )
8. $y=f(x)$在(a,b)内处处有定义,则 $f(x)$在(a,b)内一定有界. ( )

二、填空题

1. 函数 $y=f(x)$与其反函数 $y=\varphi(x)$的图形关于________对称;
2. 若 $f(x)$的定义域是$[0,1]$,则 $f(x^2+1)$的定义域是________;
3. $y=\dfrac{2^x}{2^x+1}$的反函数为________;
4. 若 $f(x)$是以 2 为周期的周期函数,且在闭区间$[0,2]$上 $f(x)=2x-x^2$,则在闭区间$[2,4]$上,$f(x)=$________;
5. $f(x)=x+1$, $\varphi(x)=\dfrac{1}{1+x^2}$,则 $f[\varphi(x)+1]=$________, $\varphi[f(x)+1]=$________;
6. $y=\log_2(\sin x+2)$是由简单函数________和________复合而成;
7. $y=x^x$ 是由简单函数________和________复合而成.

三、选择题

1. 下列函数中既是奇函数又是单调增加函数的是( );
   (A) $\sin^3 x$ (B) x^3+1 (C) x^3+x (D) x^3-x
2. 设 $f(x)=4x^2+bx+5$,若 $f(x+1)-f(x)=8x+3$,则 b 应为( );
   (A) 1 (B) -1 (C) 2 (D) -2
3. $f(x)=\sin(x^2-x)$是( ).
   (A) 有界函数 (B) 周期函数 (C) 奇函数 (D) 偶函数

四、计算下列各题:

1. 求 $y=\sqrt{3-x}+\arcsin\dfrac{3-2x}{5}$的定义域;

2. 已知 $f[\varphi(x)]=1+\cos x$，$\varphi(x)=\sin\dfrac{x}{2}$，求 $f(x)$；

3. 设 $f(x)=x^2$，$g(x)=e^x$，求 $f[g(x)]$，$g[f(x)]$，$f[f(x)]$，$g[g(x)]$；

4. 设

$$\varphi(x)=\begin{cases}|x|, & |x|<1,\\ 0, & |x|\geqslant 1.\end{cases}$$

求 $\varphi\left(\dfrac{1}{5}\right)$，$\varphi\left(-\dfrac{1}{2}\right)$，$\varphi(-2)$，并作出函数 $y=\varphi(x)$ 的图形.

五、某运输公司规定每吨货物每公里运价在 a km 以内 k 元，超过 a km 部分八折优惠.求每吨货物运价 m(元)和路程 s(km)之间的函数关系.

1.4.2 常用的经济函数

一、一商家销售某种商品的价格满足关系 $P=7-0.2x$(万元/t)，x 为销售量，商品的成本函数为 $C=3x+1$(万元).若每销售 1t 商品，政府要征税 t(万元)，试将该商家税后利润 L 表示为 x 的函数.

二、某工厂生产某种产品年产量为 x 台，每台售价为 250 元，当年产量在 600 台内时，可全部售出；当年产量超过 600 台时，经广告宣传后又可再多出售 200 台，每台平均广告费为 20 元，生产再多，本年就售不出去了.试建立本年的销售收入 R 与年产量 x 的函数关系.

三、设某商品的供给函数为 $S(x)=x^2+3x-70$，需求函数为 $Q(x)=410-x$，其中 x 为价格.

1. 在同一坐标系中，画出 $S(x)$，$Q(x)$ 的图形；
2. 求市场均衡价格.

四、某种产品每台售价 90 元，成本为 60 元，厂家为鼓励销售商大量采购，决定凡是订购量超过 100 台以上的，多出的产品实行降价，其中降价比例为每多出 100 台降价 1 元，但最低价为 75 元/台.

1. 试将每台的实际售价 P 表示为订购量 x 的函数；
2. 把利润 L 表示为订购量 x 的函数；
3. 当一商场订购 1 000 台时，厂家可获利润多少？

1.4.3 数列的极限

一、是非题

1. 在数列 $\{a_n\}$ 中任意去掉或增加有限项，不影响 $\{a_n\}$ 的极限；　(　　)
2. 若数列 $\{a_nb_n\}$ 的极限存在，则 $\{a_n\}$ 的极限必存在；　(　　)
3. 若数列 $\{x_n\}$ 和 $\{y_n\}$ 都发散，则数列 $\{x_n+y_n\}$ 也发散；　(　　)
4. 若 $\lim\limits_{n\to\infty}(u_n\cdot v_n)=0$，则必有 $\lim\limits_{n\to\infty}u_n=0$ 或 $\lim\limits_{n\to\infty}v_n=0$.　(　　)

二、填空题

1. $\lim\limits_{n\to\infty}(\sqrt{n+1}-\sqrt{n})=$ ________；