李海波工作室

新世纪高职高专教科书

高等应用数学

GAODENG YINGYONG SHUXUE

（上册）

吴志清 黄玉洁 主编

立信会计出版社

LIXIN KUAIJI CHUBANSHE

新世纪高职高专教科书

高等应用数学

GAODENG YINGYONG SHUXUE

（上册）

吴志清 黄玉洁 主编

朱峻鹦 副主编

立信会计出版社

LIXIN KUAIJI CHUBANSHE

图书在版编目(CIP)数据

高等应用数学.上册/吴志清,黄玉洁主编.—上海:立信会计出版社,2006.8

新世纪高职高专教科书

ISBN 7-5429-1680-7

Ⅰ.高… Ⅱ.①吴… ②黄… Ⅲ.应用数学-高等学校:技术学校-教材 Ⅳ.029

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2006)第 096743 号

出版发行	立信会计出版社
经　　销	各地新华书店
电　　话	(021)64388409
	(021)64391885(传真)
	(021)64695050
网上书店	*www.Lixinbook.com*
	(021)64388132
地　　址	上海市中山西路 2230 号
邮　　编	200235
网　　址	*www.lixinaph.com*
E-mail	*lxaph@sh163.net*
E-mail	*lxzbs@sh163.net*(总编室)

印　　刷	立信会计常熟市印刷联营厂
开　　本	890×1240 毫米　1/32
印　　张	10.875
插　　页	2
字　　数	283 千字
版　　次	2006 年 8 月第 1 版
印　　次	2006 年 8 月第 1 次
印　　数	3 000
书　　号	ISBN 7-5429-1680-7/O·0009
定　　价	19.50 元

内 容 提 要

本书是教育部高职高专规划教材，是以教育部高职高专应用数学课程的基本要求为依据，吸收国外先进职业教育思想编写的。全书从培养财经、工程、管理类应用型、实用型人才的目标出发，突出“最优化”思想的主线，借鉴国外先进职业教育经验，在内容上有适度的超前性，如“图与网络分析”部分的内容，开创了国内同类型教材之先河。

全书分上、下两册，上册主要讲述一元微积分、二元微积分及矩阵；下册主要讲述线性规划、图与网络分析；事件与概率、随机变量的数字特征、统计推断、方差分析与回归分析等。

本书可作为财经、工程、管理类各专业高职、高专及成人高校和相关专业各类培训班的应用数学教材，也可作为各类工程技术人员及管理人员自学参考用书。

前　　言

本书是教育部高职高专规划教材，根据教育部高职高专应用数学课程的基本要求，结合编者长期从事本学科科研及教学体会，并且吸收国内外先进职业教育思想编写而成。

全书从高职高专教育及财经、工程、管理类教学特点出发，以培养财经、工程、管理类应用型、实用型人才为目标，针对高职高专学生实际情况，取材与编排紧扣教学基本要求，牢牢把握“以应用为目的，以必需够用为度”的编写原则，在知识内容安排上，做到两个必需，即：一、作为21世纪高职高专教育所培养的人才在素质上所必需具备的数学知识；二、作为基础学科教育为后续专业基础课及专业课服务所必需具备的数学知识和在数学理论上做到“够用”为度，即必要的数学理论主要是为数学知识的应用服务的，故而在保证教材的先进性、科学性、完整性的前提下，适度降低理论上的要求。

全书共分上、下两册。上册为基础分册，主要讲述一元微积分、二元微积分及矩阵；下册为应用分册，主要讲述线性规划、图与网络分析、概率论与数理统计。各部分内容相对独立，可供财经、工程、管理类各专业选用。本教材始终贯串“最优化”思想，让学生学会使用最佳方案来分析、解决问题，即让学生掌握如何使成本最低、利润最大、工期最短、效益最好等理论和方法以及让学生懂得科学调查是决策的前提，优秀的决策是科学调查的结果。本教材还具有适度的超前性，借鉴国外先进职业教育思想，深入浅出地讲解“图与网络分析”，开国内同类型高职高专数学教材之先河。

书稿文字简详得当、通俗易懂，例题求解简明规范，强调思路分析，便于教师讲授及读者自学。书中每节后配有习题，每章后配有复习题。

教材中标有“*”的内容供教师选讲及学有余力的同学阅读，书末备有习题参考答案。

本册由比利时布鲁塞尔自由大学理学院应用数学专业硕士研究生吴志清学者、上海市工业与应用数学会高职高专专业委员会副主任黄玉洁任主编，朱峻鹮任副主编，参加编写的有吴亚芸、潘云。

本书由我国著名的财经学专家，中国注册会计师、中国会计学会理事、中国审计学会理事、中国生产力学会常务理事、曾受聘担任全国专科(高职)教育人才培养工作委员会副主任、享受国务院特殊津贴的专家、教授、研究员李海波任总主编。得到了教育部全国职业教育教学指导委员会委员、商业职业教育教学指导委员会副主任兼秘书长乔正康高级讲师的大力协助和支持。李海波工作室李俊、张翠琼、陈栋梁等同志负责编排、联系、出版、发行等工作。本书为李海波工作室系列教科书之一。

本册可作为高职高专财经、工程、管理类各专业的高等数学用书，也可作为成人高校及各类培训班相关专业的教学用书及参考资料，还可供各类工程技术人员及管理人才自学参考。本册用书的参考教学时数为72学时。

上海金融学院黄俊民教授、华东师大忻重义教授百忙中抽空认真审阅了全书，在此表示感谢！

本书得到了全国经济书店、中国生产力学会、高职高专有关院校、立信会计出版社和有关数学专家、学者以及相关人员的大力支持，在此一并致谢！

由于编者水平有限，书中难免会有不足、不当之处，敬请各位同仁及读者不吝赐教。

《高等应用数学》编委会

李海波工作室

目　　录

第一章　函　数

函数的概念是数学的一个非常重要的概念，本章主要介绍函数、复合函数、初等函数、分段函数的概念和一些在现实生活中常见的经济函数。

§1-1　函数的概念

一、函数的定义

我们知道，在现实世界中，物质的运动、发展与变化是普遍的，在对特定的现象进行观察时，我们发现在变化过程中，有些量保持不变，这些量被称为常量；而有些量则在不断发生变化，这些量被称为变量。在变化过程中变量往往不是孤立地存在，而是在与某个或某些量有相互制约、相互联系的对应关系。例如，有 1 000 件某种商品，要以单价 25 元销售，在销售过程中，单价是常量，销售量和营业额是变量，而且营业额依赖于销售量，当销售量确定时，营业额也随之被确定；又如，某企业生产一种产品，当单位成本一定时，则生产这种产品的总成本取决于生产产品数量。在上述例子中，这种量与量之间的依赖关系，通常被称为函数关系。

定义　设 D 是一个实数集，如果对属于 D 的每一个数 x，按照某个对应法则 f，都有惟一确定的数值 y 和它对应，那么 y 就称为定义在数集 D 上的 x 的函数，记作 $y=f(x)$。习惯上，x 称为自变量，y 称为因变量，数集 D 称为函数 $y=f(x)$ 的定义域；对于每一个 $x\in D$，按照对应法则 f 所得到的惟一的 y 值称为函数在点 x 处的函数值，全体函

数值所组成的集合 M 称为函数的值域。

不同的对应法则表示不同的函数。对应法则也常常用 φ、h、g、F 表示，那么函数也就可记作 $\varphi(x)$、$h(x)$、$g(x)$、$F(x)$等等。

例 1 某地区化肥第一年到第十年的消费方程为：

$$y=200+50x$$

其中 y 表示消费量(单位：万吨)，x 表示时间序数(即第几年)。当 x 在$\{1,2,3,\cdots,10\}$中任取一个数值时，按照 $y=200+50x$，总有唯一的确定值和它对应，因此，y 是 x 的函数，这个函数的定义域 $D=\{1,2,3,\cdots,10\}$，对应法则 $y=200+50x$。

例 2 求函数 $y=\dfrac{\lg(3-x)}{\sqrt{|x|-1}}$的定义域。

解 $\begin{cases}3-x>0\\|x|-1>0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x<3\\x>1\text{ 或 }x<-1\end{cases}$

得 $1<x<3$ 或 $x<-1$

所以，定义域 $D=(-\infty,-1)\cup(1,3)$

例 3 已知某函数的对应法则为 $f(x)=\dfrac{x}{1-x}$，求 $f(1+a)$，$f(x^2)$和 $f[f(x)]$。

解 $f(1+a)=\dfrac{(1+a)}{1-(1+a)}=-\dfrac{1+a}{a}$

$$f(x^2)=\frac{x^2}{1-x^2}$$

$$f[f(x)]=\frac{f(x)}{1-f(x)}=\frac{\dfrac{x}{1-x}}{1-\dfrac{x}{1-x}}=\frac{x}{1-2x}$$

又解 $f[f(x)]=f\left(\dfrac{x}{1-x}\right)=\dfrac{\dfrac{x}{1-x}}{1-\dfrac{x}{1-x}}=\dfrac{x}{1-2x}$

定义域和对应法则是构成函数的两个基本要素。因此，只有当

两个函数具有相同的定义域和对应法则时，才能称它们是相同的函数。

例 4 判断下列各组中的两个函数是否相同。

(1) $f(x)=2-x$, $g(x)=\dfrac{4-x^2}{2+x}$;

(2) $f(x)=\sqrt{x^2}$, $g(x)=x$;

(3) $f(x)=\ln\sqrt{x-1}$, $g(x)=\dfrac{1}{2}\ln(x-1)$。

解 (1) $f(x)$的定义域为：$x\in\mathbf{R}$,

$g(x)$的定义域为：$x\in(-\infty,2)\cup(-2,+\infty)$。

因为 $f(x)$、$g(x)$两个函数的定义域不同，

所以 $f(x)$与$g(x)$是两个不同的函数，即$f(x)\neq g(x)$。

(2) 虽然 $f(x)$、$g(x)$的定义域都为：$x\in\mathbf{R}$，但由于 $f(x)=\sqrt{x^2}$ $=|x|=\begin{cases}x, x\geqslant 0\\ -x, x<0\end{cases}$，而$g(x)$对于任一$x\in R$，均为$g(x)=x$。

因为 $f(x)$、$g(x)$的对应法则不同，

所以 $f(x)\neq g(x)$。

(3) 因为 $f(x)$、$g(x)$的定义域都为：$x>1$，且对应法则也相同，

所以 $f(x)=g(x)$。

二、函数的表示法

常用的函数表示法有：解析法(又称公式法)、表格法、图像法。

(一) 解析法

用数学式子表示自变量与因变量之间对应法则的方法称为解析法。其数学式子称为函数表达式。

例 5 $y=\dfrac{1}{4-x^2}+\sqrt{x+3}$。

这是用解析式表达 y 与 x 之间的函数关系，它的定义域 $D=[-3,-2)\cup(-2,2)\cup(2,+\infty)$。

(二) 表格法

将自变量的一系列数值与对应的函数值列成表格，以此表示自变量与因变量的对应法则的方法称为表格法。

例 6 某商店 2005 年各月的零售额(单位：万元)，如下表 1-1 所示。

表 1-1

月　份(t)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
零售额(S)	186	205	160	152	135	137	142	157	162	170	176	180

这是用表格表达了零售额 S 与月份 t 之间的函数关系，它的定义域 $D=\{1,2,3,\cdots,12\}$。

(三) 图像法

用一条平面曲线表示自变量与因变量之间的函数关系，这样的平面曲线称为函数图形。这种表示方法称为图像法。

例 7 某河道的一个断面图形如图 1-1 所示，其深度 y 与从一岸边 O 到测量点的距离 x 之间的对应关系由图 1-1 中曲线所示：

这里深度 y 与测距 x 的函数关系是用图形表示的，它的定义域 $D=[0,8]$。

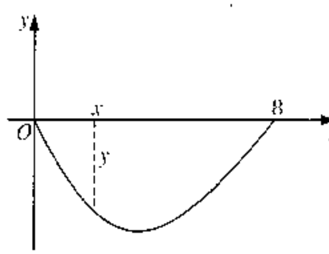

图 1-1

三、函数的四种特性

1. 函数的奇偶性

定义 如果函数 $y=f(x)$的定义域 D 关于原点对称，即 $a\in D$，必有 $-a\in D$，且对其中的任意 $x\in D$，

(1) 都有 $f(-x)=f(x)$，则称 $y=f(x)$为偶函数；

(2) 都有 $f(-x)=-f(x)$，则称 $y=f(x)$为奇函数。

偶函数 $y=f(x)$的图形关于 y 轴对称，如函数 $y=x^2$ 是偶函数，它的图形关于 y 轴对称；奇函数 $y=f(x)$的图形关于原点对称，如函数 y

$=x^3$ 是奇函数,它的图形关于原点对称。

2. 函数的单调性

定义 设函数 $y=f(x)$在区间(a,b)内有定义,如果对区间(a,b)内的任意两点 x_1、x_2,当 $x_1<x_2$ 时,有 $f(x_1)<f(x_2)$,则称 $f(x)$在(a,b)内是单调递增的,区间(a,b)为 $f(x)$的单调递增区间;若 $x_1<x_2$,有 $f(x_1)>f(x_2)$,则称 $f(x)$在(a,b)内是单调递减的,区间(a,b)为 $f(x)$的单调递减区间。例如,$y=x^2$ 在$(-\infty,0)$内单调递减,$(-\infty,0)$是 $y=x^2$的单调递减区间;$y=x^2$ 在$(0,+\infty)$内单调递增,$(0,+\infty)$是 $y=x^2$ 的单调递增区间。

3. 函数的周期性

定义 设函数 $y=f(x)$的定义域为 D,如果存在一个非零常数 l,使得对于任一 $x\in D$,都有 $x+l\in D$,且 $f(x+l)=f(x)$恒成立,则称函数 $f(x)$为周期函数,l 称为 $f(x)$的周期。显然,周期函数 $f(x)$的周期不是惟一的。

在周期函数 $f(x)$的所有周期中,如果存在一个最小的正周期 T,则称 T 为周期函数 $f(x)$的最小正周期,简称周期。通常我们所说的周期是指最小正周期,如 $y=\sin x$、$y=\cos x$ 都是以 2π 为周期,$y=\tan x$是以 π 为周期。

4. 函数的有界性

定义 设函数 $y=f(x)$在区间(a,b)内有定义[(a,b)可以是整个定义域,也可以是定义域的一部分],如果存在一个正数 M,对于所有的 $x\in(a,b)$,恒有 $|f(x)|\leqslant M$,则称函数 $f(x)$在(a,b)内是有界的;如果不存在这样的正数 M,则称 $f(x)$在(a,b)内是无界的。例如,$|\sin x|\leqslant 1$,所以 $y=\sin x$ 在定义域内是有界的,而对于 $y=\tan x$,不存在正数 M 使$|\tan x|\leqslant M$ 恒成立,所以 $y=\tan x$ 在定义域内是无界的。

习 题 1-1

1. 已知 $f(x)=x^3-a$,求 $f(0)$、$f(a)$、$f[f(a)]$。

2. 求下列函数的定义域。

(1) $y=\frac{x}{x^2-3x-4}$;

(2) $y=\sqrt{3-2x}$;

(3) $y=1-3^{1-x^2}$;

(4) $y=\frac{5}{x^2-4}$;

(5) $y=\ln\frac{x}{3-x}$;

(6) $y=\sqrt{|x|-1}$。

3. 判断下列各题中的两个函数是否相同？为什么？

(1) $f(x)=1$, $g(x)=\frac{x}{x}$;

(2) $f(x)=\sqrt{x^2}$, $g(x)=|x|$;

(3) $f(x)=\sqrt{(x-1)(x-2)}$, $g(x)=\sqrt{x-1}\cdot\sqrt{x-2}$;

(4) $f(x)=\ln x^2$, $g(x)=2\ln x$。

4. 将直径为 d 的圆木料锯成截面为内接矩形的木材，列出矩形截面两条边长之间的函数关系。

§1-2 初 等 函 数

一、反函数

定义 设函数 $y=f(x)$ 的定义域为 D，值域为 M。如果对于每一个 $y\in M$ 都有惟一确定的且满足 $y=f(x)$ 的 $x\in D$ 与之对应，其对应法则记为 f^{-1}，那么这个定义在 M 上的函数 $x=f^{-1}(y)$ 称为函数 $y=f(x)$ 的反函数。

习惯上用 x 表示自变量，用 y 表示因变量。因此，我们将函数 $x=f^{-1}(y)$ 改写为以 x 表示自变量、以 y 表示因变量的函数关系式 $y=$

$f^{-1}(x)$，这时我们说，函数 $y=f^{-1}(x)$是函数 $y=f(x)$的反函数。函数 $y=f(x)$的图像与其反函数 $y=f^{-1}(x)$的图像关于直线 $y=x$ 对称。

例 1 求函数 $y=\lg(x+1)$的反函数。

解 由 $y=\lg(x+1)$，

再将式中的 x 与 y 对换，则求得函数 $y=\lg(x+1)$的反函数为 $y=10^x-1$。

二、基本初等函数

下列函数统称为基本初等函数：

1. 常数函数：$y=C$；
2. 幂函数：$y=x^\alpha$（α 为任意实数）；
3. 指数函数：$y=a^x$（$a>0$ 且 $a\neq1$）；
4. 对数函数：$y=\log_a x$（$a>0$ 且 $a\neq1$）；
5. 三角函数：$y=\sin x$，$y=\cos x$，$y=\tan x$，
   $y=\cot x$，$y=\sec x$，$y=\csc x$；
6. 反三角函数：$y=\arcsin x$，$y=\arccos x$，
   $y=\arctan x$，$y=\text{arccot}\, x$。

现把一些常用的基本初等函数的定义域、值域、图像和性质列表如下（见表 2-1）：

三、复合函数、初等函数

进行函数研究时，常把某些函数看作是由几个函数复合而成的。例如，函数 $y=\sqrt{1-x^2}$表示 y 是 x 的函数，它的定义域 $D=[-1,1]$。如果我们引进辅助变量 u，把这个函数的对应法则看作是：对于任一 $x\in[-1,1]$，通过函数 $u=1-x^2$ 得到对应的 u 值；然后，对于这个 u 值，通过函数 $y=\sqrt{u}$得到对应的 y 值。这样，我们可说函数 $y=\sqrt{1-x^2}$是由函数 $y=\sqrt{u}$和 $u=1-x^2$ 复合而成，辅助变量 u 称为中间变量，像这类函数统称为复合函数。下面给出复合函数的定义：

定义 设 y 是 u 的函数，$y=f(u)$；而 u 又是 x 的函数，$u=\varphi(x)$，