

●北京师范大学出版社

成人高考 复习指导

数学

- 针对性
- 实用性
- 少而精

教考生掌握复习要领

助考生应试一臂之力

成人高考复习指导

数 学

明 知 白 主 编

作 者

蒋佩锦 邵琰明 明知白

刘美苍 贺信淳 史树德

北京师范大学出版社

成人高考复习指导

数 学

明知白 主编

作 者

蒋佩锦 邵琰明 明知白

刘美岩 贺信淳 史树德

•

北京师范大学出版社出版发行

全 国 新 华 书 店 经 销

人民交通出版社印刷厂印刷

开本: 787×1092 1/16 印张: 24.5 字数: 619千

1991年7月第1版 1991年7月 第1次印刷

印数: 1—38 000

7-303-01244-3/G·738

定价: 7.15 元

出版说明

发展教育事业，提高全民族的素质，是我国社会主义现代化建设的根本大计。我国社会主义现代化事业，需要大批专门人才。而全国各类成人高等教育，是培养国家所需的专门人才的一条重要的途径。

十年来，我国各类成人高等教育发展很快，共为国家培养了374万专门人才。现在参加成人高考的人数不断增加，1991年达到140万人。为了帮助成人高考的考生搞好复习，做好应试前的准备，以利于国家选拔人才，我们编辑出版《成人高考复习指导》丛书。它包括政治、语文、历史、地理、英语、数学、物理、化学。这一套丛书是根据国家教育委员会审定的《全国各类成人高等学校招生复习考试大纲》的要求编写的。同时还编辑出版了《全国各类成人高等学校招生考试考生答题情况分析·1991·》和《成人高考问答》。

这十种书是专为成人高考的考生编写的。作为编辑出版这套书的指导思想，我们着重考虑下列几点。（1）组织对于指导成人高考复习具有丰富经验的人员参加编写。他们既掌握国家教委对成人高考复习考试的要求，又掌握成人学习的特点，规律。（2）在编写中尽力体现两年来对成人高考要求的新精神、新信息，同时，在严格遵循复习考试大纲的要求以及考虑读者对象的前提下，努力编出新意。（3）针对性、实用性、少而精贯穿于编写的全过程，它是这一套书的一大特色。在编写中，既充分考虑到成人的学习特点，又认真分析了复习考试大纲对成人高考的要求；既教考生如何抓住基本知识和重点、难点进行复习，又教考生如何掌握复习方法和答题方法。书末附有三套模拟试题和1990年、1991年成人高考试题。以及各章练习题，模拟题，试题的答案。总之我们希望这套书能够成为成人高考的理想复习资料。同时恳请广大读者，批评指正。

“有志者事竟成”，成人高考的考生朋友，祝您成功！

内 容 提 要

本书是为了帮助成人高考的考生搞好复习，争取考出好成绩而编写的。其编写根据为国家教育委员会审定的《全国各类成人高等学校招生复习考试大纲》。

本书共包括四篇、十八章、四十六节及自测题、习题解答、全国成人高等学校招生统一考试试题及答案等内容，每篇均详细论述了该篇考生应掌握的内容，每章开始都明确指出了该章对考生的考试要求，每节均具体讲解了考试要求的知识内容。自测题是考试题的模拟，它可以帮助考生检测自己复习后所达到的水平。习题解答较为详细，有利于考生检查自己完成习题的情况。全国成人高等学校招生统一考试试题，可以使考生了解以往的考题内容，分析考题形式。

总之，本书便于考生朋友们复习使用，有利于提高自己的数学水平。

目 录

第一篇 代 数

第一章 数、式、方程和方程组	(1)
§1 数与式	(1)
§2 方程和方程组	(11)
第二章 集合	(28)
第三章 不等式和不等式组	(38)
§1 不等式的性质和简单不等式的证明	(38)
§2 解不等式(组)	(41)
§3 绝对值不等式	(46)
第四章 指数和对数	(52)
§1 指数	(52)
§2 对数	(56)
§3 简单指数方程和对数方程	(60)
第五章 函数	(68)
§1 函数的概念	(68)
§2 正比例函数、反比例函数和一次函数	(73)
§3 二次函数	(77)
§4 幂函数、指数函数和对数函数	(82)
第六章 数列、数学归纳法	(91)
§1 数列的概念	(91)
§2 等差数列与等比数列	(93)
§3 数学归纳法	(100)
第七章 排列、组合与二项式定理	(104)
§1 排列与组合	(105)
§2 二项式定理	(110)
第八章 复数	(114)
§1 复数的概念	(114)
§2 复数的表示法	(117)
§3 复数的运算	(120)

第二篇 三 角

第九章 三角函数及其有关概念	(129)
§1 角的概念与度量	(129)
§2 任意角的三角函数	(133)
第十章 三角函数式的变换	(138)
§1 同角公式与诱导公式	(139)

§2 两角和与两角差的三角函数	(148)
第十一章 三角函数的图象与性质	(159)
第十二章 反三角函数和简单三角方程	(166)
§1 反三角函数	(167)
§2 简单三角方程	(172)
第十三章 解三角形	(177)
§1 解直角三角形	(178)
§2 解斜三角形	(180)

第三篇 立体几何

第十四章 直线和平面	(186)
§1 平面的基本性质	(186)
§2 空间中直线与直线的位置关系	(187)
§3 空间中直线与平面的位置关系	(189)
§4 空间中平面与平面的位置关系	(195)
第十五章 多面体和旋转体	(203)
§1 棱柱和圆柱	(203)
§2 棱锥和圆锥	(208)
§3 球	(215)

第四篇 平面解析几何

第十六章 直线	(221)
§1 有向线段	(221)
§2 直线的方程	(224)
§3 两条直线的位置关系	(227)
§4 有关直线的公式	(230)
第十七章 圆锥曲线	(233)
§1 曲线和方程	(233)
§2 圆	(236)
§3 椭圆	(240)
§4 双曲线	(244)
§5 抛物线	(248)
§6 坐标轴的平移	(252)
第十八章 参数方程、极坐标	(258)
§1 参数方程	(258)
§2 极坐标	(261)
〔附录一〕 自测题	(267)
自测题一	(267)
自测题二	(269)
自测题三	(271)
〔附录二〕 习题解答	(274)
习题一解答	(274)
习题二解答	(280)

习题三解答	(282)	习题十二解答	(322)
习题四解答	(286)	习题十三解答	(329)
习题五解答	(291)	习题十四解答	(333)
习题六解答	(295)	习题十五解答	(335)
习题七解答	(299)	习题十六解答	(339)
习题八解答	(302)	习题十七解答	(346)
习题九解答	(307)	习题十八解答	(352)
习题十解答	(309)	自测题解答	(353)
习题十一解答	(317)		
〔附录三〕 全国成人高等学校招生统一考试题目			
1990年数学试题(文史财经类)			(358)
1990年数学试题(理工农医类)			(364)
1991年数学试题(理工农医类)			(370)
1991年数学试题(文史财经类)			(377)

第一篇 代 数

第一章 数、式、方程和方程组

〔考试要求〕

1. 理解有理数、实数及数轴、相反数、绝对值、算术平方根的概念，会进行有关的计算。

2. 理解有关整式、分式的概念，会进行有理数式的加、减、乘、除、乘方的运算。

3. 理解二次根式的有关概念和二次根式的性质，会进行二次根式的化简和运算。

4. 会解一元一次方程、一元二次方程，能灵活运用一元二次方程根的判别式以及根与系数的关系解决有关问题。

5. 会解有唯一解的二元一次方程组、三元一次方程组；会解由一个二元二次方程和一个二元一次方程组成的方程组，会解简单的由两个二元二次方程组成的方程组（主要指以下几种类型：用加减消元法可消去某个未知数、可消去二次项的，以及至少有一个方程可分解成一次方程的）。

〔复习指导〕

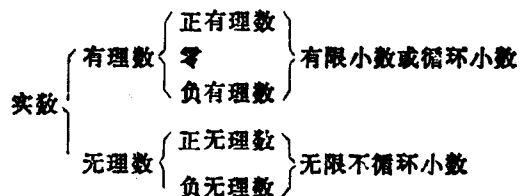
§1 数 与 式

一、实数

1. 实数系表

整数和分数统称有理数，有理数与无理数统称实数。

有理数与无理数都有正负之分，因此

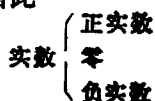


有以下几点注意：

(1) 偶数可以表示为 $2k$ ($k \in \mathbb{Z}$)，奇数可以表示为 $2k+1$ 或 $2k-1$ ($k \in \mathbb{Z}$)。

(2) 有理数一定可以表示为分数： $\frac{p}{q}$ ($p, q \in \mathbb{Z}$ ，且 $q \neq 0$)。

(3) 实数分正实数、负实数与零，因此



2. 有关实数的几个基本概念

(1) 数轴: 规定了原点、正方向和单位长度的直线叫做数轴。

注意: 实数集合与数轴上的点集是一一对应的, 数轴上的任意两点, 右边的点所对应的数一定大于左边的点所对应的数。

(2) 相反数

设 $a \in R$, 则 a 与 $-a$ 互为相反数。

实数 a, b 互为相反数的充要条件是 $a + b = 0$ 。

(3) 倒数

设 a 是非零实数, 则它的倒数是 $\frac{1}{a}$ 。

实数 a, b 互为倒数的充要条件是 $ab = 1$ 。

(4) 绝对值

设 $a \in R$, 那么

$$|a| = \begin{cases} a & (a > 0), \\ 0 & (a = 0), \\ -a & (a < 0). \end{cases}$$

绝对值的几何意义: $|a|$ 表示数轴上与 a 对应的点到原点的距离, $|a - a_0|$ 表示数轴上与 a 对应的点到与 a_0 对应的点的距离。

3. 有关实数的几条基本性质

(1) 设 $a, b \in R$, 则 a, b 之间必有且只有 $a > b$, $a = b$, $a < b$ 三者之一,

(2) 设 $a, b \in R$, 则

$$a > b \iff a - b > 0,$$

$$a = b \iff a - b = 0,$$

$$a < b \iff a - b < 0;$$

(3) 设 $a \in R$, 则 $|a| \geq 0$, $a^2 \geq 0$, $\sqrt{a} \geq 0 (a \geq 0)$, $|a|^2 = a^2$;

(4) 设 m, n, p 都是非负实数, 则

$$m + n + p = 0 \iff m = n = p = 0.$$

4. 实数的运算

(1) 基本运算

实数可以进行加、减、乘、除 (除数不为零)、乘方运算, 其结果仍是实数。任何实数都可以开奇次方, 但只有非负实数才能开偶次方, 其结果仍是实数。

(2) 运算律

设 $a, b, c \in R$, 则有

加法交换律: $a + b = b + a$;

加法结合律: $(a + b) + c = a + (b + c)$;

乘法交换律: $a \cdot b = b \cdot a$;

乘法结合律: $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$;

加法对乘法的分配律: $a(b + c) = ab + ac$ 。

(3) 运算顺序

在同一个式子里, 先做乘方、开方运算, 再做乘、除运算, 最后做加、减运算。当有括

号时, 则由里向外逐一去掉括号。

二、代数式

代数式是由运算符号(加、减、乘、除、乘方、开方)把数与字母连结而成的式子。

代数式的分类如下:

$$\text{代数式} \begin{cases} \text{有理式} \\ \text{无理式} \end{cases} \begin{cases} \text{整式 (单项式、多项式)} \\ \text{分式} \end{cases}$$

1. 整式

(1) 整式及其四则运算(略)。

(2) 常用的几个乘法公式:

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2,$$

$$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2,$$

$$(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc,$$

$$(a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2) = a^3 \pm b^3,$$

$$(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3 = a^3 \pm b^3 \pm 3ab(a \pm b).$$

(3) 多项式的因式分解

把一个多项式化成几个整式的积, 叫做多项式的因式分解。

因式分解的常用方法有:

(i) 提取公因式法——如果一个多项式的各项有公因式, 就把这个公因式提到括号外;

(ii) 公式法——把乘法公式反过来用, 当作因式分解的公式;

(iii) 分组分解法——把一个多项式经过适当分组, 或者经过拆项、添项减项, 再分组, 以便能够运用提取公因式法或公式法;

(iv) 十字相乘法——对于二次三项式 $ax^2 + bx + c$, 可试用十字相乘法, 例如

$$x^2 + (m+n)x + mn = (x+m)(x+n);$$

(v) 求根公式法——对于二次三项式 $ax^2 + bx + c$, 当 $\Delta = b^2 - 4ac \geq 0$ 时, 可求出二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 的两个实根 x_1, x_2 , 那么二次三项式 $ax^2 + bx + c$ 在实数集中可以分解为

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2),$$

当 $\Delta < 0$ 时, 二次三项式在实数集中不能分解。

(4) 幂的运算法则

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n},$$

$$a^m \div a^n = a^{m-n} (a \neq 0),$$

$$(a^m)^n = a^{mn},$$

$$(ab)^n = a^n b^n.$$

2. 分式

(1) 分式的基本性质

$$\frac{A}{B} = \frac{A \cdot M}{B \cdot M} \quad (M \neq 0),$$

$$\frac{A}{B} = \frac{A \div M}{B \div M} \quad (M \neq 0).$$

(2) 分式的四则运算 (略)。

(3) 分式的乘方: $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$ 。

(4) 繁分式的化简

繁分式实际上是分式除法的另一种形式, 所以可以利用除法法则来化简, 也可以利用分式的基本性质来化简。

3. 二次根式

(1) 平方根

如果 $x^2 = a$, 那么 x 叫做 a 的平方根。

一个正数 a 有两个平方根: $\sqrt{a}$ 与 $-\sqrt{a}$, 互为相反数; 零的平方根是零; 负数没有平方根。

非负实数 a 有平方根, 是 $\pm\sqrt{a}$ 。

(2) 算术平方根

正数 a 的正的平方根, 叫做 a 的算术平方根, 零的算术平方根是零。总之, 非负实数 a 的算术平方根是 $\sqrt{a}$ 。

利用

$$\sqrt{a^2} = |a| = \begin{cases} a & (a \geq 0), \\ -a & (a < 0) \end{cases}$$

与

$$\sqrt{(a-b)^2} = |a-b| = \begin{cases} a-b & (a \geq b), \\ b-a & (a < b), \end{cases}$$

将算术平方根问题转化为绝对值问题, 再按绝对值的意义分情况讨论, 是处理算术平方根问题的重要方法。

(3) 二次根式的运算

二次根式的加减: 先把各根式化为最简根式, 再合并同类根式;

二次根式的乘除:

$$\begin{aligned} \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} &= \sqrt{ab} \quad (a \geq 0, b \geq 0), \\ \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} &= \sqrt{\frac{a}{b}} \quad (a \geq 0, b > 0). \end{aligned}$$

分母有理化: 把分母中的根号化去, 叫做分母有理化。分母有理化时, 一般是把分子与分母都乘以同一个适当的代数式, 使分母不含根号。

例1 指出下列各数中的有理数, 并写出它们的相反数与倒数:

$$-1\frac{2}{5}, 0.\dot{3}, 0.33, -\sqrt{4}, \lg 10, \sin 45^\circ,$$

$0.3434434443\cdots$ (相邻两个 3 之间依次多 1 个 4)。

解: 因为

$$-\sqrt{4} = -2, \lg 10 = 1, \sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2},$$

因此所给的七个数中有理数有五个:

$$-1\frac{2}{5}, 0.\dot{3}, 0.33, -\sqrt{4}, \lg 10.$$

$-1\frac{2}{5}$ 的相反数是 $1\frac{2}{5}$, 倒数是 $-\frac{5}{7}$;

$0.\dot{3} = \frac{1}{3}$ 的相反数是 $-0.\dot{3}$ (或 $-\frac{1}{3}$), 倒数是 3;

$0.33 = \frac{33}{100}$ 的相反数是 -0.33 , 倒数是 $\frac{100}{33}$;

$-\sqrt{4} = -2$ 的相反数是 2, 倒数是 $-\frac{1}{2}$;

$\lg 10 = 1$ 的相反数是 -1 , 倒数是 1.

例2 用语言叙述下列各式所确定的实数 a, b 或 a, b, c 之间的关系:

(1) $a+b=0$; (2) $a-b=0$;

(3) $ab=0$; (4) $ab=-1$;

(5) $a^2+b^2=0$; (6) $a^2-b^2=0$;

(7) $abc \neq 0$; (8) $a^2+b^2+c^2 > 0$.

解: (1) a, b 互为相反数;

(2) a 与 b 相等;

(3) 由 $ab=0$ 得 $a=0$ 或 $b=0$, 即 a, b 中至少有一个为零 (包含三种情况: $a=0, b \neq 0$ 或 $b=0, a \neq 0$, 或 $a=b=0$);

(4) 由 $ab=-1$ 得 $a=-\frac{1}{b}$, 故 a, b 互为负倒数;

(5) $\because a, b \in R$,

$$\therefore a^2 \geq 0, b^2 \geq 0.$$

由 $a^2+b^2=0$ 可得 $a=b=0$, 即 a, b 同时为零.

(6) 由 $a^2-b^2=0$, 得 $a=\pm b$, 即 a 与 b 相等或互为相反数;

由 $a^2-b^2=0$ 也可以得到 $|a|=|b|$, 即 a 与 b 的绝对值相等;

(7) 由 $abc \neq 0$, 可以得到: $a \neq 0, b \neq 0, c \neq 0$, 即 a, b, c 都不为零;

(8) 由 $a^2+b^2+c^2 > 0$ 可以得到: a, b, c 中至少有一个不为零.

例3 求下列条件下实数 x 的取值或取值范围:

(1) $|x-1|=5$; (2) $|x|=-x$;

(3) $|3x-1|=3x-1$; (4) $\sqrt{(3-2x)^2}=3-2x$.

解: (1) 由 $|x-1|=5$, 得

$$x-1=\pm 5,$$

$$\therefore x_1=6, x_2=-4.$$

(2) 由于

$$|x| = \begin{cases} x & (x > 0), \\ 0 & (x = 0), \\ -x & (x < 0), \end{cases}$$

又 $x=0$ 时, $|x|=0=-x$, 因此所求的 x 的取值范围是 $x \leq 0$.

(3) 由 $|3x-1|=3x-1$, 得

$$3x-1 \geq 0,$$

$$\therefore x \geq \frac{1}{3}.$$

(4) 由于

$$\sqrt{(3-2x)^2} = |3-2x|,$$

而由 $|3-2x| = 3-2x$ 可得

$$3-2x \geq 0,$$

$$\therefore x \leq \frac{3}{2}.$$

例4 已知 $a, b, c \in R$, 并且

$$\frac{|a|}{a} + \frac{|b|}{b} + \frac{|c|}{c} = 1,$$

求 $\frac{|abc|}{abc}$ 的值.

分析: 由实数绝对值的意义可知:

$$\frac{|a|}{a} = \begin{cases} 1 & (a > 0), \\ -1 & (a < 0), \end{cases}$$

即 $\frac{|a|}{a}, \frac{|b|}{b}, \frac{|c|}{c}$ 只能取两个值: 1 或 -1. 再由

$$\frac{|a|}{a} + \frac{|b|}{b} + \frac{|c|}{c} = 1 \quad ①$$

可以得出: a, b, c 三个数中一定是两个为正 (此时①中左边有两个“+1”)、一个负 (此时①中左边有一个“-1”), 因此

$$abc < 0. \quad ②$$

在条件②下, $\frac{|abc|}{abc} = -1$.

解 (略).

例5 化简:

$$(1) (2a-1)(a^2+3a-2) - (2a^3-7a);$$

$$(2) (a^3-3ab^2-2b^3) + (a+b).$$

分析: 做(1)时, 可用多项式乘法法则展开 $(2a-1)(a^2+3a-2)$; 做(2)可用竖除法.

解: (1) $(2a-1)(a^2+3a-2) - (2a^3-7a)$

$$= (2a^3+5a^2-7a+2) - (2a^3-7a)$$

$$= 2a^3+5a^2-7a+2-2a^3+7a = 5a^2+2;$$

$$(2) \quad \begin{array}{r} a^3 - ab - 2b^2 \\ a+b \sqrt{a^3 - 3ab^2 - 2b^3} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} a^3 + a^2b \\ - a^2b - 3ab^2 \\ - a^2b - ab^2 \\ - 2ab^2 - 2b^3 \\ - 2ab^2 - 2b^3 \\ 0 \end{array}$$

$$\therefore (a^3 - 3ab^2 - 2b^3) \div (a + b) = a^2 - ab - 2b^2.$$

例6 化简

$$(1) (m-1)(m+1)(m^2+1)(m^4+1);$$

$$(2) \left(m + \frac{n}{2} - \frac{p}{3}\right)^2;$$

$$(3) \left(2a - \frac{b}{2}\right)^3;$$

$$(4) (t+2)(t-2)(t^2+2t+4)(t^2-2t+4).$$

分析: (1)~(4)均可用乘法公式化简.

$$\text{解: (1) } (m-1)(m+1)(m^2+1)(m^4+1)$$

$$= (m^2-1)(m^2+1)(m^4+1)$$

$$= (m^4-1)(m^4+1)$$

$$= m^8 - 1;$$

$$(2) \left(m + \frac{n}{2} - \frac{p}{3}\right)^2$$

$$= m^2 + \left(\frac{n}{2}\right)^2 + \left(-\frac{p}{3}\right)^2 + 2m \cdot \frac{n}{2} + 2m \left(-\frac{p}{3}\right) + 2 \cdot \frac{n}{2} \left(-\frac{p}{3}\right)$$

$$= m^2 + \frac{n^2}{4} + \frac{p^2}{9} + mn - \frac{2}{3}mp - \frac{1}{3}np;$$

$$(3) \left(2a - \frac{b}{2}\right)^3$$

$$= (2a)^3 - 3(2a)^2 \cdot \frac{b}{2} + 3 \cdot 2a \left(\frac{b}{2}\right)^2 - \left(\frac{b}{2}\right)^3$$

$$= 8a^3 - 6a^2b + \frac{3}{2}ab^2 - \frac{1}{8}b^3;$$

$$(4) (t+2)(t-2)(t^2+2t+4)(t^2-2t+4)$$

$$= [(t+2)(t^2-2t+2^2)][(t-2)(t^2+2t+2^2)]$$

$$= (t^3+2^3)(t^3-2^3)$$

$$= t^6 - 64.$$

例7 在实数范围内把下列各式分解因式:

$$(1) x^4 - 4y^4;$$

$$(2) a^4b + a^3b^2 - a^2b^3 - ab^4;$$

$$(3) a^3 + a^2b + ab^2 + b^3 - 1;$$

$$(4) (x^2 + 2x)^2 - 9;$$

$$(5) x^2 + x - 1.$$

$$\text{解: (1) } x^4 - 4y^4$$

$$= (x^2 - 2y^2)(x^2 + 2y^2)$$

$$= (x - \sqrt{2}y)(x + \sqrt{2}y)(x^2 + 2y^2);$$

$$\begin{aligned}
 (2) \quad & a^4b + a^3b^2 - a^2b^3 - ab^4 \\
 &= ab(a^3 + a^2b - ab^2 - b^3) \\
 &= ab[a^2(a+b) - b^2(a+b)] \\
 &= ab(a+b)(a^2 - b^2) \\
 &= ab(a+b)^2(a-b);
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (3) \quad & a^3 + a^2b + ab^2 + b^3 \\
 &= (a^3 - 1) + (a^2b + ab^2 + b^3) \\
 &= (a-1)(a^2 + a + 1) + b(a^2 + a + 1) \\
 &= (a^2 + a + 1)(a-1);
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (4) \quad & (x^2 + 2x)^2 - 9 \\
 &= (x^2 + 2x)^2 - 3^2 \\
 &= (x^2 + 2x - 3)(x^2 + 2x + 3) \\
 &= (x-1)(x+3)(x^2 + 2x + 3);
 \end{aligned}$$

(5) $\because$ 方程 $x^2 + x - 1 = 0$ 的根是

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2},$$

即

$$x_1 = -\frac{1 - \sqrt{5}}{2}, \quad x_2 = -\frac{1 + \sqrt{5}}{2},$$

$$\begin{aligned}
 \therefore x^2 + x - 1 &= \left[x - \left(-\frac{1 - \sqrt{5}}{2} \right) \right] \left[x - \left(-\frac{1 + \sqrt{5}}{2} \right) \right] \\
 &= \left(x + \frac{1 - \sqrt{5}}{2} \right) \left(x + \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \right).
 \end{aligned}$$

评注：第一，要注意在什么数集中分解因式，并在这个数集中分解到每一个因式都不能再分解为止。例如

$$\begin{aligned}
 & x^4 - 9 \\
 &= (x^2 + 3)(x^2 - 3) \quad (\text{在有理数集中}) \\
 &= (x^2 + 3)(x + \sqrt{3})(x - \sqrt{3}) \quad (\text{在实数集中}) \\
 &= (x + \sqrt{3}i)(x - \sqrt{3}i)(x + \sqrt{3})(x - \sqrt{3}) \quad (\text{在复数集中})
 \end{aligned}$$

因此做(1)与(4)时，要注意把 $x^2 - 2y^2$ 与 $x^2 + 2x - 3$ 分解到底，而 $x^2 + 2y^2$ 与 $x^2 + 2x + 3$ 在实数集中不能再分解了；第二，分解因式的方法往往不只一种，例如(2)还可以这样做：

$$\begin{aligned}
 & a^4b + a^3b^2 - a^2b^3 - ab^4 \\
 &= ab(a^3 + a^2b - ab^2 - b^3) \\
 &= ab[(a^3 - ab^2) + (a^2b - b^3)] \\
 &= \dots\dots
 \end{aligned} \tag{*}$$

或者(*)式中小括号内的第一、四项结为一组，第二、三项结为一组。

例8 设 $x \in R$ ，化简：

$$(1) \quad |5x - 8|;$$

$$(2) \quad |2x + 1| + |2 - x|.$$

分析：因为 x 是实数，为了去掉绝对值符号，应该讨论绝对值符号内的一次式的正负，

为此可令一次式为零, 求出相应的 x 的值, 这个值 (通常称为零点) 把实数集分成两个区间, 然后在每个区间上化简所给的式子.

对于 (1), 可令 $5x-8=0$, 得 $x=\frac{8}{5}$, 于是把 R 分成两个区间: $(-\infty, \frac{8}{5}]$, $(\frac{8}{5}, +\infty)$,

对于 (2), 先令 $2x+1=0$, 得 $x=-\frac{1}{2}$, 再令 $2-x=0$ 得 $x=2$, 于是把 R 分成三个区间: $(-\infty, -\frac{1}{2}]$, $(-\frac{1}{2}, 2]$, $(2, +\infty)$.

解: (1) 当 $x \leq \frac{8}{5}$ 时, $5x-8 \leq 0$, 此时

$$|5x-8| = -(5x-8) = 8-5x;$$

当 $x > \frac{8}{5}$ 时, $5x-8 > 0$, 此时

$$|5x-8| = 5x-8.$$

综上所述可知

$$|5x-8| = \begin{cases} 5x-8 & (x \geq \frac{8}{5}) \\ 8-5x & (x < \frac{8}{5}) \end{cases}.$$

(2) 当 $x \geq 2$ 时, $2-x \leq 0$, $2x+1 > 0$, 此时

$$\begin{aligned} & |2x+1| + |2-x| \\ &= |2x+1| - (2-x) \\ &= 2x+1+x-2 \\ &= 3x-1; \end{aligned}$$

当 $-\frac{1}{2} \leq x < 2$ 时, $2x+1 \geq 0$, $2-x > 0$, 此时

$$\begin{aligned} & |2x+1| + |2-x| \\ &= 2x+1+2-x \\ &= x+3; \end{aligned}$$

当 $x < -\frac{1}{2}$ 时, $2x+1 < 0$, $2-x > 0$, 此时

$$\begin{aligned} & |2x+1| + |2-x| \\ &= -(2x+1) + 2-x \\ &= -3x+1. \end{aligned}$$

综上所述可知