DAXUE WULI SHIYAN

# 大学物理实验

主编　谭金凤　张慧军

北京邮电大学出版社
www.buptpress.com

# 内 容 简 介

本书是根据教育部颁发的《高等工业学校物理实验课程教学的基本要求》，结合21世纪人才培养目标，总结大学物理实验课程建设多年来的实践经验，在山东建筑大学已使用教材的基础上，广泛吸取国内同类教科书的精华编写而成的。

全书共分7章，包括绪论、数据处理基本知识、常用测量仪器、基础性实验、近代物理实验和综合性实验、设计性实验等内容，共42个实验。本书在介绍实验基本原理与实验方法、实验内容与步骤时，力求繁简适当、通俗易懂，注重教学内容的系统性和实验技能的严格训练，以及学生能力和创新意识的培养与提高。

本书可作为高等院校理工科非物理类专业的实验教材，亦可作为有关实验教师和实验技术人员的参考书。

**图书在版编目(CIP)数据**

大学物理实验/谭金凤，张慧军主编．—北京：北京邮电大学出版社，2006
ISBN 7-5635-0973-9

Ⅰ．大…　Ⅱ．①谭…②张…　Ⅲ．物理学—实验—高等学校—教材　Ⅳ．04-33

中国版本图书馆CIP数据核字(2006)第094836号

---

**书　　名**：大学物理实验
**主　　编**：谭金凤　张慧军
**策 划 人**：章　剑
**责任编辑**：李云静
**出版发行**：北京邮电大学出版社
**社　　址**：北京市海淀区西土城路10号(100876)
**北方营销中心**：电话：010-62282185　传真：010-62283578
**南方营销中心**：电话：010-62282902　传真：010-62282735
**E-mail**：publish@bupt.edu.cn
**经　　销**：各地新华书店
**印　　刷**：北京通州皇家印刷厂
**开　　本**：787 mm×1 092 mm　1/16
**印　　张**：16
**字　　数**：359千字
**印　　数**：1—4 000册
**版　　次**：2006年8月第1版　2006年8月第1次印刷

---

ISBN 7-5635-0973-9/O·110　　　　定价：26.00元

# 前　　言

大学物理实验是一门独立设置的必修基础课程。实验教学的根本目的是“加强基础，重视应用，提高素质，培养能力，开拓创新”。作者在内容安排上以这一根本目的为主线，并在参考、借鉴许多其他大学物理实验教材的基础上，结合自身多年大学物理实验课程的教学经验及教学改革的探索与实践，编写了本教材。通过“大学物理实验”这门课的学习，可以使学生学会一些基本的实验方法、基本仪器的使用和基本的数据处理方法，力求使学生得到规范化的实验方法训练，并养成良好的实验习惯，独立完成实验，使其在实验能力和实验素养等方面得到严格的、良好的培养，以期为后续的实验课乃至今后从事科研工作打下坚实的基础。

物理实验课是一门体现集体智慧和劳动结晶的课程，是日积月累、逐步完善、发展和升华的结果。全书共分7章，实验3.2、实验3.4、实验3.5、实验4.2、实验4.6、实验6.2、实验6.5、实验7.2由张慧军老师执笔，实验4.7、实验5.5、实验6.4、实验6.6、实验6.9、实验7.11由陈文智老师执笔，实验3.1、实验5.1、实验5.2、实验7.1、实验7.3由赵苏生老师执笔，第1章、实验4.1、实验4.5、实验6.13、实验7.6、实验7.8由谭金凤老师执笔，实验3.3、实验4.4、实验6.1、实验6.3、实验6.8、实验7.7、实验7.9由刘增良老师执笔，实验3.6、实验4.3、实验5.3、实验5.4、实验6.10、实验7.4、实验7.5由贾晓东老师执笔，实验6.7、实验6.11由杜静老师执笔，实验6.12、实验7.10由史晓新老师执笔，2.1节由曹坤波老师执笔，2.2节由连鲁云老师执笔，2.3节由胡珑珑老师执笔。本书在编写过程中得到了同行专家的帮助及院领导的大力支持，借鉴并参阅了兄弟院校的有关教材和经验，在此谨致以深切的谢意。

由于编者水平有限，书中难免存在一些缺点和不妥之处，殷切希望广大读者批评指正。

编　者

2006年6月

# 目　　录

# 绪　论

**1. 物理实验课的地位和作用**

物理学是一门实验科学，任何物理概念的确立、物理规律的发现、物理理论的建立都有赖于实验，并受实验的检验。物理实验不仅对于物理学的研究工作极其重要，而且对于物理学在其他学科的应用也十分重要。特别是在近代，各学科相互渗透，产生了许多交叉学科和边缘学科，物理实验的构思、方法和技术在诸如化学、生物学、天文学、材料科学等学科的相互结合中已取得了巨大的成果，而且其前景是非常广阔的。因此，要研究与发展物理学，要把物理理论应用到各行各业的实际中去，都必须重视物理实验，学好物理实验。

作为培养高级工程技术人才的高等工科学校，不仅要使学生具备比较深厚而广博的科学理论知识，而且要使学生具有较强的从事科学实验的能力。物理实验是高等学校对学生进行系统的科学实验基本技能训练的第一门必修基础课，是学生进入大学后接受系统实验方法和实验技能训练的开端，它不仅培养学生学习运用实验的方法去观察、发现、分析和研究、解决问题的能力，而且也会为培养学生获取知识的能力、提高学生进行科学实验的素质，以及今后的学习和工作奠定良好的基础。

**2. 物理实验课的目的和任务**

物理实验作为一门独立的基础课，它有以下三方面的目的和任务：

(1) 通过对实验现象的观察分析和对物理量的测量，使学生进一步掌握物理实验的基本知识、基本方法及基本技能，并能应用物理学原理、物理实验方法研究物理现象和规律，加深对物理学原理的理解。

(2) 培养和提高学生从事科学实验的素质。包括：

理论联系实际和实事求是的科学作风；严肃认真的工作态度；不怕困难，主动进取的探索精神；遵守操作规程，爱护公共财物的优良品德；以及在实验中相互协作、共同探索的合作精神。

(3) 培养和提高学生科学实验的能力。包括：

- 自学能力——能够自行阅读实验教材或参考资料，正确理解实验内容，在实验前做好准备。
- 动手实践能力——能够借助教材和仪器说明书，正确调整和使用仪器。
- 思维判断能力——能够运用物理学理论，对实验现象进行初步的分析和判断。
- 表达书写能力——能够正确记录和处理实验数据，绘制图线，说明实验结果，撰写合格的实验报告。

- 简单设计能力——能够根据实验课题要求，确定实验方法和条件，合理选择仪器，拟定具体的实验程序。

**3. 物理实验课的主要教学环节**

为达到物理实验课的目的，学生应重视物理实验教学的3个重要环节。

(1) 实验预习：实验前要认真阅读实验教材和有关资料，充分理解实验的原理、方法和条件；了解所用仪器的工作原理、工作条件及操作规程；掌握、记住实验步骤和注意事项。实验前要写好预习报告，预习是上好实验课的基础和前提。

(2) 实验操作：学生进入实验室上课，必须携带实验教材和预习报告。实验正式进行之前，首先要熟悉所用仪器设备的性能以及正确的操作规程，切忌盲目操作。实验时一定要先观察现象，通过观察现象对被测的物理量有个定性的了解，然后再进行精确的测量。测量时一定如实记录数据，以便进行分析和讨论。原始数据应记录在报告册的数据草表中，并要注意正确确定数据的有效位数。

(3) 写实验报告：实验结束后要及时处理实验数据，数据处理过程包括计算、作图、误差分析等。数据处理后应给出实验结果，最后撰写出一份简洁明了、字迹端正、图表规范、结果正确、讨论认真且有见解的实验报告。

**4. 物理实验室的规则**

(1) 实验者应在规定时间内进行实验，不得随意迟到或缺席。

(2) 学生进入实验室后，应将已完成的实验预习报告提交指导教师检查同意后，方可进行实验。

(3) 无故迟到10 min以上或者没有预习或预习不合格者，不得进行实验。

(4) 进入实验室后，应保持实验室的安静和整洁。实验中应认真观测，正确操作，及时记录实验原始数据，决不允许事后追记。

(5) 实验时严格遵守仪器操作规程，注意安全，爱护仪器。实验中若发现仪器工作不正常或测量数据不合理，应立即与指导教师联系，不得擅自搬动或使用其他实验台上的仪器。

(6) 实验完成后，原始数据应经指导教师审阅签字，再整理仪器恢复原状，方可离开实验室。

# 第 1 章　测量误差及数据处理

## 1.1　测量与误差

**1. 测量**

物理实验是以测量为基础的，研究物理对象、验证物理原理、了解物理特性等都要进行测量。所谓的测量就是通过各种方法对“被测量”进行赋值。测量通常分为两类：一类是直接测量，如米尺测长度，秒表测时间，天平测质量等；一类是间接测量，即由直接测量所得的数据，利用已知的函数关系经运算得出所需的测量结果。如单摆测定重力加速度 $g$，先测出单摆摆长 $l$ 和周期 $T$，然后依据 $g=4\pi^2 l/T^2$ 算出 $g$ 这一测量结果。

**2. 误差**

任何测量仪器、测量方法、测量环境、测量者的观察力等都不可能做到绝对严密，这些就不可避免地伴随有误差产生，误差存在于一切测量的始终。测量值与真值（或约定真值）之差称为测量误差，简称误差。测量误差可用绝对误差表示，也可用相对误差表示。

绝对误差
$$\Delta x = x - x_0 \tag{1.1.1}$$
其中 $x$ 为测量值，$x_0$ 为真值。

相对误差
$$E = \left|\frac{\Delta x}{x_0}\right| \times 100\% \tag{1.1.2}$$

绝对误差反映了误差本身的大小，而相对误差反映了误差的严重程度。被测量的真值只是一个理想的概念，对测量者来说真值一般是不知道的。在实际测量中常用算术平均值或被测量量的公认值或较高准确度仪器测量的值来代替真值，称为约定真值。必须注意，绝对误差大的，相对误差不一定大。

**3. 误差的分类**

根据误差产生的原因以及误差的性质和来源，可将误差分为系统误差、随机误差。

（1）系统误差

系统误差的特点是：在相同测量条件下，对同一物理量进行多次测量的过程中，误差的大小和符号保持不变，或条件改变时按一定规律变化。

系统误差产生的主要原因如下所示。

① 仪器误差

由仪器、实验装置引起的误差。如仪器未校准、安装不正确、组件老化等。如秒表测单摆周期，表自身就走得慢，测得的时间 $t$ 肯定偏大，多次重复测量也无济于事。

② 理论误差

测量所依据公式自身的近似性，或实验条件达不到公式所规定的要求，或测量方法所引起的误差。如高灵敏度测量仪器规定在洁净实验室使用却在一般实验室使用；单摆周期公式 $T=2\pi\sqrt{l/g}$ 成立条件是摆角应趋于零，而实验时摆角超过 $5^{\circ}$ 等。

③ 环境误差

由于测量仪器偏离了仪器本身规定的使用环境或者测量条件而引起的误差，如室温的逐渐升高、外界电磁场的干扰、外界的振动等。

④ 人为误差

由于实验者的生理特点或固有习惯所造成的误差。如在估读数据时总是偏大或偏小等。

(2) 随机误差(偶然误差)及其分布规律

在相同条件下，对同一物理量进行多次重复测量，即使系统误差减小到最小程度之后，测量值仍会出现一些难以预料和无法控制的起伏，而且测量值误差的绝对值和符号在随机变化着，这种误差称为随机误差。

随机误差的主要来源有测量仪器、环境条件和测量人员等，其特征是随机性。它是大量因素对测量结果所产生的众多微小影响的综合结果，无法预知，也难以控制。随机误差不可能修正。对个体而言，随机误差是不确定的。但其总体(大量个体的总和)服从一定的统计规律，因此可用统计方法估计其对测量结果的影响。大量的随机误差服从正态分布(高斯分布)规律，其分布曲线如图 1.1.1 所示。图 1.1.1 中横坐标 $\delta$ 表示随机误差，纵坐标表示随机误差出现的概率密度分布函数 $f(\delta)$，根据误差理论可以证明函数的数学表述为

$$f(\delta)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}e^{-\frac{\delta^2}{2\sigma^2}} \tag{1.1.3}$$

测量值的随机误差出现在 $\delta$ 到 $\delta+d\delta$ 区间内的可能性(概率)为 $f(\delta)d\delta$，即图 1.1.1(a)中阴影线所包含的面积元。式(1.1.3)中的 $\sigma$ 是一个与实验条件有关的常量，称为标准误差，其值为

$$\sigma=\lim_{n\to\infty}\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}\delta_i^2}{n}} \tag{1.1.4}$$

由式(1.1.3)可知，随机误差正态分布曲线的形状取决于 $\sigma$ 值的大小，如图 1.1.1(b)所示。$\sigma$ 越小，分布曲线愈陡峭，峰值 $f(\delta)$ 愈高，这说明绝对值小的误差占多数，且测量值的重复性好，分散性小；反之，$\sigma$ 越大，曲线愈平坦，峰值 $f(\delta)$ 愈低，这说明测量值的重

复性差，分散性大。标准误差反映了测量值的离散程度。

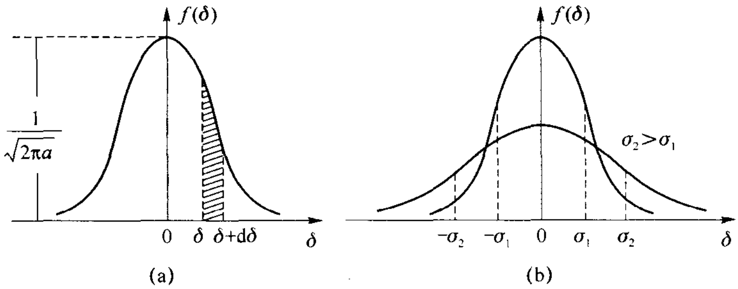



图 1.1.1 正态分布曲线

由于 $f(\delta)\mathrm{d}\delta$ 是测量值随机误差出现在小区间 $(\delta,\delta+\mathrm{d}\delta)$ 的概率，因此测量值误差出现在 $(-\sigma,\sigma)$ 区间内的概率就是

$$p=\int_{-\sigma}^{+\sigma} f(\delta)\mathrm{d}\delta = 68.3\%$$

若将区间扩大到 $(-2\sigma,2\sigma)$，则测量值出现在该区间的概率可提高到 94.5%；而测量值出现在 $(-3\sigma,3\sigma)$ 区间的概率为 99.7%。这说明绝对值大于 $\pm 3\sigma$ 的误差只有 0.003 的概率，即 1 000 次测量中只有 3 次测量的误差的绝对值会超过 $3\sigma$。一般的物理实验中的测量次数不会超过几十次，所以测量值误差超过 $\pm 3\sigma$ 范围的情况几乎不会出现，因此把 $3\sigma$ 称为极限误差。若发现测量列中某次测量值的误差绝对值大于 $\pm 3\sigma$，就可以认为它是由某种非正常因素造成的“坏值”，应予以剔除。

服从正态分布的随机误差具有以下性质：

① 单峰性 绝对值小的误差出现的概率比绝对值大的误差出现的概率大。

② 对称性 绝对值相等的正负误差出现的概率相等。

③ 有界性 非常大的误差出现的概率趋近于零。

④ 抵偿性 当测量次数 $n\to\infty$ 时，由于正负误差相互抵消，所以各误差的代数和趋于零。

一般来说，适当增加测量次数求平均可以减少随机误差。

**4. 测量结果的定性评价**

反映测量误差结果与真值接近的程度的量称为精度。一般用测量精度的高低对测量结果进行定性评价。精度可分：

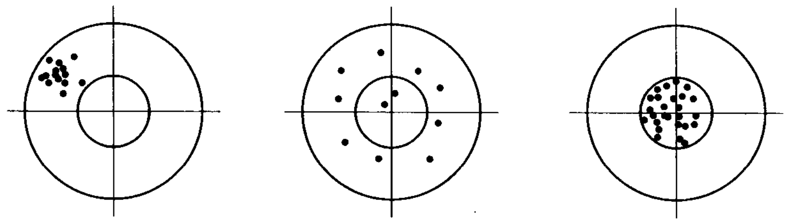
① 精密度 表示重复测量所得各测量值的离散程度。它反映了随机误差的大小与系统误差无关。

② 正确度 表示测量值或实验结果偏离真值的程度。它反映了系统误差的大小与随机误差无关。

③ 准确度 它是正确度和精密度的综合。它反映了系统误差和随机误差对测量结

果综合影响的大小。

如图 1.1.2 所示的打靶情况形象地描绘了三者的区别。



(a)　　　(b)　　　(c)

图 1.1.2　打靶情况分布图

图 1.1.2(a)属于随机误差小，系统误差大，故表示精密度高而正确度低；图 1.1.2(b)属于系统误差小，随机误差大，故表示正确度高而精密度低；图 1.1.2(c)属于系统误差和随机误差都小，故表示精密度与正确度都高，即准确度高。

正确度、精密度、准确度只是对测量结果作定性评价，要对测量结果作定量评价，就必须定量地估算各误差分量。

**5. 测量结果的最佳值——算术平均值**

若对一物理量进行了 $n$ 次等精度测量(同一个人，用同样的方法，使用同样的仪器并在相同的条件下对同一物理量进行的重复测量叫等精度测量)，得到一系列测量值 $x_1$，$x_2$，…，$x_n$，测量结果的算术平均值为

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} \tag{1.1.5}$$

由随机误差的统计特性可证明，当测量次数 $n \to \infty$ 时，算术平均值 $\bar{x}$ 就是真值的最佳值。

设真值为 $x_0$，根据误差的定义有

$$\Delta x_1 = x_1 - x_0$$
$$\Delta x_2 = x_2 - x_0$$
$$\vdots$$
$$\Delta x_n = x_n - x_0$$

$$\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} \Delta x_i = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i - x_0 = \bar{x} - x_0$$

根据随机误差的抵偿性，当 $n \to \infty$ 时，$\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} \Delta x_i \to 0$；因此 $\bar{x} \to x_0$，所以测量结果可用多次测量的算术平均值作为接近真值的最佳值。

**6. 随机误差的估算，平均值的标准偏差**

对直接测量或间接测量通常用标准偏差表示其测量误差。

(1) 单次测量的标准偏差估计

有些实验处在被动测量中,不允许进行重复测量,或者在间接测量中一些直接测量对最后结果影响很小,可能只对被测物测一次。对只测一次的物理量,其误差应根据仪器的质量、等级、实验方法等实际情况进行合理的估计。通常取仪器最小分度值 $\Delta_{仪}$ 的 $1/\sqrt{3}$ 作为其标准偏差估计,为简单计也可取 $\Delta_{仪}/2$ 作误差估计。

(2) 多次测量的标准偏差估计

有限的 $n$ 次测量,每次的测量值 $x_i$ 与平均值 $\bar{x}$ 之差又称残差,即

$$\Delta x_i = x_i - \bar{x} \qquad (i=1,2,3,\cdots,n) \tag{1.1.6}$$

由于残差可正可负,所以常用“方、和、根”对多次直接测量误差进行估计。标准偏差为 $\sigma_x$,可证明有限次测量中的单次测量的标准偏差为

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2}{n-1}} \tag{1.1.7}$$

$\sigma_x$ 是 $\sigma$ 的估算值,此式称为贝塞尔公式。$\sigma_x$ 反映了各次测量值的离散程度,任一次测量值 $x_i$ 的误差落在 $(\bar{x}-\sigma_x,\bar{x}+\sigma_x)$ 范围内的概率为 68.3% 。但由于 $\bar{x}$ 也是随机变量,其值随测量次数 $n$ 的增减而变化,但比 $x_i$ 的变化小,所以反映 $\bar{x}$ 离散程度的标准差 $\sigma_{\bar{x}}$ 比 $\sigma_x$ 小。误差理论证明平均值的标准偏差为

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma_x}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2}{n(n-1)}} \tag{1.1.8}$$

即平均值的标准偏差是 $n$ 次测量中任一次测量值标准偏差的 $1/\sqrt{n}$ 倍。它表示测量结果的平均值落在 $(\bar{x}-\sigma\bar{x},x+\sigma\bar{x})$ 区间内的概率为 68.3%,$\sigma_{\bar{x}}$ 通常取 1 位有效数字。

由式(1.1.8)可知,$\sigma_{\bar{x}}$ 随着测量次数增加而减少,即通过测量次数的增加可减少随机误差。但由于 $n>10$ 以后 $\sigma_{\bar{x}}$ 变化得很慢,所以测量次数一般不需要很多。

(3) 间接测量的标准偏差估计

间接测量的结果由直接测量的数据经运算得到,显然直接测量的误差必然影响间接测量的结果和误差。这一过程称为误差的传递与合成。

设间接测量值 $N$ 与直接测量值 $x,y,z,\cdots$ 有如下函数关系

$$N=F(x,y,z,\cdots) \tag{1.1.9}$$

根据多变量函数的全微分方法对式(1.1.9)求全微分

$$\mathrm{d}N=\frac{\partial F}{\partial x}\mathrm{d}x+\frac{\partial F}{\partial y}\mathrm{d}y+\frac{\partial F}{\partial z}\mathrm{d}z+,\cdots \tag{1.1.10}$$

或取对数后再微分

$$\begin{gathered}\ln N=\ln F(x,y,z,\cdots)\\ \frac{\mathrm{d}N}{N}=\frac{\partial \ln F}{\partial x}\mathrm{d}x+\frac{\partial \ln F}{\partial y}\mathrm{d}y+\frac{\partial \ln F}{\partial z}\mathrm{d}z+\cdots\end{gathered} \tag{1.1.11}$$

当 $x,y,z$ 有微小变化 $dx,dy,dz$ 时，$N$ 改变 $dN$ 。把 $dx,dy,dz$ 看成测量误差，式(1.1.10)或式(1.1.11)就是间接测量的误差传递公式。

由于各个独立测量量的结果的随机误差是以一定方式合成的，如果用标准偏差代表随机误差，可以证明，它们的合成是“方和根”合成，由式(1.1.10)及式(1.1.11)得标准偏差传递公式

$$\sigma_N=\sqrt{\left(\frac{\partial F}{\partial x}\right)^2\sigma_x^2+\left(\frac{\partial F}{\partial y}\right)^2\sigma_y^2+\left(\frac{\partial F}{\partial z}\right)^2\sigma_z^2+\cdots} \tag{1.1.12}$$

$$\frac{\sigma_N}{N}=\sqrt{\left(\frac{\partial \ln F}{\partial x}\right)^2\sigma_x^2+\left(\frac{\partial \ln F}{\partial y}\right)^2\sigma_y^2+\left(\frac{\partial \ln F}{\partial z}\right)^2\sigma_z^2+\cdots} \tag{1.1.13}$$

对和、差函数用式(1.1.12)方便，对积、商函数用式(1.1.13)方便。

(4) 误差分析应用举例

**例1** 求圆柱体的体积 $V$，现测得直径 $D\approx 0.8$ cm，高 $h\approx 3.2$ cm。仅考虑随机误差，如果用米尺测量得标准偏差 $\sigma_{米}\approx 0.01$ cm，用游标卡尺测量得标准偏差 $\sigma_{游}\approx 0.002$ cm，用螺旋测微计测量得标准偏差 $\sigma_{螺}\approx 0.001$ cm，如果要求 $\frac{\sigma_V}{V}\approx 0.5\%$，应如何选用仪器？

解：测量公式 $V=\frac{\pi}{4}D^2h$ 为积、商函数，选式(1.1.13)进行误差分析，有

$$\frac{\sigma_V}{V}=\sqrt{\left(\frac{\partial \ln V}{\partial D}\right)^2\sigma_D^2+\left(\frac{\partial \ln V}{\partial h}\right)^2\sigma_h^2}=\sqrt{4\left(\frac{\sigma_D}{D}\right)^2+\left(\frac{\sigma_h}{h}\right)^2}$$

如果都用米尺测量，则

$$\sqrt{4\left(\frac{\sigma_D}{D}\right)^2}\approx\sqrt{4\left(\frac{1}{80}\right)^2}=2.5\%>\frac{\sigma_V}{V}=0.5\%$$

此时体积的相对误差超过题目要求，故此不能选用米尺测量。

如果 $D$ 、$h$ 都用游标卡尺测量，则

$$4\left(\frac{\sigma_D}{D}\right)^2\approx 4\left(\frac{2}{800}\right)^2$$

$$\left(\frac{\sigma_h}{h}\right)^2\approx\left(\frac{2}{3\,200}\right)^2$$

两项比较，$\left(\frac{\sigma_h}{h}\right)^2$ 可忽略不计，则 $\frac{\sigma_V}{V}\approx\frac{2\sigma_D}{D}=0.5\%$，可行。

亦可选用螺旋测微计测 $D$，游标卡尺测 $h$，这样可以更好地达到要求或减少测量次数。

**7. 测量结果的不确定度评定**

依照国际标准化组织等7个国际组织联合发表的《测量不确定度表示指南 ISO1993(E)》的精神，对普通物理实验中，完整的测量结果应给出被测量的量值 $x_0$，同时还要标出测量的不确定度 $\Delta$，将实验结果写成 $x_0\pm\Delta$ 形式，这表示被测量量的真值在 $(x_0-\Delta, x_0+\Delta)$ 的范围以外的可能性很小。不确定度是指由于测量误差的存在而对被测量量值所处的量

值范围的评定。

(1) 直接测量的不确定度 $\Delta$ 的计算

直接测量结果的误差可能来自几个方面，其不确定度通常包含几个分量，我们可将这些分量分成 $A$，$B$ 两类：$A$ 类分量指多次重复测量用统计方法算出的分量 $\Delta_A$，$B$ 类分量指的是用其他方法算出的分量 $\Delta_B$，它们可用"方和根"法合成，即测量结果的总不确定度为

$$\Delta=\sqrt{\Delta_A^2+\Delta_B^2} \tag{1.1.14}$$

① 有限次测量的不确定度 $A$ 类分量 $\Delta_A$ 的计算

实际测量，只可能是有限次，此时测量误差不完全服从正态分布规律，而是服从所谓的 $t$ 分布。我们用 $S_{\bar{x}}$ 来估算测量结果的标准误差。这时 $A$ 类分量不确定度由式(1.1.15)给出：

$$\Delta_A=t_p \cdot S_{\bar{x}} \tag{1.1.15}$$

因子 $t_p$ 是与测量次数及置信概率 $p$ 有关的量。当概率 $p$ 以及测量次数 $n$ 确定后，$t_p$ 也就确定了。表 1.1.1 列出了几个常用的 $t$ 因子。

**表 1.1.1　$t$ 与 $n$ 的关系**

| $n$ | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $t_{0.683}$ | 1.84 | 1.32 | 1.20 | 1.14 | 1.11 | 1.09 | 1.08 | 1.07 | 1.06 |
| $t_{0.95}$ | 4.30 | 3.18 | 2.78 | 2.57 | 2.45 | 2.36 | 2.31 | 2.26 | 2.23 |
| $t_{0.99}$ | 9.92 | 5.84 | 4.60 | 4.03 | 3.71 | 3.50 | 3.36 | 3.25 | 3.17 |

从表 1.1.1 中可见 $t_{0.683}$ 因子随测量次数的增加而趋于 1，即 $t$ 分布在 $n\to\infty$ 时趋向于正态分布。于是在测量次数很少时，把测量结果表示成 $\bar{x}\pm t_{0.683}\times S_{\bar{x}}$ ($p=68.3\%$) 或 $\bar{x}\pm t_{0.95}\times S_{\bar{x}}$ ($p=95\%$) 或 $\bar{x}\pm t_{0.99}\times S_{\bar{x}}$ ($p=99\%$)。

普通物理实验中的测量次数 $n$ 一般不大于 10，从表 1.1.1 可看出，$5<n\leqslant 10$ 时，$t_p$ 近似值可取 1，这时式(1.1.15)简化成

$$\Delta_A=S_{\bar{x}} \tag{1.1.16}$$

相关计算表明，$5<n\leqslant 10$ 时，做 $\Delta_A=S_{\bar{x}}$ 近似已可使被测量量的真值落在 $\bar{x}\pm S_{\bar{x}}$ 范围内的概率近似或大于 0.95。

② 有限次测量的不确定度 $B$ 类分量的计算

$B$ 类分量的评定，有的依据仪器说明书，有的依据仪器的准确度等级，有的则粗略依据仪器分度值。普物实验中通常可取仪器分度值 $\Delta_{仪}$ 的 $1/\sqrt{3}$ 作为 $B$ 类分量，即

$$\Delta_B=\Delta_{仪}/\sqrt{3} \tag{1.1.17}$$

为了方便，也可取 $\Delta_B=\Delta_{仪}/2$ 作为评定。

当实验中被测量只测一次时，$\Delta_A$ 分量不存在，可取总不确定度 $\Delta=\Delta_B=\Delta_{仪}/\sqrt{3}$ 作为

单次测量不确定度的评定。

不确定度一般保留 1～2 位有效数字，当首位数字等于或大于 3 时取 1 位；小于 3 时取两位，其后面的数字采用进位法舍去。例如，计算结果得到不确定度为0.241 4×$10^{-3}$ m，则应取 $\Delta=0.25\times10^{-3}$ m。

以上不确定度计算式(1.1.14)、式(1.1.16)和式(1.1.17)在今后的实验中经常要用到，希望能够记住。

(2) 间接测量不确定度 $\Delta$ 的计算

间接测量结果由直接测量数据依据一定的数学公式计算出来。显然，直接测量结果的不确定度必然影响到间接测量结果，这就是不确定度的传递与合成问题。

设间接测量的函数式为 $N=F(x,y,z,\cdots)$，$x,y,z,\cdots$ 是直接测量结果，它们之间相互独立。其各自不确定度为 $\Delta_x,\Delta_y,\Delta_z,\cdots$，可得间接测量的不确定度计算式

$$\Delta=\sqrt{\left(\frac{\partial F}{\partial x}\right)^2(\Delta_x)^2+\left(\frac{\partial F}{\partial y}\right)^2(\Delta_y)^2+\left(\frac{\partial F}{\partial z}\right)^2(\Delta_z)^2+\cdots} \tag{1.1.18}$$

或

$$\frac{\Delta}{N}=\sqrt{\left(\frac{\partial \ln F}{\partial x}\right)^2\Delta_x^2+\left(\frac{\partial \ln F}{\partial y}\right)^2\Delta_y^2+\left(\frac{\partial \ln F}{\partial z}\right)^2\Delta_z^2+\cdots} \tag{1.1.19}$$

对和、差函数应用式(1.1.18)计算方便，对积、商函数应用式(1.1.19)计算方便。

**例 2** 某一长度测量 10 次，结果如下：$x_i=$ 63.57 cm，63.58 cm，63.55 cm，63.56 cm，63.56 cm，63.59 cm，63.55 cm，63.54 cm，63.57 cm，63.57 cm，写出该直接测量结果的最终表达式。

解：可计算出

$$\bar{x}=63.564\ \text{cm}$$

由标准偏差计算式

$$S_x=\sqrt{\sum_{i=1}^{10}(x_i-\bar{x})^2/(n-1)}=\sqrt{\frac{2\,040\times10^{-6}}{9}}=0.015\,06\approx0.02\ \text{cm}$$

随机误差只是一估计值，其结果通常只取一位。

$A$ 类不确定度：$\Delta_A=t_P\cdot S_x$，现 $5<n\leqslant10$，故因子 $t_p$ 近似取 1，得

$$\Delta_A=S_{\bar{x}}=0.02\ \text{cm}$$

$B$ 类不确定度：米尺仪器误差 $\Delta_{仪}=1$ mm，故

$$\Delta_B=\frac{1}{\sqrt{3}}=0.0\dot{6}\ \text{cm}$$

测量结果不确定度：

$$\Delta=\sqrt{\Delta_A^2+\Delta_B^2}=\sqrt{0.02^2+0.06^2}=0.06\ \text{cm}$$

测量结果 $$x=\bar{x}\pm\Delta=(63.35\pm0.06)\ \text{cm}$$

## 1.2 有效数字

**1. 有效数字的基本概念**

我们把测量结果中可靠的几位数字加上可疑的一位数字统称为测量结果的有效数字。有效数字的最后一位可疑,但它还是在一定程度上反映了客观实际。

例如,用毫米分度的米尺测一物体的长度,正确的读数应是确切读出米尺上有刻线的位数后,还应该估读一位,即在毫米后还应估读一位。如测出某物体长度 13.2 mm ,表明 3 是确切数字,而 2 是可疑估读数字。在测量读数时,不要忘了估读位的“0”,如米尺测一物体的厚度刚好是 10 mm 整,则应记为 10.0 mm,不要写成 10 mm。

书写有效数字时应注意的几点:

① 有效数字的位数与十进制单位的变换无关,即与小数点的位置无关。如 1.35 cm 换成以毫米为单位时为 13.5 mm,以米为单位则为 0.013 5 m。这 3 种表示法完全等效,均为 3 位有效数字。

当“0”不是用来表示小数点位置时,它与 1～9 间的其他整数具有相等的地位。1.003 5 cm的有效数字为 5 位;1.0 cm 的有效数字为 2 位;1.000 cm 的有效数字为 4 位。即数据后面的零不能随意加上或去掉。

数值的有效位数,往往能反映出测量所用的仪器以及测量方法。如 1.350 0 cm 肯定不是米尺测量的,而可能是螺旋测微计测量的,而 1.35 cm 则可能是用一般刻度的米尺测量的。

② 对于较大或较小的数值,常采用科学计数法,即写成“$\times 10^{\pm n}$”($n$ 为正整数)形式。用这种方法计数时,通常在小数点前只写一位数字,例如地球平均半径为 6 371 km,可写成 $6.371\times 10^{6}$ m,4 位有效数字;而 0.000 062 3 m,写成 $6.23\times 10^{-5}$ m,3 位有效数字。显然,测量数据不能因为单位换算而改变其有效数字的位数。

**2. 有效数字的运算规则**

(1) 已给出不确定度的加减法有效数字运算

由不确定度决定测量结果的有效位数,其有效数字尾数与不确定度尾数对齐。

**例 3** 求 $N=A+B-C+D$,其中 $A=72.0\pm 0.5\ \mathrm{cm}^3$,$B=6.262\pm 0.002\ \mathrm{cm}^3$,$C=0.753\pm 0.001\ \mathrm{cm}^3$,$D=271\pm 1\ \mathrm{cm}^3$

解:先求总不确定度

$$\Delta=\sqrt{\Delta_A^2+\Delta_B^2+\Delta_C^2+\Delta_D^2}=\sqrt{0.5^2+0.002^2+0.001^2+1^2}=\sqrt{1.3}=1.1\ \mathrm{cm}^3$$

(不确定度第一位数比较小时可取两位)

由
$$N=A+B-C+D=72.0+6.3-0.8+271=348.5\ \mathrm{cm}^3$$
则
$$N=(348.5\pm 1.1)\ \mathrm{cm}^3$$