

基础材料力学

何蕴增 杨丽红 编著



科学出版社
www.sciencep.com

基础材料力学

何蕴增 杨丽红 编著

科学出版社

北 京

内 容 简 介

本书旨在从理论源头来认识材料力学这一基础力学分支. 在学科公理化、基本理论物理基础、强度理论的认识和材料实验原理和方法等方面有新探索. 本书前四章为建立、研究学科的理论, 后三章主要介绍理论的应用.

本书可作为材料力学教学参考书、自学教材, 也可供相关专业本科生、研究生和工程技术人员参考. 本书基本涵盖了现行材料力学课程教学大纲所要求的内容, 略加调整, 也可作少学时机械类专业材料力学课程试用教材.

图书在版编目(CIP)数据

基础材料力学/何蕴增, 杨丽红编著. —北京: 科学出版社, 2006

ISBN 7-03-016988-3

I. 基… II. ①何…②杨… III. 材料力学 IV. TB301

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2006)第 016693 号

责任编辑: 胡 凯 鄢德平/ 责任校对: 张 琪

责任印制: 安春生/ 封面设计: 王 浩

科学出版社 出版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码: 100717

<http://www.sciencep.com>

丽源印刷厂 印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2006 年 6 月第 一 版 开本: B5(720×1000)

2006 年 6 月第一次印刷 印张: 11 1/2

印数: 1—2 500 字数: 218 000

定价: 35.00 元

(如有印装质量问题, 我社负责调换〈路通〉)

前 言

撰写本书的初衷是力图从材料力学理论源头来探索、认识学科规律和本质. 这是本书不同于其他材料力学教程之处, 故名曰《基础材料力学》.

本书和传统材料力学体系^[1~9]相比主要有以下特点:

1. 传统材料力学教程中变形几何理论是通过实验观测引入“平面假设”作为学科公理. 事实上材料变形规律, 应该是物质运动或存在的形式, 是物质内在作用之“果”, 而不应归之为“因”. 动辄由实验观测等手段轻率引述公理的做法, 有削弱学科体系公理化和理论说服力之虞, 对挖掘理论内涵似有缺憾. 在固体力学最为基础的分支中尤其不宜. 本书由弹性律和变形连续条件表述弹性应变能, 通过普遍能量原理(可认为是牛顿力学规律的一种描述)推导出了“平面假设”描述的变形规律, 同时也引出了材料力学的主要理论公式. 从而改进了学科公理化体系, 简化了理论推导.

2. 本书在介绍应力、应变张量时, 通俗地引进张量“和分解”概念, 从本质上揭示应力、应变的作用效应. 具体好处是: ①用球、偏张量写出的胡克定律更显理性; ②便于理解后文的强度理论及与后续学科内容衔接; ③偏张量能分解为三个纯剪切问题的叠加, 说明等向应力和纯剪切才是最基本的应力状态. 书中认为在无宏观缺陷连续介质(如金属材料)中应力偏张量(或剪应力)才是直接导致材料破坏的原因.

3. 本书介绍的“实心圆轴扭转测定材料本构关系的原理和方法”是对材料应力应变关系测量技术的革新. 采用此技术可避免原有测量方法的局限, 使有效测量范围增大十倍以上. 可描述很大应变下的应力应变关系, 通过初步研究, 大应变描述下对应多种不同旋率的应力应变方程形式具有相似性, 这由一个侧面印证了: “研究形变、塑性, 尤其是大应变条件下的本构关系应以实心圆轴扭转实验结果为基础.”

4. 本书较系统引入微、细观简化模型解释材料宏观力学行为, 对加深认识有益.

5. 本书在强度理论和压杆稳定性本质的解释方面, 也有较深刻剖析.

材料力学是研究等直杆受力、变形的实用固体力学基础分支. 连续介质力学各分支理论支撑均有三方面规律: ①经典牛顿力学理论(联系各相关力类量间的力学规律); ②材料变形几何理论(联系各相关变形几何量间的几何规律); ③材料本构理论(联系相关力类量与变形量间的物理规律).

牛顿力学揭示了物质机械运动的内在规律,也研究了力沿空间、时间作用的积累效应,即能量、动量间转换的规律.本书将力的平衡规律相对集中于第2章阐述,包括外力平衡分析、内力平衡分析和应力平衡分析.

材料变形几何理论应该是物质运动或存在的形式.材料变形几何规律应该是材质变形的连续协调性.内域及边界上各点位移场具有充分连续性(或称变形协调性).材料力学要求一维元件——杆的位移在内域必须连续至一阶导数,在边界处必须满足位移约束条件.当然,仅限于小变形情况.

上述两方面规律适用于连续介质力学各个分支.

材料本构关系及材料的宏观力学行为必由材料的微、细观内在构造所决定.本书第3章在作者原有工作^[12]基础上,引入简化金属晶体模型,定性解释了材料宏观力学行为、材料本构关系等物理规律的理论基础.本章还引述了圣维南原理、变形能概念和能量原理,由此推导出最小变形能原理,以便后文引征.第4章由普遍能量原理推导出了“平面假设”及材料力学中的主要理论公式.

本书第5,6,7三章分别简要介绍了强度、刚度及压杆稳定性三类应用问题的概念、理论和方法.介绍理论时,重在挖掘问题的物理内涵,并选配少量例题.

前言至第4章由何蕴增撰写,第5章至附录由杨丽红撰写.全书由何蕴增审定.

由于作者水平所限,交流不广,时间紧迫,且多涉及有待深入讨论的问题,错误之处难免.请专家、读者批评、指正!本书的粗浅探索,旨在抛砖引玉,以利力学基础教学及学科发展.

本书基于我校材料力学课程多年教学积累写成.撰写过程得到本校力学专业学科点刘殿魁教授、梁立孚教授等校内外专家、同仁的审阅、指导谨此一并致谢!

本书可作为《材料力学》学科的自学、教学参考书,也可供相关专业本科生、研究生和工程技术人员参考.稍加调整,可作机械类专业少学时《材料力学》课程试用教材.

作 者

于哈尔滨工程大学

2005年11月25日

目 录

前言

第 1 章 绪论	1
1.1 工程中的材料力学问题 力的内效应	1
1.2 材料力学的研究对象	2
1.3 材料力学的基本概念	4
1.4 材料力学的基本变形	6
第 2 章 平衡律	10
2.1 计算简图.....	10
2.2 外力分析.....	11
2.3 内力分析 截面法 内力图.....	11
2.4 绘制内力图的方法和技巧.....	14
2.5 应力状态理论.....	25
第 3 章 材料力学性能 弹性律 弹性系的能量原理	38
3.1 塑性材料拉伸力学性能.....	38
3.2 塑性材料压缩力学性能.....	51
3.3 脆性材料拉伸力学性能.....	53
3.4 脆性材料压缩力学性能.....	54
3.5 薄壁圆筒扭转时的力学性能.....	57
3.6 材料力学中材料的弹性律.....	59
3.7 圣维南原理.....	63
3.8 材料力学的能量原理.....	65
第 4 章 等直杆横截面上的应力和变形	68
4.1 轴向拉伸与压缩.....	68
4.2 圆轴扭转.....	70
4.3 纯弯曲.....	71
4.4 横力弯曲.....	72
4.5 平面图形的几何性质.....	75
4.6 横力弯曲的剪应力.....	84
4.7 任意形状横截面梁的平面弯曲.....	88
4.8 剪切和挤压的实用计算.....	90

第 5 章 强度问题	93
5.1 脆性断裂和塑性流动	93
5.2 材料的强度理论	93
5.3 实心圆轴扭转实验确定材料应力应变关系	100
5.4 工程中基本变形的强度问题	103
5.5 工程中组合变形的强度问题	110
第 6 章 刚度问题	118
6.1 工程简单杆的变形计算	118
6.2 工程结构变形计算的能量法	125
6.3 刚度条件及工程应用	137
第 7 章 压杆稳定性问题	144
7.1 压杆稳定性的物理本质 力学解释	144
7.2 细长杆的欧拉载荷	146
7.3 压杆的临界载荷 临界应力总图	151
7.4 压杆的稳定性计算	154
参考文献	158
附录 A 简单载荷作用下梁的内力图表	159
附录 B 简单载荷作用下梁的位移表	161
附录 C 型材表	164

第 1 章 绪 论

1.1 工程中的材料力学问题 力的内效应

工程构造物可分成机构物与结构物, 其元件称为构件.

1.1.1 力对构件的作用效应

构件在力的作用下, 将会产生内力(构件质点间的相互作用力)、改变运动和发生变形(构件质点间的相对运动). 力学中称上述伴随力所发生的现象为构件对力的响应或力的作用效应. 构件宏观机械运动的改变或保持平衡的效应称为力的外效应, 构件产生内力和变形的效应称为力的内效应. 刚体力学研究力的外效应, 而材料力学则研究力的内效应.

1.1.2 材料的安全性和经济性

强度是构件抵抗破坏的能力. 刚度是构件抵抗过大可以恢复变形的能力. 承压构件平衡的稳定性是材料保持既有平衡形状的能力. 一旦外加作用的效应超出构件固有的上述能力, 构件将不能正常工作, 工程上称为失效. 工程上构件承受静力作用主要有这三种失效形式. 即构件的安全性一般可归结为对构件的强度、刚度和承压平衡稳定性的要求.

在满足材料不失效(即安全性)的前提下, 还应追求构造物(或构件)的经济性, 这就是工程设计的任务. 一般说来, 影响构件安全性与经济性有三方面因素: 载荷的大小、构件截面几何形状和尺寸及所选用材料的力学性能. 构件安全性与经济性对构件的要求是互相矛盾的. 一般说来, 载荷小、截面大、材料好, 有利于安全性, 但不利于经济性.

1.1.3 材料力学的任务

如何处理构件安全性和经济性的矛盾呢? 为解决这一问题, 应该研究载荷、截面及材料三个因素与构件强度、刚度和稳定性之间的内在联系, 定性和定量地揭示载荷、截面、材料有关参量和相应安全性指标之间的函数关系. 这就是材料力学学科的任务.

1.1.4 材料力学的研究方法

材料力学是实践性很强的学科,除了通过概念、公理及逻辑推理进行理论分析的方法之外,其理论的建立还必须依赖于材料力学性能的实验研究。材料力学中的实验研究还是验证理论正确性及确定结构物力学量或力学场(力学量沿空间的分布)不可缺少的手段。因而,学习材料力学必须重视实验研究。

1.2 材料力学的研究对象

1.2.1 关于变形体及材料基本假设

材料力学研究构件的内力和变形,不能再将构件视为刚体,而应作为可变形固体(简称变形体)来研究,并对构件的材料进行如下简化:

(1) 所研究的材质是连续的。认为在构件内部没有孔穴、裂纹等缺陷所造成的间断,这是对实际材质的简化。不要说分子、原子等核外空间的不连续,实践表明材料力学的理论不仅可以研究材质致密(例如多数金属)的材料,甚至还可研究内部存有较多宏观缺陷(如铸铁、钢筋混凝土)的材料。

(2) 所研究的材质是均匀的。即材料各点处的力学性能是相同的。力学性能在研究材料静力学问题时是指材料的强度和变形性。易知连续性是均匀性的前提。材料力学的理论甚至可用于研究钢筋混凝土等构成很复杂、材质并不均匀的材料。

(3) 所研究的材质是各向同性的。即材料各确定点处不同方向上的力学性能是相同的。易知连续性、均匀性是各向同性的前提。实践表明,材料力学的理论不仅可研究材料构造沿不同方向相近的材料,甚至可研究各方向构造差异明显(如冷轧钢材等)的材料。

上述三点合称为材料的基本假设。它是对实际材质理想化所得到的简化模型。基本假设给出了材料力学的材质研究对象。

1.2.2 关于线弹性的设定

弹性是构件受力后发生变形,随着外力去除,变形可以消失的材料变形性。实测表明,当构件受力较小时,变形是完全弹性的,此时材料的受力和变形满足线性和单值关系。材料力学仅限于研究线弹性范围内的问题。大多数工程构件的设计和使用都限定构件安全工作的条件应不超出材料的线弹性范围。

1.2.3 关于小变形的设定

材料力学所研究的工程材料多具有足够大的刚度。因此各构件受力后所发生的变形与其外形的几何尺度相比为高阶小量。这类问题称为小变形问题。

这样,研究中可将构件变形前的初始位形视为平衡位形,使平衡分析极为简单.由小变形条件还能采用微变形几何量间的线性关系简化变形几何规律.

线弹性和小变形假定两点导致材料力学的理论为线性理论.材料力学中广泛应用的叠加原理就是建立在线弹性和小变形的条件之下的.线性理论满足叠加原理已在数学微分方程理论中给予了证明.

1.2.4 材料力学是研究等直杆的理论

鉴于固体力学的复杂性,必须由浅入深地进行研究.由于所研究的问题和方法不同,构件大体可按外形区分成三类:

(1) 杆:构件一个方向的尺度是另外两个方向尺度的高阶量,称为杆.为研究方便,应抓住杆的横截面和轴线两个几何要素.横截面是指过杆内任一点所作的所有平面中被外表面所截得的面积最小的截面.而连续杆横截面形心的轨迹必是一条连续线,称为杆的轴线.工程中常见的杆多具有相同的横截面且轴线为直线(即柱体),这类杆称等直杆.是材料力学重点研究的内容.直杆以外还有曲杆(轴线为曲线),等截面杆以外还有变截面杆.对小曲率的曲杆和截面连续缓慢变化的变截面杆,也可沿用等直杆的理论,利用微积分工具进行分析.

(2) 板与壳:构件一个方向的尺度是另外两个方向尺度的高阶小量,称为板或壳.与杆类似,研究薄板与薄壳应抓住板的厚度和中面两个几何要素.厚度是指过板、壳内任一点所作的所有直线中被板或壳外表面所截得的最短线段长.而连续板、壳厚度中点的轨迹也必是连续面,称为板或壳的中面.中面为平面者称平板(简称板),中面为曲面者则称壳.工程中常见的是等厚度的板、壳.

通常工程常见的板、壳均属于薄板或薄壳,近年来发展起来的中厚板(壳)、厚板(壳)的理论可视为对前者的深化、推广.

(3) 块或体:构件三个方向的尺度为同一量级,称为块.块的理论不易简化,因而理论较为复杂;由于块的厚实性,除了直接受力点附近的局部应力和变形之外,远处的力学响应将会较小.

三种基本形状构件以外还有薄壁杆.即杆的横截面为厚度远小于截面外轮廓尺度的薄壁形状.它既有杆的特点,又有壳的特点,还有自身的特性,将在杆及壳的理论中适当讨论或作为专门问题研究.薄壁结构也是工程中所常见的结构.

通常杆、板、壳是工程结构的主要构件.研究杆、板、壳的力学响应是工程结构设计分析的主要内容.常称杆、板、壳的简化弹性力学理论为实用弹性力学问题.材料力学作为固体力学的基础分支,只研究杆件,主要是研究等直杆这类最简单最基本构件在小变形和线弹性范围内的力学问题.

1.3 材料力学的基本概念

材料力学既然是力学,就须引入相应的“力”的描述量,在小变形下“力”类量主要有三个:外力、内力和应力。还有两个“变形”的描述量:变形和应变。说明两点:

(1) 材料力学是按先考察外力,再计算横截面上分布力的合力,最后分析分布内力的顺序来研究问题。即依照先宏观后微观和由表及里的次序研究问题。

(2) 材料力学在研究杆的变形时,是将杆作为线性构件来研究,轴线上每个点代表一个横截面。而在研究应力和变形沿横截面分布时才考虑同一横截面上各点的变化。即各点的运动可分解为随同横截面的牵连运动和相对于横截面内参考系的相对运动的合成。

1.3.1 外力

外力可分为主动外力(载荷)和被动外力(约束力,也称支反力)。

系统外力在物理学、理论力学中已经定义、研究过。在材料力学中研究直杆时,常见的外力可分为:沿轴线的线分布力(简称分布力)、集中力(简称力)、集中力偶(简称力偶)。量纲分别为[力/长度]、[力]、[力×长度]。

三者都是杆上实际各截面作用外力(体积力和面积力)向横截面形心的简化。

1.3.2 内力

“内力”在物理学里曾定义为分子、原子等粒子间的相互作用力(如在热运动、电磁运动等过程中的相互作用)。理论力学又定义为所研究系统内部质点间或刚体之间的相互作用力。材料力学术语中的内力,是专指在杆的某特定截面上,截面两侧质点之间相互的分布作用力的合力。也可理解为质点间在原有由热运动所决定的随机分布的作用力的基础上,为维持与外力平衡所产生的有规律的附加内力的合力。杆不受外力作用时截面内力为零。横截面内力是作用于截面上与作用于截面一侧杆段上外力的平衡力。

内力具有如下性质:①对应确定的截面。②是外力作用的响应,截面的内力是截面一侧外力的平衡力。③具有[力]或[力×长度]的量纲。④具有成对性。一个横截面两侧截面上同时作用有另一端杆段所施加的分布内力,截面两侧的内力是作用和反作用的关系,两者成对存在、作用线共线、方向相反、数值相等。⑤具有有限性。杆所能承受的内力是有限的,其极限值称为杆的强度,因材质、截面而异。

由于内力的成对性,不能沿用理论力学所采用的力对坐标轴投影的方法来描述同一截面两侧的、指向相反的两个内力的作用方向。材料力学根据所引起材料变形的物理特征,规定内力素(内力分量)的正、负来表示内力方向,使同一横截面两

侧截面上内力符号相同,从而使各内力素均可用一个代数量来确定.下文将对各种基本变形对应的内力素逐一介绍内力符号规定.

1.3.3 应力

应力是杆内毗邻材质间沿其作用面的分布内力的面集度.

应力具有如下性质:①也是外力作用的响应;②既与位置有关,又与截面方向有关;③具有[力/长度²]的量纲;④作用于一点同一截面两侧的应力互为作用力与反作用力;⑤材料能够承受应力的大小是有限的.其极限值因材质而异,对应材料的强度.

研究某点局部的应力和应变,常引入单元体来描述.单元体是包含所研究点的微正六面体.六个面按其法向分为正、负 x, y, z 截面.各截面上的合应力 p 可以分解成一个正应力 σ 分量和两个剪应力 τ 分量,见图 1-1(a).六个面上的合应力向坐标轴投影得图 1-1(b)所示的九个分量,由于单元体尺寸为微量,相对各面上的同一应力分量大小相等、方向相反.为清楚计,图中不画不可见面上的应力.

每个应力分量引起单元体对应的主要应变分量,各向同性材料中各主要应变分量都是沿应力的作用方向发生.在小变形下,各应力分量的作用效应互不相关.

如果一点的应力只有 x, y 方向的分量, z 向分量为零,则可用平面单元体研究该点的应力和变形(见图 1-1(c)).

合应力分解为正应力和剪应力的意义在于两者作用效应迥异:正应力引起材料线度的伸缩(如单元体边长的改变);而剪应力则引起单元体二面角的改变.两类应力分量分别对应材料的不同变形形式和破坏方式,即它们分别对应不同的变形和强度问题.

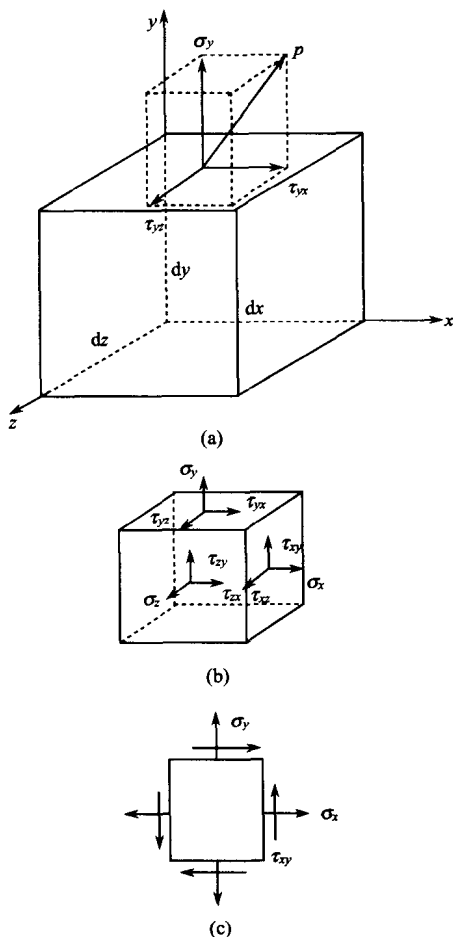


图 1-1

1.3.4 变形

由于内力、应力的作用,质点间的相对位置会发生改变,导致构件的形状发生变化.构件形状和大小的改变称为变形.可以采用表示位移和相对位移的几何量来描述杆件或材质的变形.如一根直杆的伸长量可由其两个端面间的相对位移来定义,直杆的弯曲变形可以通过杆各横截面的角位移和其形心的线位移来描述、确定.

1.3.5 应变

在各点变形不均匀的情况下,研究材料的变形还应分析各点变形的“严重程度”,需要引入应变的概念.因各点应变是可以连续变化的,通常描述一点应变也常取包含该点的单元体(见图 1-1)来描述.通过考察变形前、后单元体的单位长度材料线度的伸缩量、直角的改变量来定义一点处的应变.

外力、内力、应力和变形、应变这五个量在材料力学中贯穿始终.

1.4 材料力学的基本变形

研究表明:弹性范围内,内力与变形、应力与应变具有确定的对应关系.而且能将杆件任意复杂的组合变形(杆上同时发生两种或两种以上基本变形)问题分解成若干基本变形问题.基本变形共计四种形式:轴向拉伸(压缩)、剪切、扭转和平面弯曲.

材料力学将首先研究基本变形问题,建立各种基本变形的应力和变形理论.再研究组合变形问题.

1.4.1 基本变形

1. 轴向拉伸(压缩)

外力:引起轴向拉伸(压缩)变形的 外力 的合力作用线必须与杆的轴线重合.图 1-2 中(a)是拉杆,(b)是压杆.

内力:轴向拉伸(压缩)杆横截面上的内力的作用线也与杆的轴线重合,称为轴力(约定用 N 表示).规定轴力符号以杆段发生伸长变形时为正.

变形:轴向拉伸(压缩)杆的主要变形为轴线方向的伸长(缩短),称为轴向(或纵向)变形.由于材料的固有性质,在发生轴向变形的同时,沿着与轴线相垂直的各横向线也要同时发生次要变形,称为横向变形.见图 1-2 的虚线.

2. 剪切

横截面的主惯性轴概念将在第 4 章详细研究.通常杆的横截面具有两个相互

垂直的主惯性轴。主惯性轴与轴线所确定的平面,称为主惯性平面。横截面如果存在对称轴,对称轴就是主惯性轴。

外力:是作用线(或作用区域)相距极近的一对反向作用的横向力。图 1-3 所表示的是剪床剪切钢板的示意图。横向力作用线沿着横截面主惯性轴方向。

一对方向相反的横向力作用线(或者是分布力的作用区)之间(为极短的微杆段)的各横截面,称为剪切面。

内力:剪切面上的内力称为剪力(以 Q 表示),它是杆段横截面切向内力(见图 1-3)。规定绕杆段有顺时针转动趋势时剪力为正。

变形:剪切面之间主要变形是沿着剪力方向发生横向相对错动(见图 1-3)。

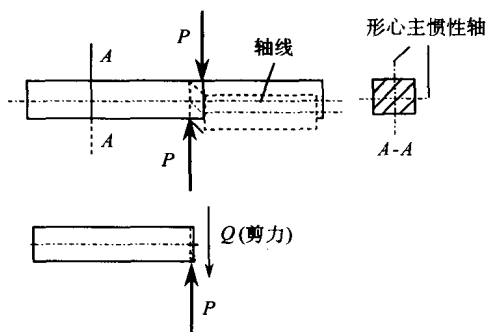


图 1-3

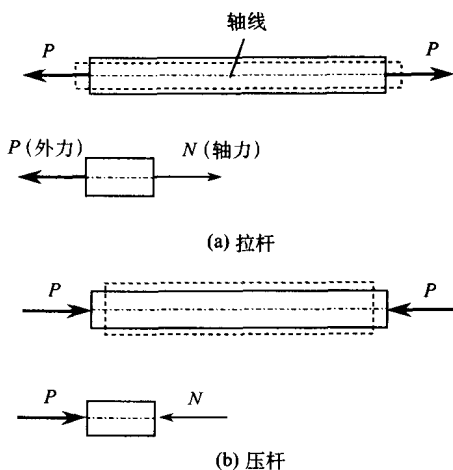


图 1-2

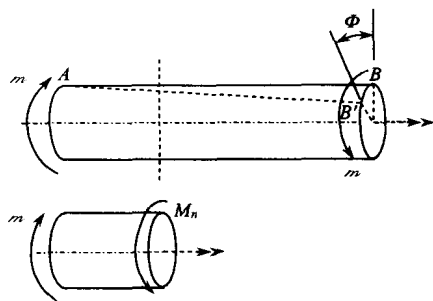


图 1-4

3. 圆轴扭转

扭转构件一般采用轴对称(实心圆或空心同心圆)截面形状。材料力学侧重研究这种杆件的扭转变形。称这类杆为圆轴。

圆轴的内力和变形规律简单,有较好的强度和刚度,工程中最常用。

外力:引起圆轴扭转的外力是轴向力偶。力偶的方向用沿轴的相对转动方向示意表示,为描述方便计,以后用右旋法则作向量表示:即用右手握轴,四指指示轴发生相对转动的方向,拇指方向即为外力偶向量方向。如图 1-4 中 m 的双向量表示。

内力:圆轴扭转的内力是作用于横截面的轴向内力偶,称为扭矩(记作 M_n)。规定扭矩符号以双箭头指向与截面外法向相同为正。

变形:圆轴扭转变形为各横截面间沿扭矩的作用方向绕轴线发生相对转动,图 1-4 中轴的两端面转过的相对转角为 Φ . 第 4 章将证明横截面内各点之间无相对位移(即横截面形状和大小不变).

4. 平面弯曲

称以弯曲变形为主的杆件为梁.

平面弯曲分为两种:纯弯曲和横力弯曲. 平面弯曲只发生于主惯性平面内. 为研究方便,将发生变形的主惯性面置于纸面.

(1) 纯弯曲

用右旋法则表示力偶向量方向,当向量方向和纸面法线一致时,称外力偶为面内力偶.

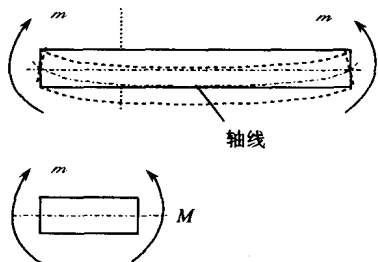


图 1-5

外力:纯弯曲梁的外力是面内力偶. 见图 1-5 中的 m .

内力:纯弯曲梁的内力也是弯曲平面的面内力偶,称为弯矩(记作 M),见图 1-5. 规定图示弯矩符号为正. 即使得梁的上方纤维发生压缩变形的弯矩为正.

变形:各横截面之间沿弯矩作用方向发生相对转角. 轴线由直变曲(如图 1-5).

(2) 横力弯曲

外力:梁上作用有横向力,横向力产生平面弯曲的充分必要条件是其作用线必须位于某特定的主惯性平面(此面称为弯心主惯性面)内. 因为问题较复杂,将在 4.7 节专门详细介绍弯心概念. 当然也可以同时作用有面内外力偶.

显然对于横截面有对称轴的情况,横向力只要作用于梁的对称面内,由对称原理,弯曲变形也必发生于同一平面内. 符合平面弯曲基本变形的特征. 称为对称弯曲. 对称弯曲是工程中最常见的平面弯曲.

内力:横力弯曲有两个内力素:弯矩(M)和剪力(Q),见图 1-6.

符号规定:弯矩与纯弯曲相同(上压为正);剪力与剪切相同(顺时针为正).

变形:严格说梁的横力弯曲变形中既有

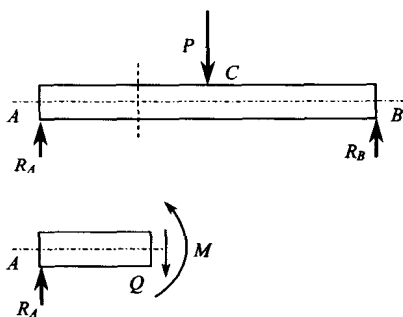


图 1-6

由弯矩 M 引起的弯曲变形,又有由剪力 Q 引起的剪切变形. 对于工程梁来说,由于两种变形数值上通常相差两个数量级以上(后文将通过实例来说明),计算工程梁的变形时,可以忽略剪切变形,而只计算弯曲变形. 因而,将横力弯曲也归入平面

弯曲基本变形。

显然,可以根据外力和变形的特点来判定杆件发生哪种或哪些基本变形。

1.4.2 杆中内力的一般情况 内力素

对应确定的横截面可建立图 1-7 所示的局部坐标系:以横截面的形心 C 为原点,沿横截面轴向建 x 轴,以两个过弯心(A)的主惯性轴为 y 轴和 z 轴(容许 C 与 A 不共点),道理将在 4.7 节说明。

一般情况,杆的横截面上可能有六个内力素(内力分量): N (轴力)、 Q_y (剪力)、 Q_z (剪力); M_x (扭矩)、 M_y (弯矩)、 M_z (弯矩)。

将横截面一侧杆段上作用的轴向外力向截面形心 C 简化,横向外力向弯心 A 简化,六个内力素就是作用于杆段一侧的外力系向形心(轴力)或弯心(横力)简化所得坐标轴方向的三个力的投影和三个力矩投影的平衡力。

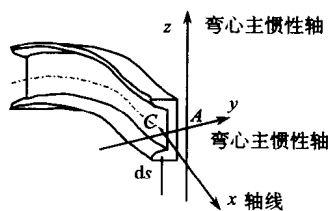


图 1-7

各向同性材料的基本变形都是沿着内力的作用方向发生位移。各内力素将在横截面所在微段上引起相应的基本变形。如果同时有几个内力素共同作用,小变形下采用叠加原理进行处理即可得到合成作用效应。

因为六个内力素中的两个剪力(和两个弯矩)属于同一类基本变形,物理实质相同。所以共有轴向拉伸(压缩)、剪切、扭转和平面弯曲四种基本变形。

在材料力学中,当各基本变形之间存在数量级上的差异时,经常忽略小量影响。譬如在横力弯曲中同时发生弯曲变形和剪切变形,因为弯曲变形远大于剪切变形,因而只计算弯曲变形而不考虑剪切变形将不会影响计算结果的工程应用精度。

第2章 平 衡 律

固体力学各分支均由力学规律、变形几何规律和材料的物理关系(或称本构关系)三方面理论组成. 静力学问题的力学规律就是平衡规律, 用平衡方程表述. 它是研究力类量之间相互联系的理论. 在材料力学中应用它进行外力分析(由已知载荷求未知支反力)、内力分析(由已知外力求任一截面上的内力)、应力分析(已知截面内力求各点的应力)及建立应力状态理论(由已知截面上的应力求该点其他截面上的应力及不同截面上应力的分布规律).

2.1 计算简图

在求解材料力学问题之前, 应先建立所研究问题的力学模型, 绘制计算简图.

例如, 研究一辆汽车驶过的平板桥, 其示意图如图 2-1(a)所示. 在对问题进行分析和力学简化之后, 可建立起理想化的力学模型, 如图 2-1(b)所示.

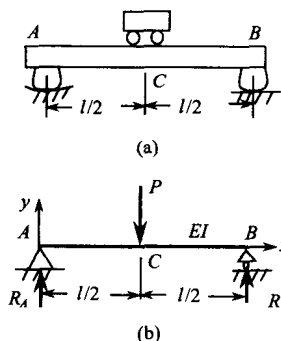


图 2-1

建立力学模型需进行下述简化:

1. 几何简化

将实际的、具有多元属性的平板桥简化为用一条线素表示的梁. 它只保留原桥结构作力学分析必需的几何特征和力学特征, 线上每一点表示一个横截面, 横截面的截面刚度和材料强度属性予以保留.

2. 约束简化

将复杂的实际约束简化为理想约束. 这里舍弃了某些次要约束力, 如忽略了支撑物之间的滚阻、摩擦等. 材料力学中通常只研究边界为理想约束(在各自由度上要么完全约束, 要么完全自由)的问题.

3. 载荷简化

车重通过四个车轮作用于桥面上, 每个轮的力都是通过接触面传递的面积力. 为简化计算, 可将实际的分布力用其合力来代替. 处理依据是考虑到力的分布区域与桥长相比为小量, 这样处理只在局部引起小的误差. 载荷简化中也忽略了车轮与桥面之间的摩擦和滚阻等次要外力.

采用合理的计算简图对问题进行计算、分析, 所引起的误差是工程容许的.